Casa abierta al tiempo
UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA Iztapalapa

Universidad Autónoma Metropolitana.

Unidad: Iztapalapa.

División: Ciencias Sociales y Humanidades.

Grado: Licenciatura en Filosofía.

Título del Trabajo Recepcional: Concepción semántica de la verdad.

Nombre del Participante: Cristhoper Felipe Zampayo Vázquez

Max Fernández de Castro Tapia. ________________________
Asesor **Firma**

México, D. F., 20 de Septiembre del Año 2004.

11317

Casa abierta al tiempo
UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA Iztapalapa

Universidad Autónoma Metropolitana.

Unidad: Iztapalapa.

División: Ciencias Sociales y Humanidades.

Grado: Licenciatura en Filosofía.

Título del Trabajo Recepcional: Concepción semántica de la verdad.

Nombre del Participante: Cristhoper Felipe Zampayo Vázquez

Max Fernández de Castro Tapia.
Asesor

UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA
Casa abierta al tiempo
28 SET. 2004
LIC. EN FILOSOFIA
C.S.H.
RECIBIDO

Firma

México, D. F., 20 de Septiembre del Año 2004.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

No es tarea sencilla dar una respuesta que satisfaga la siguiente pregunta: ¿qué es la verdad? Tal es así, que a través de la historia algunos investigadores y filósofos han dado y discutido diversas concepciones del término 'verdad' sin que, al parecer, se haya ayudado a disminuir su complejidad, puesto que al final lo que tenemos son diferentes nociones denotadas por el término 'verdad', como la concepción pragmatista, la teoría de la coherencia, la teoría hermenéutica, el deflacionismo, por mencionar sólo algunas.

La respuesta sobre ¿qué es la verdad?, por simple que parezca, es en sí misma un desafío importante. Pues la verdad está impregnada, en la mayoría de nuestras reflexiones teóricas, de la naturaleza que nos rodea, nuestras acciones y nuestro pensamiento. El término verdad aparece con frecuencia en las discusiones de la vida cotidiana, la ciencia y la filosofía. En esta última, se ha llegado a pensar que las conexiones conceptuales entre la noción de verdad y las áreas propias de la filosofía (epistemología, metafísica, lógica, etc.) son múltiples: "la verdad es el propósito de la ciencia y la filosofía, permite explicar la adecuación empírica de las teorías, y se preserva en el razonamiento válido".[1] Así, la verdad parece ser, entonces, un elemento significativo de muchas de nuestras reflexiones.

Sin embargo, a pesar de su relevancia filosófica y de su supuesto carácter inevitable, como hemos dicho antes, no es tarea sencilla dar una respuesta a la pregunta: ¿qué es la verdad? Detal forma que ciertos autores, ante la problemática que presenta el término 'verdad', han llegado a pensar que simplemente es un concepto fundamental que no requiere explicación alguna[2] o que es un concepto que debe desaparecer y ser evitado en toda discusión

[1] Eduardo Barrio, *La verdad desestructurada*, Eudeba, Buenos Aires, 1998, p. 23.
[2] Esta parece ser la posición que últimamente D. Davidson defiende al respecto. Cfr. D Davidson (1990) "*Estructura y contenido de la verdad*" en "*Teorías de la verdad en el siglo XX*", Tecnos, Madrid, 1995.

científica y filosófica. No obstante, lo anterior no muestra la inutilidad o imposibilidad de brindar una explicación de tal concepto, que varios autores lo han intentando, dando como resultado "el hecho de que no nos enfrentemos con un concepto sino con diversos conceptos diferentes denotados por una palabra [la palabra verdad]"[3], como lo señala Tarski.

Por consiguiente, en la literatura que trata el tema podemos encontrarnos con las «teorías pragmáticas de la verdad» de William James, Susan Haack, Ignacio Ellacuría, Charles Peirce, etc.; con las «teorías hermenéuticas de la verdad» de Martín Heidegger, Karl Jaspers, Hans Gadamer, Michael Foucault, etc.; con las «teorías deflacionistas» de Hartry Field, Stephen Leeds, Scott Soames, etc.; con las «teorías pro-oracionales de verdad» de Frank Ramsey, Peter Strawson, etc.; con las «teorías coherenciales» de Carl Hempel, Nicholas Resche, etc.; con las «teorías semánticas» de Alfred Tarski, Saul Kripke, Donald Davidson, etc. En resumen, las anteriores sólo son algunas de las concepciones de verdad existentes.

El presente trabajo no pretende agotar todo el tema de la 'verdad', ni mucho menos caracterizar, una a una, las diversas nociones del término que cada filósofo ha planteado. El propósito es centrarnos únicamente en la «concepción semántica de la verdad» expuesta por Alfred Tarski (1902-1983) en su obra "*The concept of truth in formalized languages"* (1936), y después expuesta en una versión menos técnica, pero no por eso menos importante, con el nombre de "*The semantic conception of truth and the foundations of semantics*" (1944).

Originalmente, la concepción de Tarski fue expuesta por primera vez en un escrito en polaco del año 1933. Más tarde, fue traducida al alemán en los *Studia Philosophica1* de 1935 con el nombre de '*Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen'*, y al año siguiente apareció en ingles. Este escrito es uno de los de mayor importancia del autor, pues en él "aparece su más profunda

[3] Alfred Tarski, *Concepción semántica de la verdad: Part. II, Observaciones polémicas*, en *Teorías de la verdad en el siglo XX*, Tecnos, Madrid, 1997, p. 87.

exploración de cuestiones semánticas como ‘verdad’ y ‘consecuencia lógica’ en los sistemas deductivos”[4], de tal forma que, por su trabajo, “puede decirse con toda propiedad que [Tarski] es el creador de la semántica, en el sentido científico de este término”[5], y el gran impacto de su semántica “se debe en gran medida a que en ella se muestra una esclarecedora vinculación entre los signos lógicos y la noción de verdad”[6]. Y precisamente, por el conjunto de su obra, “que abarca todo el campo de la lógica, desde su aspecto más filosófico hasta el más matemático”[7], es reconocido como “uno de los cuatro más prolíficos lógicos de la historia, denominación que comparte con Aristóteles (384-322 a. C.), Frege (1848-1925) y Gödel (1906-1978)”[8].

Pero Tarski no sólo se limitó a la lógica; también realizó profundas contribuciones a la matemática, en especial “en teoría de conjuntos y en el área de la metamatemática, ha aportado buen número de importantes resultados concernientes a la decibilidad de varias teorías matemáticas”[9]. Por lo tanto, con su trabajo, Tarski “ejerció el impacto más directo en el póstumo desarrollo de la lógica y filosofía analítica”[10], que incluso filósofos como Rudolf Carnap, después de leer los trabajos de Tarski, “reformularon su tesis sobre la identificación de la lógica como la teorización de una noción puramente sintáctica de consecuencia, de la siguiente manera: la filosofía no es más que la semiótica del lenguaje de la ciencia, y la lógica es la teoría de la relación de consecuencia semántica y de la noción semántica de verdad lógica”[11], y otros como Saul Kripke, Richard Montague o Donald Davidson, han discutido y desarrollado su propia concepción de la verdad ateniéndose a la idea básica de la propuesta tarskiana.

---

[4] Stuart Brown, *One Hundred twentieth-Century Philosophers*, Routledge, E. U., 1998, p. 236.
[5] Benson Mates, *Lógica matemática elemental*, Tecnos, Madrid, p. 280
[6] Carlos Alchourrón, Introducción: concepciones de lógica, en Lógica, Trota, 1999, p.21
[7] Benson Mates, Ob. Cit., p. 280.
[8] George Wright, Logical Studies, Routledge&Kegan, London, 1957, p. 45.
[9] Benson Mates, Ob. Cit., p. 280.
[10] Stuart Brown, Ob. Cit., p. 236.
[11] Carlos Alchourrón, Ob. Cit., p. 19

Por otra parte, filósofos de la ciencia también vieron con agrado la «concepción semántica de verdad». Así, Karl Popper "aceptó entusiasta la concepción de verdad de Tarski, diciendo que rehabilitaba la tradicional teoría de la correspondencia"[12], y Field Hartry "hizo enmiendas a la teoría semántica de verdad con el propósito de satisfacer plenamente las condiciones fisicalistas[13] del propio Tarski"[14].

No podemos negar que la influencia de las obras de Tarski fue significativa, y espero que esta introducción permita ver al estudioso de filosofía, la importancia que Alfred Tarski tiene, y que, de alguna manera, justifique el porqué de la elección de tal autor.

[12] Stuart Brown, Ob. Cit., p. 238.

[13] "El 'Fisicalismo' es un término propuesto por Otto Neurath (en *Erkenntnis*, 1931, p. 393) y que fue aceptado por varios filósofos, incluyendo a los miembros del Círculo de Viena. Rudolf Carnap lo emplea para indicar la primacia del lenguaje físico y su capacidad de ser válido como lenguaje universal. Su tesis básica es: toda proposición de una rama del lenguaje científico equivale a algunas proposiciones del lenguaje fisicalista y, por lo tanto, puede ser traducida a ella sin cambiar su contenido, en otras palabras —dice Carnap en *Philosophy and Logical Sintaxis*, 1935, p. 89— el lenguaje de la física es un lenguaje universal, que comprende los contenidos de todos los otros lenguajes científicos (Abbagnano, Diccionario de filosofía, p. 565)".

[14] Stuart Brown, Ob. Cit., p. 238.

I. CONCEPCIÓN SEMÁNTICA DE LA VERDAD DE ALFRED TARSKI

El propósito de Tarski en "*The concept of truth in formalized languages*" y "*The semantic conception of truth and the foundations of semantics*", es dar una definición semántica satisfactoria del término 'verdad', que cumpla las condiciones de ser «materialmente adecuada» [*materially adequate*] y «formalmente correcta» [*formally correct*]. Por «adecuación material» entiéndase que la definición deseada no se propone especificar el significado de una palabra familiar que se emplea para denotar una noción nueva; por el contrario, se propone recoger el sentido que tenía originalmente el término 'verdad' en el enfoque correspondentista o en la concepción clásica de verdad.

Por su parte, la «corrección formal» consistirá en ofrecer una descripción de la estructura formal del lenguaje en la cual se dará la definición, especificando las palabras, conceptos o términos que se usarán al definir, de tal forma que Tarski señala que "en esta construcción (de la definición de verdad) no hará uso de algún concepto semántico si no es capaz previamente de reducirlo a otros conceptos"[15]. Es decir, se busca que el término 'verdad' esté definido con suma claridad y precisión, sin hacer uso de algún término cuyo sentido admita duda alguna.

Para Tarski, la «definición de verdad» no es un correlativo del «criterio de verdad». Esto es, que el hecho de decir en qué consiste la verdad (que es dar una «definición de verdad») no implica de alguna forma, ya sea de manera explícita o implícita, el dar un «criterio de verdad» (que dice cuando una determinada entidad, por ejemplo, una teoría o enunciado, es verdadera o falsa). Así, para Tarski, si tenemos una «definición de verdad» consistente en el acuerdo entre aserciones y hechos, no tenemos un «criterio de verdad», pues siempre podemos equivocarnos al decir que una determinada entidad es verdadera. Por lo que,

[15] Alfred Tarski, *The concept of truth in formalized languages*, p. 153

desde el punto de vista tarskiano, resolver el problema de una «definición de verdad» no consiste en explicar qué es lo que estamos haciendo cuando adscribimos verdad a una oración, sino en establecer una definición que fije la extensión de las atribuciones veritativas.

La extensión del concepto que va ser definido (o sea, la extensión de las atribuciones veritativas) se fundamenta de manera esencial, "sobre el lenguaje particular puesto en consideración. [Pues] la misma expresión puede en un lenguaje ser una declaración verdadera y en otro puede ser falsa o carente de sentido"[16]. Por ello, Tarski analiza la posibilidad de la construcción de la definición semántica de verdad, tanto en el lenguaje natural o coloquial como en el lenguaje formalizado de la ciencia deductiva. Las conclusiones a las que llega sobre tal posibilidad, así como las características para cada tipo de lenguaje, las veremos a lo largo de la exposición siguiente.

II. CONDICIÓN DE ADECUACIÓN MATERIAL

El predicado 'verdadero' aparece en diferentes contextos y se aplica a distintas categorías de cosas. Por ejemplo, Raúl Gutiérrez en su libro "*Introducción a la lógica*" habla de la verdad aplicada a los ámbitos ontológico y moral, para referirse, en el primer caso a la adecuación de la cosa con su idea ejemplar, y en el segundo, a la adecuación de las palabras con el pensamiento. Frente a tal complejidad, una alternativa razonable es restringir los objetivos. Por consiguiente, Tarski señala que por conveniencia aplicará el término 'verdad' sólo a ciertas expresiones lingüísticas, a saber, oraciones[17] [*sentences*] y deja de

[16] Alfred Tarski, *The concept of truth in formalized languages*, p. 153.
[17] Utilizaré en el transcurso de este escrito la palabra 'oración' como equivalente a 'enunciado'.

lado las proposiciones[18], debido a la complejidad de la definición de estas últimas. Enseguida, aclara qué entiende por «oración», lo que en gramática se denomina comúnmente ‘oración enunciativa’ u ‘oración declarativa’, es decir, enunciados expresados en modo indicativo, por ejemplo: ‘La nieve es blanca’, ‘2 es un número par’, ‘París es la capital de Francia’, ‘El pasto es verde’, ‘La Luna es el único satélite natural de la Tierra’, etcétera.

Como la intención de Tarski es no dejar de lado el sentido original que tenemos de ‘verdad’, en la construcción de su definición indica que la concepción “clásica” o de “correspondencia” sirve de base para su argumentación. Para ello, cita la definición aristotélica de ‘verdad’: “decir de lo que es que no es, o de lo que no es que es, es falso; mientras que decir de lo que es que es, o de lo que no es que no es, es verdadero”.[19] Adapta esta definición a terminología moderna y la expresa de la manera siguiente: “la verdad de una oración consiste en su concordancia (o correspondencia) con la realidad”.[20] Pero aún adaptando la concepción aristotélica de la verdad a la terminología moderna no puede considerarse una definición satisfactoria, debido a que aún resulta ser una formulación insuficientemente clara y precisa, pues si la verdad de una oración [*sentence*] se cumple o no en virtud de su correspondencia con la realidad, se necesita explicar dos aspectos: 1) en qué consiste tal correspondencia y 2) cuáles son los elementos con los que el lenguaje se corresponde. Por lo tanto, la anterior formulación aún puede conducir a equivocación. “Sin embargo su intuitivo significado y general intención parecen ser bastante claras e inteligibles. Hacer esta intención más definida y darle una forma correcta, es precisamente la tarea de una definición semántica”[21].

---

[18] Una definición de proposición la encontramos en el libro de “*Lógica matemática elemental*” de Benson Mates, quien dice “Las proposiciones son los sentidos o significados de los enunciado”, p. 24. Desconozco si Tarski haya dado una definición de proposición en algunos de sus escritos.
[19] Aristóteles. *Metaphysica*, En Tarski, *Op. Cit.*, p. 12.
[20] Alfred Tarski. *La concepción semántica de la vedad y los fundamentos de la semántica*, Nueva visión, Buenos Aires, 1972, p. 12.
[21] Alfred Tarski, *The concept of truth in formalized languages*, p.155.

Por tal motivo, Tarski emprende la búsqueda de una expresión más precisa del término ‘verdadero’ y la formulación de las condiciones en que se considerará correcto su uso en un determinado lenguaje. Por lo cual, su primer paso es fijar la extensión del predicado veritativo (hecho que Tarski nombra como obtención de un criterio de adecuación material de la definición de verdad).

Para formular un criterio de adecuación, Tarski recurre al empleo de entrecomillado [*quotation-mark*] para distinguir entre el *usar* una expresión lingüística refiriéndose a algo distinto de sí misma y el *mencionar* una expresión (hablar acerca de ella). Esto trae consigo el establecimiento de una distinción nítida entre los nombres y lo que éstos nombran.

Así, para evitar confusiones “al hablar acerca de, o mencionar, un objeto, ordinariamente usamos una expresión lingüística que nombra a ese objeto o se refiere a él de algún otro modo”[22], entonces, se entrecomilla una expresión cuando se esté mencionando. Para ilustrar supongamos las siguientes oraciones:

Felipe tiene dos manos (1)

‘Felipe’ es un vocablo trisilábico (2)

En (1) formulamos un enunciado en el cual se atribuye una propiedad a una entidad: la entidad cuyo nombre es ‘Felipe’. Decimos en tal caso que Felipe es mencionado y ‘Felipe’ es usado. En cambio, en (2) formulamos un enunciado en el cual se atribuye una propiedad a un nombre: el nombre ‘Felipe’. Decimos en tal caso que el signo ‘Felipe’ es mencionado y “Felipe” es usado. Es decir, en el primer caso se usa un nombre para referirse a un ente; en el segundo se usa un nombre para referirse a una palabra. Así, de lo anterior se sigue que en toda expresión lingüística los nombres que en ella ocurren deben estar en su función de uso y no de mención. Por lo tanto, el nombre, o la expresión, que se use no

[22] Benson Mates, Ob. Cit., p. 35.

será lo mismo que la cosa a la que hace referencia y que es mencionada al usar el nombre.

De tal forma, que si se quiere decir algo sobre la entidad cuyo nombre es ‘Felipe’ y se emplean expresiones tales como:

‘Felipe’ es un ser humano
‘Felipe’ es mexicano

De acuerdo con la distinción entre *uso* y *mención* de una expresión, no estamos procediendo correctamente. Pues en las anteriores expresiones ‘Felipe’ se menciona y no se usa. La manera correcta de proceder es:

Felipe es un ser humano
Felipe es mexicano

Por su parte, si lo que queremos es hablar acerca de una expresión, es decir, *mencionarla*, es correcto escribirla entre comillas, por ejemplo:

‘Felipe’ tiene seis letras
‘Felipe’ es un vocablo trisilábico

Las anteriores expresiones son enunciado donde el nombre ‘‘Felipe’’ se está usando. Por consiguiente, los enunciados (1) y (2) hubieran debido colocarse entre comillas, pues en ambos casos hemos mencionado dichos enunciados, pero es usual adoptar el expediente de suprimir las comillas cuando la expresión es escrita en una línea separada del contexto como lo venimos haciendo.

Algo importante a considerar es que el dar un nombre a un objeto, y en nuestro caso a oraciones, es un procedimiento arbitrario, es decir, no sólo mediante la adjunción de comillas se pueden obtener los nombres, sino también se puede proceder de otras formas. Por ejemplo, uno bien podría llamar al enunciado ‘Felipe tiene dos píes’ como ‘X’ o formar su nombre mediante la técnica de la concatenación de la primera letra de cada palabra que aparece en la oración. De acuerdo con la técnica descrita anteriormente, de la siguiente oración:

Felipe tiene dos pies.

Obtendríamos a ‘Ftdp’ como su nombre, ya que ‘F’ es la primera letra de la primera palabra que aparecen la oración, ‘t’ es la primera letra de la segunda palabra, ‘d’ es la primera letra de la tercer palabra y ‘p’ corresponde a la primera letra de la última palabra que integra la oración. Sin embargo, esta técnica no es muy adecuada, pero recurrí a ella para demostrar que debe tenerse mucho cuidado al formular un método de generación y asignación de nombres a expresiones, pues puede darse el caso donde por lo menos dos enunciados distintos tengan el mismo nombre. Por ejemplo, las oraciones:

Felix tiene dermis pálida
Felipe tiene dos pies.

Aunque son dos enunciado distintos, al aplicar la anterior técnica descrita para nombrar a cada una de ellas, se obtiene que ‘Ftdp’ es su correspondiente nombre de cada una. Situación que genera un problema, pues en un contexto donde se trabaje con ambas oraciones se puede llevar a confusión cuando se utilice su nombre para mencionarlas, ya que no puede determinarse a qué enunciado precisamente se menciona.

Otra alternativa para obtener los nombres de las oraciones, sería aplicar el sistema de los números de Gödel (conocido también como el método de la aritmetización, que consiste en asociar biunívocamente números enteros a los objetos del sistema formal que se estudia) que evita la duplicidad de nombres entre las expresiones del sistema.

Otro método de obtención de nombres, y que es empleado por Tarski en "*The concept of truth in formalized languages*", es el llamado «estructural-descriptivo» [*structural-descriptive*], que básicamente consiste de dos cosas. Primero, en tener nombres "para todas las letras y todos los signos con que las palabras y expresiones del lenguaje en consideración está compuesto. Por ejemplo, [de esta forma] podríamos usar 'A', 'E', 'Efe', 'Jota' y Pe" como nombres de las letras 'a', 'e', 'f', 'j' y 'p'"[23], y segundo, en considerar el orden que cada signo y letra ocupa dentro de la expresión a nombrar. Por consiguiente, como nombre «estructural-descriptivo» de la siguiente expresión:

(3) La nieve es blanca

Tenemos:

(4) Una expresión que consta de cuatro palabras, la primera compuesta de dos letras Ele y A (en ese orden), la segunda de cinco letras Ene, I, E, Uve y E (en ese orden), la tercera de dos letras E y Ese (en ese orden), la tercera de seis letras Be, Ele, A, Ene, Ce y A (en ese orden).[24]

[23] Alfred Tarski, *The concept of truth in formalized languages*, p. 157.
[24] Para mayor detalle de los nombres «estructural descriptivo» consultar paginas 156 y 157 de "*The concept of truth in formalized languages*".

De manera que (4) y ‘La nieve es blanca’ son nombres de la expresión (3). No obstante, por razones de simplicidad, se opta por la adjunción de comillas a la oración que se nombra.

Una vez aclarado el criterio sobre el uso y mención de una oración, al formular el criterio de adecuación material, Tarski pasa a fijar la extensión del predicado veritativo. Es decir, el objetivo consiste en ofrecer una expresión que sirva como esquema de representación para cada una de las posibles oraciones atributivas de verdad. Siguiendo su propio ejemplo, tenemos:

‘la nieve es blanca’ es verdadera si, y sólo si, la nieve es blanca.

En la expresión anterior, lo entrecomillado es el nombre de la oración misma que figura como segundo miembro. Así, al llamar verdadero al enunciado, llamamos blanca a la nieve, de forma que si se desea decir algo a cerca de una oración, por ejemplo, que es verdadera, se debe usar el nombre de ella y no la de oración misma como señala Tarski:

> Desde el punto de vista de la gramática de nuestro lenguaje, una expresión de la forma ‘X es verdadera’ no se convertirá en una oración significativa si en ella remplazamos ‘X’ por una oración o por cualquier otra que no sea su nombre, ya que el sujeto de una oración sólo puede ser un nombre o una expresión que funcione como nombre. [Además], las convenciones fundamentales que regulan el uso de cualquier lenguaje requieren que, toda vez que nos pronunciemos acerca de un objeto, sea el nombre del objeto el que se emplee y no el objeto mismo.[25]

Siguiendo los criterios señalados anteriormente, si tenemos una oración cualquiera la podemos remplazar por la letra ‘p’; ahora, al formar el nombre de dicha oración remplacémoslo por la letra ‘X’. Al establecer la relación lógica que existe entre ‘p’ y ‘X es verdadera’, obtenemos la siguiente equivalencia:

---

[25] Alfred Tarski, *The Semantic Conception of Truth and the Foundations of Semantic,* p. 14.

X es una oración verdadera si, y sólo si, p (T)

Tarski llamó a la anterior equivalencia, en la que ‘p’ sea remplazada por cualquier oración del lenguaje a la que se refiere la palabra ‘verdadero’ y ‘X’ sea remplazada por un nombre de esta oración, como «esquema de la forma (T)». Dicho esquema sirve para fijar la extensión del predicado ‘... es verdad’ a las cosas a las que se aplica, a saber, las frases de determinados lenguajes. Después señala que pretende usar el término verdadero de manera tal que puedan demostrarse todas las equivalencias de la forma (T), y si todas estas equivalencias se siguen de una definición de verdad, entonces se llamará ‘adecuada’ a dicha definición. Con lo anterior está precisando el uso del término ‘verdadero’ adecuado desde el punto de vista material.

Para Tarski, cualquier definición aceptable de la ‘verdad’ debe tener como consecuencia todas las instancias de su esquema T. Sin embargo, hasta este momento toda equivalencia de la forma (T) obtenida remplazando ‘p’ por una oración particular cualquiera y ‘X’ por un nombre de tal oración, sólo puede considerarse una definición parcial de la verdad que explica únicamente en qué consiste la verdad de dicha oración individual. La definición general consiste “en una conjunción lógica de todas las definiciones parciales”[26]. Es decir, Tarski piensa que cada instancia del esquema T sólo da definiciones parciales de la verdad, ya que sólo la totalidad de tales oraciones T para un lenguaje podría ofrecer una definición completa, pero puesto que el número de oraciones de un lenguaje es potencialmente infinito, no podría articularse esa totalidad de oraciones T.

El peso que atribuye al Esquema T es importante en lo que el mismo Tarski llamó «la concepción semántica de la verdad» para designar la concepción de la verdad que acaba de exponer. De hecho, “el esquema T y las oraciones T

[26] *Ibidem*. p. 16

proveen el único contacto entre las verdades intuitivamente obvias acerca de la verdad y la semántica formal”[27]. Pero, ¿qué es la semántica? El propio Tarski responde que “la semántica es una disciplina que –para decirlo sin gran precisión- se ocupa de ciertas relaciones entre las expresiones de un lenguaje y los objetos (o «estados de cosas») a que se «refieren» esas expresiones”.[28] Sin embargo, como Tarski no es muy explícito, considero conveniente hablar un poco más de la semántica.

Actualmente, la semántica es una de las ramas que conforman a la semiótica. Es preciso, por tanto, aclarar qué es la semiótica.

La semiótica (en la tradición anglosajona), también conocida como semiología (en la tradición continental), es definida de acuerdo con sus principales fundadores (el filósofo estadounidense C. S. Peirce y el lingüista suizo Ferdinand de Saussure) como “la ciencia de las leyes necesarias generales de los signos.”[29] Se divide en tres ramas: la sintaxis, la pragmática y la semántica.

La sintaxis estudia los signos como puras y simples figuras, independientemente de lo que designan y significan, es decir, “la concatenación estructurada y el ordenamiento de los signos dentro de un sistema”.[30] Por lo tanto, es la teoría de la construcción o formación de todo lenguaje. Por ejemplo, una regla sintáctica del castellano es que el plural de los nombres se forma agregando una ‘s’ al final.

La pragmática estudia los signos en su relación con los sujetos que los usan. Por ejemplo, el sistema binario utilizado en el ámbito de la computación en vez del sistema decimal, por la razón pragmática (de carácter técnico) de que los circuitos electrónicos basan su funcionamiento con sólo dos estados.

---

[27] Strausson, *En defensa del Esquema T*, p. 83.
[28] Alfred Tarski, *The Semantic Conception of Truth and the Foundations of Semantic,* p.72
[29] Javier Sánchez, *Principios generales de una teoría fregeana del nombre para la lógica formal,* en Signos -Anuario de humanidades, Tomo II, UAM, México, 1989, p. 228
[30] *Ibidem*. p. 230

La semántica trata de (ciertas) relaciones entre las expresiones de un lenguaje, y los objetos de los cuales se refieren esas expresiones, es decir, estudia las relaciones entre el símbolo y lo que significa. Algunas de estas relaciones son: designación, definición y satisfacción, por ejemplo, la expresión 'el libertador de América' *designa* a Simón Bolívar; la ecuación '4x=2' *define* al número 2; y París *satisface* la función proposicional 'x es la capital de Francia'.

Por su parte, la palabra 'verdadero' ejerce una función importante dentro de la semántica, pues 'verdadero' es un predicado que expresa una propiedad de ciertas expresiones (en este caso, oraciones que dependen del mundo). Así lo señala Tarski cuando dice: "Mientras las palabras 'designa', 'satisface' y 'define' expresan relaciones, la palabra 'verdadero' posee una naturaleza lógica diferente: expresa una propiedad (o denota una clase) de ciertas expresiones, a saber, de oraciones".[31] Esto es, la verdad de una oración [*sentence*] se deriva, en términos generales, de la correspondencia de sus constituyentes con los objetos de la realidad, de tal forma que la verdad de la oración depende de los valores semánticos de las partes. Por ejemplo, una oración como 'la nieve es blanca' es verdadera pues sus miembros tienen referencia y es un hecho que la nieve es blanca, Así, la oración es verdadera en virtud de poseer una estructura predicacional que contiene palabras que poseen ciertas relaciones referenciales con la realidad y en virtud del modo en que la realidad es. Por lo cual, la noción de verdad cae dentro de la semántica. Y de hecho, "la propiedad para un enunciado o proposición de un sistema, de *ser verdadera* en un campo de *interpretación* dado, es una propiedad semántica".[32] Por tal motivo, Tarski llama a su definición de verdad como 'concepción semántica de la verdad'.

Mediante la especificación del 'esquema T' se ha provisto un criterio para la «adecuación material». No obstante, hasta este punto no se ha dado una definición que cumpla la condición de ser "formalmente correcta". Para proceder

[31] Strausson, *En defensa del Esquema T*, p 72.
[32] Jean Ladriere, *Limitaciones internas de los formalismos*, p. 262.

con esto, es preciso determinar el lenguaje en el cual se aplicará la ‘concepción semántica de verdad’.

III. CONDICIÓN DE CORRECCIÓN FORMAL.

Primeramente, Tarski analiza los lenguajes naturales o coloquiales (polaco, alemán, ingles, español, portugués, italiano, etc.) y señala que “un rasgo característico de estos lenguajes (en contraste con varios lenguajes científicos) es su universalidad”[33]. Analiza la posibilidad de la construcción de la definición de verdad considerando cumplir con el «esquema T», pues recordemos que éste es un criterio, no de la verdad de una proposición, sino de la corrección misma de una definición de la verdad. Es decir, una definición de ‘verdadero’ sólo podrá ser correcta si implica las equivalencias T. Por ello, recurre al problema lógico de las llamadas paradojas semánticas que implica directamente la noción de verdad.

Desde la antigüedad, ya se conocían algunas paradojas, y otras fueron descubiertas apenas el siglo XX.[34] Actualmente, “en el ámbito de la lógica se distinguen dos grandes categorías: paradojas sintácticas y paradojas semánticas”[35]. Entre las primeras tenemos aquellas paradojas que sólo comportan conceptos matemáticos (como el de conjunto) y operaciones pertenecientes a la lógica de predicados (como la generalización). Estas paradojas derivan en

[33] Alfred Tarski, *The concept of truth in formalized languages*, p. 164

[34] Hay varios tipos de paradojas, entre algunas de las más celebres tenemos: 1) Paradoja de Rusell (1902): La clase R cuyos elementos son todas las clases que no pertenecen así mismas, ¿Es R un elemento de sí mismo o no? Así, la clase de todas las clases que no pertenecen a sí misma pertenece a sí misma si y sólo si no pertenece a sí misma. Lo cual es una contradicción. 2) Paradoja de Kurt Grelling (1908): un adjetivo es heterológico si la propiedad denotada por el adjetivo no se aplica al adjetivo mismo, y es autológico si la propiedad denotada por el adjetivo es satisfecha por el mismo. Así, ‘verde’ es heterológico y ‘polisilábico’ es autológico. Ahora, ¿‘heterológico’ es heterológico? Si es heterológico entonces no satisface la propiedad denotada por él mismo y, por tanto, no es heterológico; si no es heterológico entonces satisface la propiedad denotada por el mismo y, por tanto, es heterológico.

[35] Jean Ladriere, *Limitaciones internas del formalismo*, p. 80.

contradicción cuando no se establece ninguna distinción entre las categorías de expresiones que incluyen.

Las paradojas semánticas son aquellas que hacen intervenir relaciones entre los elementos lógicos considerados y las entidades exteriores del sistema al que pertenecen y que tratan de representar (como los conceptos ‘verdadero’ y ‘definible’). La paradoja semántica de mayor difusión es la de ‘Epiménides’ o ‘El Cretense’, descrita en varios libros de lógica como la antinomia del Mentiroso, y que, presentada con cierta modificación, consta de lo siguiente:

- Un hombre dice: “estoy mintiendo”. La consecuencia de ello es:
- Si el hombre esta mintiendo entonces lo que dice es verdadero y por tanto no miente.
- Si el hombre no está mintiendo, entonces lo que dice es verdad, y por consiguiente esta mintiendo.
- Por lo tanto, el hombre dice la verdad si y sólo si él miente, lo cual es una contradicción.

Por lo que tenemos anteriormente, vemos que una paradoja semántica es la derivación de una contradicción explícita de lo que parecen ser principios perfectamente obvios. Para aclarar más esto, presentemos un ejemplo similar al expuesto por Tarski en “*The Semantic Conception of Truth and the Foundations of Semantic”*, construido desde nuestro lenguaje natural (español), por lo cual supongamos que tenemos lo siguiente:

> la oración impresa en la página 17, línea 25 y 26, de este trabajo, no es verdadera.

Abreviando el anterior enunciado con la letra ‘s’, y de acuerdo con la convención relativa al uso adecuado del término “verdadero” descrito por Tarski, se puede afirmar la siguiente equivalencia de la forma (T):

(5) ‘s’ es verdadera si, y sólo si, la oración impresa en la página 17, línea 25 y 26, de este trabajo, no es verdadera.

Sin dejar de lado el significado del símbolo ‘s’, se puede establecer de forma empírica, esto es, contando los renglones y viendo el número de página se verifica que:

(6) ‘s’ es idéntica a la oración impresa en la página 17, línea 25 y 26, de este trabajo.

Ahora, haciendo uso de la ley de la teoría de la identidad[36] (la ley de Leibniz), se deduce de (6) que podemos sustituir en (5) la expresión ‘la oración impresa en la página 17, línea 25 y 26, de este trabajo’ por el símbolo ‘s’, obteniendo así:

(7) ‘s’ es verdadera si, y sólo si, ‘s’ no es verdadera.

De esta forma llegamos a una contradicción obvia, semejante a la antinomia del mentiroso. Ahora, para no dar cabida a duda alguna, presentemos la paradoja con un ejemplo similar al expuesto por Tarski en “*The Conception of Truth in formalized languages”*, desde luego, construido desde nuestro lenguaje natural (español), por lo cual usaremos ‘c’ como una abreviación tipográfica de la expresión:

‘el enunciado impreso en está página, línea 26 contando desde arriba’.

[36] Si dos entidades son idénticas, lo que es verdadero de una también es verdadero de la otra. Por tanto, sea ‘x’ e ‘y’ dos entidades, tenemos que son idénticas si tienen las mismas propiedades extensionales, es decir, si pertenecen a la misma clase. Y su notación correspondiente es: (x)(y)(x = y à (Fx ↔ Fy))

Ahora consideremos la siguiente oración:

c no es un enunciado verdadero.

Al considerar el significado del símbolo ‘c’, podemos establecer empíricamente:

(*) ‘c no es un enunciado verdadero’ es idéntico a c (por convención T)

(**) ‘c no es un enunciado verdadero’ es un enunciado verdadero si y sólo si c no es un enunciado verdadero.

De (*) y (**), junto con las leyes de la lógica tenemos:

c es un enunciado verdadero si y sólo si c no es un enunciado verdadero.

Lo cual es una contradicción. Ahora, al analizar, por qué se da, vemos que “para construir la aserción (**) nosotros hemos sustituido por el símbolo ‘p’ en el esquema de la «convención T» una expresión que ella misma contiene el término ‘enunciado verdadero’”[37]. Es decir, al analizar las condiciones que nos condujeron a la contradicción en el lenguaje natural español (y en el conjunto de los lenguajes naturales), Tarski señala que se asumen las tres suposiciones siguientes:

I) Que el lenguaje en el que se construye la paradoja contiene “además de sus oraciones y expresiones, también los nombres de estas oraciones y expresiones, así como términos semánticos tales como el término ‘denotación’ o ‘verdadero’ referido a oraciones del propio

[37] Alfred Tarski, *The concept of truth in formalized languages*, p. 158.

lenguaje”[38]. Por consiguiente, la universalidad de dicho lenguaje lo hace ser directamente autoreferencial y se le llama «semánticamente cerrado» porque no restringe que el predicado ‘verdadero’ no debe ser aplicado a enunciados que lo contienen, es decir, se trata de un lenguaje que contiene sus propio medios para referirse a sus propias expresiones.

II) Que el lenguaje en donde se construye la paradoja se rige por las leyes ordinarias de la lógica usual.

III) Que el lenguaje permite formular y afirmar premisas empíricas como la oración: ‘‘s’ es idéntica a la oración impresa en la página 17, línea 25 y 26, de este trabajo’.

Señala Tarski, entonces, que “las antinomias parecen proporcionar una prueba de que cada lenguaje que es universal, y para el que las leyes de la lógica se aplican, resulta ser inconsistente[*]”[39]. Por consiguiente, de las tres características que Tarski consideró como rasgos conspicuos de los lenguajes naturales, podemos rechazar, la suposición (III) por resultar no esencial, ya que sin ella aún es posible reconstruir la antinomia del mentiroso. En cambio las suposiciones (I) y (II) llevan a antinomias en todo lenguaje que las asume a ambas, y nos permiten ver que:

> Dado un lenguaje L que contiene: su propias expresiones, símbolos lógicos [interpretados de forma usual], y los nombres de cada una de sus expresiones, en el que cada uno de sus oraciones [*sentences*] es verdadero o falso, tenemos que L no puede contener un predicado ‘...es verdadero’ que satisfaga las equivalencia del esquema T.[40]

[38] *Ibidem*, p. 164.
[*]* Un lenguaje es inconsistente si y sólo si alguno de sus enunciados y la negación de éstos, son ambos verdaderos en ese lenguaje.
[39] Alfred Tarski, *The concept of truth in formalized languages*, pp. 164-165
[40] *Ibidem*, pp. 158, 164.

Lo anterior se conoce como el Teorema de Tarski sobre la indefinibilidad de la verdad de un propio lenguaje, y nos viene a decir que ”un lenguaje suficientemente rico [o sea, un lenguaje universal] no puede representar su propia semántica”.[41] Con base en el teorema anterior, Tarski concluye que en los lenguajes naturales [*colloquial languages*] “es imposible dar una definición de la noción de verdad o incluso el usar esta noción de una manera consistente y en acuerdo con las leyes de la lógica”.[42] Por lo tanto, para evitar paradojas y antinomias Tarski opta por lo siguiente:

- Primeramente, decide dejar de lado a los lenguajes naturales (español, alemán, inglés, polaco, etc.) dadas sus características propias.
- En segundo lugar, opta por rechazar al menos una de las suposiciones (I) o (II).

Si se intenta resolver el problema rechazando la suposición (II), es decir, pretendiendo cambiar la lógica (suponiendo que sea posible), tendríamos, como lo señala Tarski, consecuencias aún peores que la propia paradoja. Por consiguiente, nos queda rechazar la suposición (I).

Al resolver el problema rechazando la suposición (I), implica que Tarski pase a definir su concepto de ‘verdad’ sobre un lenguaje con una estructura especificada exactamente, o sea, un lenguaje formal que tenga la propiedad de no ser semánticamente cerrado.

Un lenguaje formal (LF) está dado por un conjunto de símbolos que se combinan entre sí para formar *expresiones bien formadas* mediante *reglas de formación* especificadas de antemano. Las expresiones bien formadas son todas las expresiones «gramaticalmente correctas» del lenguaje formal. Por lo tanto, un LF consta de una serie de signos (que constituyen su alfabeto), un conjunto de

[41] Enciclopedia Word iQ, iQ, E.U., 2004
[42] Alfred Tarski, *The Conception of Truth in formalized languages*, p. 153.

términos y un conjunto de fórmulas (que son ciertas combinaciones o secuencias de signos del alfabeto). Además, Tarski señala que:

> Algunas de las propiedades esenciales que todos los lenguajes formales poseen son: (a) para cada uno de estos lenguajes se da una lista o descripción de las condiciones estructurales de todos los signos con que las expresiones del lenguaje esta formada; (b) entre todas las posibles expresiones que pueden ser formadas con estos signos, podemos distinguir a los enunciados por medio de sus puras propiedades estructurales.[43]

De tal forma que en un lenguaje formal se deben de caracterizar, sin prestarse a ambigüedad o a algún tipo de confusión, las palabras y expresiones que se vayan a considerar con sentido. Además, se tiene que establecer su sintaxis, ya que ésta nos da los criterios para distinguir a cuáles expresiones se les llamará 'oraciones', y fórmula las condiciones en que puede afirmarse una oración del lenguaje, por estar bien formada.

Al rechazar la suposición (I) y continuar con el tratamiento del problema de la definición de la verdad, Tarski desarrolla la llamada 'teoría de la jerarquía de lenguajes' planteada por Bertrand Russell en 1922[44], y propone emplear dos lenguajes diferenciados que "con base en la función que desempeñan en el análisis, se denomina *lenguaje objeto* al lenguaje que es objeto de estudio y *Metalenguaje* al lenguaje con ayuda del cual se estudia el *lenguaje objeto*".[45] Esta distinción desarrollada por Tarski, como señala Irvin Copi, es relativa, pues "cualquier lenguaje, no importa qué tan simple o complejo sea, es un *lenguaje objeto* cuando se habla de él. Y cualquier lenguaje (que debe ser un lenguaje interpretado, significativo) es un *metalenguaje* cuando se le usa en la discusión de un lenguaje objeto"[46]. Es decir, "debemos distinguir claramente entre el

---

[43] Alfred Tarski, *The Conception of Truth in formalized languages*, p. 166
[44] Para más detalle ver: José Ferrater, *Lógica matemática*, FCE, México, 1992, p. 178.
[45] Stuar Brown, et al., *One Hundred twentieth-Century Philosophers*, Routledge, E. U., 1998, p. 214
[46] Irving M. Copi, Lógica simbolica,Cecsa, México, 1989, p. 204

lenguaje sobre el cual hablamos y el lenguaje con el que hablamos”.[47] Así, para ilustrar, en el caso de una gramática francesa escrita en castellano, el francés es el *lenguaje objeto* y el castellano el *metalenguaje*. En el caso de una expresión en español escrita en español, el español es, a la vez, tanto el *lenguaje objeto* como el *metalenguaje*. También puede darse el caso en el que el *lenguaje objeto* sea el *metalenguaje* de su propio *metalenguaje* y viceversa, es decir, supongamos que con el español estudiamos el alemán y que con el alemán el español.

Al ser la distinción relativa y no absoluta, hay varias posibilidades como lo vimos anteriormente. Podemos suponer el caso donde la serie de metalenguajes sea infinita, es decir, donde si se quisiera estudiar a algún *metalenguaje*, se haría con su *meta-metalenguaje,* al querer estudiar este último lo haríamos con su *meta-meta-metalenguaje*, y así sucesivamente. No obstante, con el fin de evitar reduplicación de ‘meta’ antepuesto a ‘lenguaje’ en el caso donde tengamos la serie de metalenguajes infinita, actualmente se suele emplear algunas veces el índice ‘L_N’. De esta manera, un lenguaje cualquiera L_N, indica su metalenguaje como L_{N+1}, tal que L_{N+2} es el metalenguaje de ese metalenguaje, y así sucesivamente. Sin embargo, es sumamente importante tener en cuenta que esto no quiere decir que si tenemos a L_1 como *lenguaje objeto,* no significa que de entrada tengamos ya especificado a L_2 como el metalenguaje de L_1, y a L_3 como metalenguaje de L_2; simplemente se trata de una convención que algunos lógicos emplean para expresar la relación entre *lenguaje objeto* y *metalenguaje*.

Tarski introduce la distinción entre *lenguaje objeto* y *metalenguaje* para tratar el problema de la definición de la verdad. El primero es un *lenguaje objeto* L_0, el cual básicamente es el lenguaje del que "se habla", y al cual en sus oraciones se les aplicará la definición de ‘verdad’ que se busca, es decir, L_0 es un lenguaje que no puede expresar su propia semántica; el segundo, es un

[47] Alfred Tarski, *The Conception of Truth in formalized languages*, p. 167.

metalenguaje L_1, en el cual se construirá la definición de verdad para el lenguaje objeto L_0.

Con la distinción entre niveles del lenguaje (lenguaje objeto L_0, metalenguaje L_1) y con la aclaración de a qué niveles pertenecen los predicados semánticos, Tarski evita las paradojas. Por ejemplo: 'X' es verdadero en L_N si, y sólo si, X. Donde todo enunciado que sustituya a 'X' deberá pertenecer al lenguaje L_N en cuestión. Así, supongamos que queremos expresar el enunciado 'Todo es relativo' es verdadero cuando el enunciado en cuestión pertenece al lenguaje L_0, escribimos:

'Todo es relativo' es verdadero en L_0 (8)

Como 'Todo es relativo' pertenece al lenguaje L_0, donde se afirma que el enunciado del lenguaje L_0: 'Todo es relativo', es verdadero, pertenecerá al lenguaje L_1, y si queremos afirmar a su vez que (8) es verdadero, se escribe:

''Todo es relativo' es verdadero en L_0' es verdadero en L_1 (9)

Así como (8) pertenecía al lenguaje L_1, (9) pertenecerá al lenguaje L_2. De tal forma, con la ayuda de la distinción entre niveles el lenguaje, se eliminan las paradojas.

Sea L_0 el lenguaje objeto y L_1 el metalenguaje de L_0, se requiere que el lenguaje L_0 para el que se define el concepto de 'verdad' sea especificable. Esto quiere decir que debemos poseer un procedimiento para determinar, dada cualquier expresión, si ella es un enunciado [*sentence*] de dicho lenguaje objeto L_0. Al mimo tiempo, el *metalenguaje* L_1 debe cumplir con ciertas características para poder construir con él la definición de verdad del *lenguaje objeto* L_0, como son:

- Toda oración que figure en el lenguaje objeto L_0 también debe poder figurar en el metalenguaje L_1 (es decir, "que el metalenguaje debe contener al lenguaje objeto como una parte de él"[48]).
- Las equivalencias de la forma (T) se tienen que poder formular en él.
- Tener la riqueza suficiente para permitir la construcción de un nombre para cada una de las expresiones (y de las relaciones entre ellas) de L_0, ya sea mediante el mecanismo de adjunción de comillas o cualquier otro.
- Permitir traducciones de todos los enunciados de L_0 en L_1.
- Contener términos y expresiones de carácter lógico general y variables de un tipo lógico superior a las de L_0.
- No debe contener términos indefinidos, a excepción de los involucrados implícita o explícitamente en observaciones precedentes, es decir, el metalenguaje sólo debe incluir tres clases de términos indefinidos: términos tomados de la lógica, términos del lenguaje-objeto correspondiente y nombres de expresiones del lenguaje-objeto. Esto es que L_1 "debe llevar consigo un conjunto de axiomas que expresen todo lo que se necesita asumir para el propósito de definir y justificar en términos claros e inequívocos el concepto 'verdad'"[49].
- Que el predicado 'verdadero' nunca sea aplicable a enunciados que lo contienen, así el metalenguaje no puede contener en sí mismo su propio predicado de verdad.

Una vez dada la estructura formal del lenguaje en que haya de construirse la definición de la verdad, y descritas las condiciones de adecuación material a que se sujetará dicha definición, Tarski emplea técnicas recursivas en su definición de verdad, con el propósito de aplicar tal definición a lenguajes con un

[48] Alfred Tarski, *The Semantic Conception of Truth in formalized languages*, p. 167.
[49] Alfred Tarski, *The concept of truth in formalized languages*, p. 173

número infinito de oraciones (recordemos su idea sobre la definición de verdad como una conjunción lógica de todas la definiciones parciales). Por tal motivo, hace falta identificar estructuralmente los componentes mínimos del lenguaje a los que se les aplica el predicado veritativo y construir la verdad de los restantes componentes a partir de la aplicación de reglas a los componentes básicos. Por ejemplo, al descomponer el siguiente enunciado:

la nieve es blanca y 2 es número par (10)

Constatamos que se componen de los siguientes dos enunciados:

la nieve es blanca (11)

2 es número par (12)

Analizando la situación anterior, tenemos que (11) y (12) son enunciados básicos o simples, ya que ninguno de ellos tiene conectivos lógicos. En cambio (10) es una oración compuesta pues combina enunciados entre sí mediante el empleo del conectivo lógico 'y'. Ahora, si lo que se quiere es determinar la verdad de la oración 'la nieve es blanca y 2 es número par', esto se establece de la siguiente manera:

X es verdadera si, y sólo si (X = '$p \wedge q$', p= 'la nieve es blanca' y q = '2 es número par', y la nieve es blanca y 2 es número par).

Sin embargo, no es posible realizar directamente la tarea anterior en lenguajes donde las expresiones componentes de las oraciones no son ellas mismas oraciones con valor de verdad. Debe observarse que, por ejemplo, el valor de verdad de las oraciones:

Algunos hombres son filósofos (13)

3+x = 6 (14)

Algunos hombres son filósofos y 3 +x = 6 (15)

No depende del valor de verdad de ninguna oración componente. Por lo cual es necesario usar una noción que se aplique a todo tipo de fórmulas, tanto abiertas como cerradas. Es aquí donde Tarski recurre al término semántico de *satisfacción* para construir y dar su definición de 'verdad'. Entendiéndose por *satisfacción:*

> Una relación entre objetos arbitrarios y ciertas expresiones llamadas «funciones proposicionales» [*sentential functions*]. Éstas son expresiones tales como 'x es blanca', 'x es mayor que y', etc. Su estructura formal es análoga a la de las proposiciones; sin embargo, pueden contener variables de las llamadas libres (tales como 'x' e 'y' en 'x es mayor que y') que pueden figurar en enunciado. [50]

Aclarando lo anterior, tenemos que las llamadas 'funciones proposicionales' son expresiones que necesitan un argumento para ser completadas. Para ilustrar, supóngase que alguien dice:

La nieve es blanca (16)

La anterior oración puede ser descompuesta en:

(a) 'La nieve'

Y

(b) '__ es blanca'

---

[50] Tarski. *Concepción semántica de la verdad y fundamentos de la semántica:* en *Teorías de la verdad del siglo XX*, Tecnos, 1997, p.82.

Donde la expresión (a) es un nombre propio que designa[51] a un objeto. Es decir, no necesita de más elementos para ser inteligible. No obstante, el componente (b) tiene un espacio representado por una línea. O sea, es una expresión insaturada o fórmula abierta, pues precisa que un nombre propio sea colocado en el espacio para que la expresión total sea inteligible y tenga un valor de verdad. El nombre propio que es colocado en el espacio de la función es llamado 'argumento'. De acuerdo al argumento que figure en el espacio que tiene la función, la oración resultante será verdadera o falsa.

En todo lenguaje en donde se pueden formular expresiones similares a (b), es decir, «funciones proposicionales» que se definen como fórmulas insaturadas en donde hay variables[52] libres (variables que no están ligadas por ninguna expresión cuantificacional), no es posible aplicar directamente los predicados veritativos. Así, fórmulas como:

x es filósofo (17)

y es blanca (18)

3+z =6 (19)

Son satisfacibles por el conjunto de argumentos que denotan a objetos, y que pueden ser puestos en el espacio del término para función y saturarla. Por ejemplo:

Aristóteles *satisface* la función proposicional 'x es filósofo'

Nieve *satisface* la función proposicional 'y es blanca'

---

[51] La *designación* de un término (ya sea un nombre propio o una descripción definida) es esa cosa del mundo a la que se refiere dicho término. Así, 'el estagirita' *designa* a Aristóteles, 'París' *designa* a la actual capital francesa, 'el actual presidente de México' *designa* a Vicente Fox, etc. No obstante, hay términos sin designación, por ejemplo, 'la estrella más grande del universo' propiamente no sabemos a qué objeto designa.

[52] Benson Mates sugiere que "lo mejor es considerar a las variables, simplemente, como letras del alfabeto, y no como cosas que varían (o nombre de cosas que varían). Se las utiliza para varios propósitos, entre los cuales es uno de los más importantes el de facilitar la expresión de generalizaciones" (*Lógica matemática elemental*, p. 36). Tarski, a lo largo de su exposición de la «concepción semántica de verdad» emplea a las variables para expresar generalizaciones.

3 *satisface* la función proposicional ‘3+z =6’

Por lo cual tenemos que los «sustitutos» y sus «valores» de las variables, al satisfacer las funciones proposicionales, son secuencias de objetos bajo determinadas interpretaciones. Así, una interpretación bajo un lenguaje formal (LF) cualquiera es “especificar un dominio no vacío *D* (esto es, un conjunto no vacío) como el universo de discurso, donde se asigna a cada constante individual que ocurre en un enunciado de LF un elemento de *D*; [también] se asigna a cada predicado *n*-ario una relación *n*-aria entre elementos de *D*, [y se] asigna a cada letra enunciativa uno de los valores de verdad (Verdadero o Falso)”.[53] Es importante considerar que es posible elegir cualquier conjunto no vacío como el dominio de una interpretación, y todas las relaciones *n*-arias entre elementos del dominio son candidatas asignables a cualquier predicado de grado *n*.

Por otra parte, no es preciso que el dominio de la interpretación de una función proposicional sea un conjunto cuyos elementos sean de uso común, es decir, podemos establecer un conjunto exclusivamente integrado por:

D1 = {H. Hesse, M. Ende, T. Mann, J. Goethe}

En lugar de:

D2 = {todos los escritores del mundo}

Y que sirva para *satisfacer* la función proposicional:

x es un literato

---

[53] Benson Mates, *Lógica matemática elemental*, Tecnos, Madrid, 1987, p. 72.

Al sustituir la variable libre ‘x’ por algún elemento del dominio D1 obtenemos una oración verdadera para cualquier de los cuatro casos.

De lo anterior, podemos observar que, para formar una oración en un determinado lenguaje a partir de fórmulas abiertas, se debe ligar las variables libres con alguna expresión cuantificacional, es decir, se satisface la fórmula abierta bajo una determinada interpretación. Así, por ejemplo, sea un lenguaje formal compuesto de {D, P}, en donde D es un conjunto (que no debe ser vacío) cuyos miembros son: s_1, s_2, s_3, ..., tales que:

D = [s_1 = París, s_2 = Berlín, s_3 = Washington, ...)

Y sea P una función proposicional en D. Interpretemos a P como ‘x es la capital de Francia’. En tal caso se dice que P es satisfecha por una asignación de s_1 a x (donde x es la variable libre de P) si la relación sobre D correspondiente a P vale entre los elementos asignados a la variable libre de P. Entonces tenemos que: D $\models$ P[s_1,...], en donde la lista entre corchetes incluye todas las asignaciones a la variable libre de P, del dominio especificado que en este caso particular son algunas de las capitales de países.

Una vez aclarado lo que se entiende por satisfacción, podemos definir con mayor precisión formal, como lo hace Tarski, lo que es un enunciado [*sentence*] de la manera siguiente:

> X es un enunciado (o un significativo enunciado), si y sólo si x es una función proposicional que no contiene variables libres.[54]

Aclarado lo que es satisfacción y enunciado, podemos formular la definición de verdad como lo señala Tarski: “a partir de la definición de otra

[54] Alfred Tarski, *The Conception of Truth in formalized languages*, Definición 12, p. 178.

noción semántica, la de satisfacción, puede obtenerse en forma muy sencilla una definición de verdad”[55]; por lo tanto, tenemos que:

> "Una oración es verdadera si es satisfecha por todos los objetos, y falso en otro caso”.[56]

Lo anterior nos dice que “para una oración sólo hay dos casos posibles: una oración o bien es satisfecha por todos los objetos, o no es satisfecha por objeto alguno”.[57] Así, tenemos que una función proposicional que contiene variables libres, se vuelve una oración verdadera, sólo si se satisface la función proposicional al ser puesto el conjunto de argumentos que denotan objetos en el espacio del término para función y lo saturan.

La definición de Tarski es correcta, después de todas las limitaciones que puso antes de plantearla, pues implica todas las equivalencias de la forma (T), y cumple con ser formalmente correcta y materialmente adecuada, libre de paradojas semánticas. Es aplicable solamente a lenguajes teóricos especialmente diseñados (lenguajes formales) y no es aplicable a los lenguajes cotidianos o naturales ya que estos contienen en sí mismos su propia semántica (son lenguajes cerrados). Por lo cual, en el enfoque tarskiano ‘verdad’ y ‘falsedad’ son calificaciones hechas en el metalenguaje L_1 que versa acerca de las expresiones de un lenguaje objeto L_0 a los enunciados del propio L_0, donde los “portadores de la verdad”[58] son expresiones lingüísticas (o sea, las oraciones del lenguaje objeto L_0, puesto que el predicado veritativo se aplica a las oraciones de dicho lenguaje). Cuando la estructura del lenguaje objeto L_0 involucra fórmulas abiertas, como:

[55] Alfred Tarski, *The semantic Conception of truth and the foundation of semantis*, p. 194
[56] Alfred Tarski, *The semantic Conception of truth and the foundation of semantis*, p. 194.
[57] Alfred Tarski, *The semantic Conception of truth and the foundation of semantis*, p. 194.
[58] Son “portadores de verdad” los objetos susceptibles de tener las propiedades verdadero y falso.

x es verde (20)

Existe el problema de no poder atribuir valor de verdad, pues ‘x’ no es significativo y por consiguiente la expresión ‘x es verde’ tampoco lo es; no obstante, al recurrir a la noción de *satisfacción* se atribuye significado a ‘x’. Por otra parte, cuando el número de oraciones del lenguaje objeto L_0 es infinito, es conveniente dar una caracterización recursiva del predicado veritativo.

Para poder atribuir un valor de verdad a una oración, ésta tiene que ser significativa, lo cual supone que el lenguaje tiene que estar interpretado a través de una correlación (explícita en la parte semántica de L_1) de algunas de sus expresiones con las entidades de la realidad acerca de las cuales versa el lenguaje objeto L_0. Por consiguiente, la oración: ‘la nieve es blanca’ es verdadera si y sólo si la nieve es realmente blanca. Tarski llama su definición ‘Concepción semántica de la verdad’.

IV. PRESENTACIÓN FORMAL DE LA CONCEPCIÓN SEMÁNTICA DE LA VERDAD

Ahora, se dará una presentación formal de la ‘Concepción semántica de la verdad’ que nos permita ver que es una teoría que otorga buenos resultados en el ámbito de las matemáticas. Lo ideal sería hacer esta presentación apegándonos fielmente a la manera como lo hace Tarski en “*The concept of truth in formalized languages*”, es decir, como él mismo señala:

> Indico que elijo como objeto de su consideración [para trabajar] al lenguaje de la ciencia deductiva de mayor simplicidad [...] conocido como el cálculo de clases. [Y más adelante agrega], el cálculo de clases es un fragmento de la lógica matemática y puede considerarse como una de las interpretaciones de una ciencia formal que es comúnmente llamada álgebra de Boole o lógica algebraica

Pero si aceptamos trabajar con los mismos elementos de Tarski, tendríamos forzosamente que introducir toda una descripción del cálculo de clases, junto con todo el cuerpo teórico que despliega. Por ejemplo, entre los signos que integran al lenguaje objeto en el cual trabaja, distingue dos tipos: las constantes y variables. De los primeros introduce sólo cuatro: el signo de negación, el signo de suma-lógica, el signo de inclusión y el cuantificador universal. Y respectivamente los denota de la siguiente forma:

- El signo de negación lo denota por: ‘N’
- El signo de suma-lógica lo denota por: ‘A’
- El signo de inclusión lo denota por : ‘I’
- El cuantificador universal lo denota por: ‘$\prod$’

Por otra parte, las variables las denota por: X_i, X_{ii}, X_{iii}, ... , X_K, siendo K un número natural distinto de cero. Asimismo, cuando aborda las características del metalenguaje con el que trabaja, la situación es más complicada. Por ello, opto mejor por dar una presentación que considero más sencilla, y que, de alguna manera, retrata lo que hace Tarski.

Primero determinemos cuáles son los individuos de quienes vamos a hablar, y después pasemos a establecer el lenguaje para el cual se va a definir el predicado veritativo. Por lo tanto, fijando el universo del discurso, tenemos que son los (números naturales), y el lenguaje para el cual se va a definir el predicado veritativo será un simple lenguaje de primer orden L que consta de los siguientes símbolos:

1. Un conjunto numerable de variables individuales:

   $x_1, x_2, x_3, \ldots , x_n, \ldots$
2. Conectivos lógicos:

   $\leftrightarrow, \rightarrow, \wedge, \vee, \neg$.

3. Paréntesis y corchetes:

   (,), [,].
4. Cuantificadores:

   $\forall$, $\exists$. Como se había establecido ya el universo del discurso, tenemos que cuando leamos $\forall x$ entenderemos 'todo número natural' y cuando sea $\exists x$ entenderemos 'existe algún número natural'.
5. Símbolo de igualdad: =.
6. Un predicado binario 'P' que representa una relación binaria entre elementos de , de tal forma que interpretemos a 'P' como la relación de orden estricto P = x_1 menor que x_2.
7. Una constante individual 'c', la cual será interpretada como 0 (cero, un elemento de).
8. Un símbolo funcional unario: f .
9. Dos símbolos funcionales binarios: g, h. A los que más adelante daremos interpretación.

Los términos de L son las expresiones que denotan a individuos. Así, para los términos del lenguaje L tenemos:

1. Una variable individual es un término de L.
2. Una constante individual es un término de L, así, 'c' es un término de L (denota a un individuo y se sabe cual es).
3. Si t_1, t_2, ... , t_n son términos de L, también lo son:

   ft_1,ft_2, ... , ft_n, siendo f el símbolo funcional unario de L,

   gt_1t_2, ... , gt_nt_n, siendo g el símbolo funcional binario de L y

   ht_1t_2, ... , ht_nt_n, siendo h el símbolo funcional binario de L.
4. Una expresión de L es un término de L si y sólo si en un término en virtud de 1, 2 o 3.

Las *fórmulas bien formadas* de L son las expresiones de L que afirman o niegan algo acerca de los individuos del dominio del discurso, en nuestro caso se trata de los números naturales. Para hacer esto vamos a emplear el predicado binario 'P' que representa en el lenguaje formal propiedades y relaciones entre individuos. Las expresiones obtenidas serán las fórmulas más simples llamadas también fórmulas atómicas. A partir de ellas, formaremos fórmulas más complejas usando los conectivos, la igualdad, los paréntesis y los cuantificadores. A las fórmulas complejas se les denomina compuestas o moleculares. De manera que:

1. Si $t_1,t_2,...,t_n$ son términos de L y P es un predicado binario de L, entonces la siguiente expresión de L es una fórmula atómica de L: $P(t_1,t_2)$
2. Si t_1 y t_2 son términos de L entonces la siguiente expresión de L es una fórmula atómica de L: $(t_1=t_2)$
3. Toda fórmula atómica es una fórmula bien formada de L.
4. Si α y β son fórmulas bien formadas de L, entonces lo son también las siguientes expresiones de L: $\neg\alpha$, $(\alpha \wedge \beta)$, $(\alpha \vee \beta)$, $(\alpha \rightarrow \beta)$, $(\beta\alpha \leftrightarrow \beta)$.
5. Si α es una fórmula bien formada de L y x_1 una variable individual de L, entonces las siguientes expresiones son fórmulas bien formadas de L: $(\forall x_1)\alpha$ y $(\exists x_1)\,\alpha$

Ahora, considerando el universo del discurso establecido, vamos a dar significado a los símbolos funcionales, para poder decidir sobre el valor de verdad de algunas fórmulas bajo esta interpretación. Así, se requiere que los símbolos funcionales deben representan funciones en el dominio del discurso, de esta forma 'f' tiene que ser interpretada como una función de en , y 'g' y 'h' interpretadas como funciones de X en .

Traduzcamos a 'g' como la suma (+) y 'h' como el producto (*) en , e interpretando a 'f' como la función:

s: à tal que s(n) = n + 1 para n ∈ , es decir,
f = sucesor de un número

Denotemos esta interpretación con In, y habiendo especificadon ya las características básicas. Tenemos que bajo esta interpretación podemos calcular el valor de verdad de algunas fórmulas de L. Cualquier oración que se haga en español sobre los números naturales y en la que se involucren únicamente las relaciones y funciones descritas anteriormente, puede ser traducida como fórmulas bien formadas de L. Por ejemplo, sean los siguientes enunciados sobre In del español con sus respectivas traducciones al lenguaje L:

1. Cero es menor que su sucesor.
   Pcfc
2. El sucesor de cualquier número es mayor que él.
   $(\forall x_1)(Px_1fx_1)$
3. La suma de 4+1 es igual a la suma de 1+4.
   g(ffffc,fc) = g(fc,ffffc)
4. Todo número natural multiplicado por cero es igual a cero.
   $(\forall x_1)(h(c,x_1) = c)$
5. La relación «menor que» en los números naturales es transitiva.
   $(\forall x_1)(\forall x_2)(\forall x_3)((Px_1x_2 \wedge Px_2x_3) \rightarrow Px_1x_3)$

Pero lo que nos interesa demostrar es la forma de calcular el valor de verdad de fórmulas de L bajo la interpretación señalada. Por consiguiente, la letra mayúscula A se utilizará como metavariable cuyos valores serán las expresiones de nuestro lenguaje objeto L, y las comillas se utilizarán como mecanismos para generar nombres. De forma que:

(1) Sea A la fórmula $c = c$

Que se traduce como $0 = 0$, que es verdadera en In, este hecho lo escribimos así: In $\models$ A .

(2) Sea A la fórmula Pcc

Que se traduce como 0 es menor que 0, que es falsa en In, este hecho lo escribimos así: In $\not\models$ A .

(3) Sea A la fórmula $\forall x\, (Pxc \vee x = c)$

α se interpreta como 'todo número natural es mayor o igual a cero', por tanto In $\models$ A .

(4) Sea A la fórmula $(\exists x_1)(\forall x_2)(Px_2x_1)$

A dice que hay un número natural mayor que todos y por tanto In $\not\models$ A .

(5) Sea A la fórmula $(\forall x_1)(\forall x_2)(g(x_1, x_2) = g(x_2, x_1))$,

A dice que la suma en es conmutativa, por tanto In $\models$ A .

(6) Sea A la fórmula $(\exists x_1)(\exists x_2)(Px_1x_2)$

A dice que hay dos números naturales uno de los cuales es mayor que el otro, por tanto In $\models$ A .

(7) Sea A la fórmula Px_1x_2

A dice que el número natural representado por 'x_1' es menor que el natural representado por 'x_2', pero como x_1 y x_2 son variables sin significado fijo en In, no podemos asignar en A ningún valor de verdad bajo la interpretación In.

De tal manera que ciertas fórmulas de L tienen valores de verdad fijos bajo In y otras necesitan que se especifiquen significados para las variables. La diferencia entre las ocurrencias de variables que aparecen en los ejemplos del (1) al (6) y las que aparecen en (7), es que las primeras están afectadas por cuantificadores y las de (7) no. Así, las primeras variables están ‘acotadas’ o ‘ligadas’ en A, mientras que las que aparecen en (7) están ‘libres’ en A. Por lo tanto, una ocurrencia de una variable está libre si no es la variable de un cuantificador, y se dice que, esa variable no está en el alcance de un cuantificador. Esto es, el alcance de una ocurrencia de un cuantificador en una fórmula es la fórmula bien formada que lo sigue inmediatamente a la derecha de él. Así, por ejemplo, considerando las siguientes expresiones de L:

i) Px_1x_2

ii) $\forall x_1 (Px_1x_2)$

iii) $\exists x_1(Px_1x_2)$ à $(fx_1 = c)$

Tenemos que en (i) las ocurrencias de x_1 y x_2 son libres pues no hay cuantificadores. En (ii) las dos ocurrencias de x_1 están acotadas, la primera porque forma parte de $\forall x_1$ y la segunda porque está en el alcance de $\forall x_1$, aunque la ocurrencia de x_2 está en el alcance de un cuantificador, como éste no tiene la misma variable, x_2 es libre. En (iii), las dos primeras ocurrencias de x_1 están acotadas, mientras que la ocurrencia de x_2 y la tercera de x_1 están libres. De tal manera que si una ocurrencia de una variable en una fórmula A de L no está libre, decimos que está acotada. Asimismo, cuando en una fórmula A de L ninguna variable ocurre libre se dice que A es un enunciado de L.

Aparte de tener significados para los parámetros de L, se necesita también asignar significados a las variables dentro de (el universo del discurso fijado), para que el valor de verdad de A (para esos significados) pueda ser determinado.

Lo anterior se hace por medio de una función S que a cada variable individual le asigne un elemento del universo de nuestra interpretación (en nuestro caso los). Si A es verdadero en In bajo S, este hecho será denotado por: In $\models$ A [S] para algunas fórmulas A de L.

Ya que la satisfacción puede aplicarse a expresiones con variables libres, Tarski recure a ella. Así, ahora los términos de L van a denotar elementos de (el dominio fijado) bajo la interpretación establecida In; entonces, dada una sucesión de números naturales S = {s_1, s_2, s_3, s_4, ...}, diremos que un término t denota un número natural s(t) relativo a S. Definiendo recursivamente tenemos:

1. Si t = x_i para alguna variable individual x_1 de L, entonces s(t) = s(x_i) . Esto es:

   Si t es 'x_1', entonces s(t) es s_1
   Si t es 'x_2', entonces s(t) es s_2
   Si t es 'x_3', entonces s(t) es s_3
   Si t es 'x_4', entonces s(t) es s_4
   .
   .
   .

2. Si t es 'c', entonces s(t) = 0
3. Si t es '$ft_{1,}$ ...., ft_n,' tal que $t_{1,}$ ..., t_n son términos de L, entonces s(t) es f(s(t_1)),..., f(s(t_n)).
4. Si t es 'g(t_1,t_2), ..., g(t_n,t_m)' tal que t_1,t_2,..., $t_{n,m}$ son términos de L, entonces s(t) es g(s_1(t_1),s_2(t_2)), ..., g(s_n(t_n),s_n(t_m)).
5. Si t es 'h(t_1,t_2), ..., h(t_n,t_m)' tal que t_1,t_2,..., $t_{n,m}$ son términos de L, entonces s(t) es h(s_1(t_1),s_2(t_2)), ..., h(s_n(t_n),s_n(t_m)).

Precisamente, la sucesión S sirve para dar sentido a las variables; las constantes mantienen el mismo significado bajo cualquier función S, a saber, el que les fue asignado por In, en nuestro caso 'c' es igual a cero; por último, para interpretar un término complejo, primero se interpretan los más simples, y a cada interpretación obtenida se le aplica las funciones correspondiente en In.

Por su parte, para toda fórmula A de L, si A es verdadero en In bajo S tenemos que:

1. Un enunciado atómico de la forma $t_1 = t_2$ es satisfecho por las sucesión S si y sólo si las denotaciones de t_1 y t_2 relativamente a S coinciden. Entonces, se tiene que In $\models$ A [s] si y sólo si In $\models t_1$ [s] = In $\models t_2$ [s] .
2. Un enunciado de la forma $\neg\varphi$ es satisfecho por la sucesión S si y sólo si φ no es satisfecho por la sucesión S. Entonces In $\models$ A [s] si y sólo si In $\not\models \varphi$ [s].
3. Un enunciado de la forma $(\varphi \wedge \beta)$ es satisfecho por las sucesión S si y sólo si φ es satisfecho por S y β es satisfecho por S. Entonces se tiene que In $\models$ A [s] si y sólo si In $\models \varphi$ [s] y In $\models \beta$ [s] .
4. Un enunciado de la forma $(\exists x)\varphi$, donde 'x' es la n-ésima variable, es satisfecho por la sucesión S si existe una sucesión S' que difiere de S a lo más en el n-ésimo lugar y que satisface φ.
5. Un enunciado de la forma $(\forall x)\varphi$ donde 'x' es la n-ésima variable es satisfecho por la sucesión S si toda sucesión S' que difiere de S a lo más en el n-ésimo lugar satisface φ.

Para saber si una fórmula es verdadera en In bajo S, la única información de S que es relevante es el valor de S en las variables que ocurren libres en A. En particular, si A es un enunciado del lenguaje objeto, S es irrelevante. Por lo tanto:

(1) Sea A una expresión con variables libres (x_i,..., x_{in}), y una sucesión S = (s_1, s_2, s_3, s_4, ...); entonces que S satisfaga A dependerá exclusivamente de s_{i1}, s_{i2}, ..., s_{in} .

(2) Sea A una expresión sin variables libres, entonces el enunciado A es satisfecho por todas las sucesiones o por ninguna.

Así, sea A un enunciado, entonces $In \models A[S]$ para todas S o $In \not\models A[S]$ para todas S. Es decir, una oración es verdadera (en una interpretación) si y sólo si es satisfecho por toda sucesión.

Ahora, usando lo expuesto anteriormente, vamos a calcular el valor de verdad de fórmulas A de L, algunas de estas expresiones tendrán variables libres. Es decir, trabajaremos con nuestro lenguaje de primer orden que integraba un predicado binario 'P', un símbolo funcional unario 'f', dos símbolos funcionales binarios 'h' y g' que representan la suma y el producto respectivamente, y la constante individual 'c'. De manera que:

(1) Si A es Pcc

Sabemos que s(c) = 0. Pero como (0,0) no pertenece a P, ya que 0 no es menor que 0, concluimos que $In \not\models A[s]$. Entonces. 'Pcc' es verdadero si, y sólo si, cero es menor que cero.

(2) Si A es Px_1fx_1

Si $s(x_1) = 1$ y $s(fx_1) = f(s(x_1)) = s(1) = 2$. Como (1,2) pertenece a P ya que 1 es menor que 2, concluimos que $In \models A[s]$. Entonces, 'Px_1fx_1' es verdadero si, y sólo si, un número es menor que su sucesor.

(3)Si A es $(\exists x_1)((x_1gfc)=ffffc)$

Si fc = 1, ffffc = 4 y $s(x_1) = 3$. Como $g(s(x_1),fc) = g(3,1) = 4$ y ffffc = 4, concluimos que $In \models A[s]$. Entonces, '$(\exists x_1)((x_1gfc)=ffffc)$' es verdadero si, y sólo si, existe un número que sumado con 1 da 4.

Por lo tanto, cada vez que a las variables libres se les asignó significado dentro de (bajo la interpretación *In*), el valor de verdad de A pudo ser determinado para esos significados. Así, sean Σ un conjunto de fórmulas y A una fórmula de nuestro lenguaje de primer orden L. Decimos que Σ implica lógicamente[59] a A, o que A es consecuencia lógica de Σ si y sólo si para toda interpretación In, si todos los elementos de Σ son verdaderos en esa interpretación bajo S entonces también lo es A, esto se denota: $\Sigma \models$ A.

Vemos que Tarski reduce el concepto de 'verdad' a una lista de oraciones que se les puede aplicar el predicado veritativo. Así, su definición no ofrece una respuesta a la cuestión de cuáles son las características que una oración debe cumplir para ser verdadera. Lo que ofrece es una lista completa de las oraciones a las que se le aplica el predicado veritativo (... es verdadero), pero no un criterio de verdad que caracterice la pertenencia o no a la lista. Por lo tanto, la «concepción semántica de verdad» sólo da la extensión del predicado verdadero, pero no su intensión. Y las equivalencias del «esquema T» juegan el papel de un criterio de la corrección misma de una definición de la verdad. Esto es, una definición de 'verdadero' sólo podrá ser correcta si implica las equivalencias T. Y en un lenguaje formal especificado como lo sugiere Tarski, lo anterior se cumple.

V. CONSIDERACIONES SOBRE LA CONCEPCIÓN SEMÁNTICA DE LA VERDAD.

Frente a la «concepción semántica de la verdad» expuesta por Tarski se pueden adoptar distintas actitudes: "se le puede aceptar como una teoría matemática con ricos resultados sobre la verdad (Soames, Leeds), o como una

[59] Lógicamente quiere decir que contribuye al significado del enunciado A.

teoría filosófica que intenta brindar un análisis sobre la verdad (Popper), o como ambas cosas (Mc Dowel, Field)”[60], o incluso como una teoría que no esclarece de manera alguna la cuestión sobre la verdad. A continuación se presentan, de manera muy general, algunas de las opiniones o críticas que otros autores han hecho a la «concepción semántica de la verdad».

Uno de los primeros en reconocer ciertos límites de la «concepción semántica de la verdad» es el propio Tarski, pues señala que “el «esquema T» presenta un problema, pues falla en todas la situaciones en que nosotros no podemos indicar para un dado nombre de una oración, la oración denotada por este nombre; como ejemplo de tal hecho, el nombre ‘la primera oración impresa en el año 3000’ no sabemos a qué oración denota”[61]. Es decir, enunciado con respecto al futuro no funcionan bajo el «esquema T», debido a que no se cumple que el lenguaje esté interpretado a través de una correlación (explícita en el metalenguaje) de alguna de sus expresiones con las entidades de la realidad acerca de las cuales versa el lenguaje objeto. O de manera más intuitiva, no podemos ir al mundo para constatar la significatividad de oraciones como ‘la primera oración impresa en el año 3000’ es verdadera. No obstante, la anterior limitación no resta a la «concepción semántica de la verdad» su papel de ser una teoría matemática con ricos resultados sobre la verdad .

También uno de los primeros en criticar la «concepción semántica de la verdad» con cierta relevancia fue Hartry Field en “Tarski´s theory of truth” (1972). Su propósito era implementar la teoría de Tarski con el fin de poder cumplir con las tesis del fisicalismo. Recordemos que el propósito de Tarski era dar una definición de verdad, que al ser formalmente correcta, no utilizara términos semánticos no definidos. Pues Field cuestiona esta idea afirmando que “lo que Tarski realmente hizo fue reducir la noción semántica de verdad a otras nociones semánticas, pero él no ofreció una explicación adecuada de estas otras

[60] Eduardo Barrio, La verdad desestructurada, Eudeba, Argentina, 1998, p.73
[61] Alfred Tarski, *The concept of truth in formalized languages*, p. 163.

nociones”[62], y por consiguiente, la exposición de Tarski no cumple con las condiciones del fisicalismo. Sin embargo, la tesis de Field contradice lo que el propio Tarski dice.

El argumento de Field en contra de Tarski es complicado, pero podemos poner la reconstrucción que John Mc Dowell hace de él en “Físicalismo y denotación primitiva: Field o Tarski” (1978), de la siguiente manera:

(1’) Tarski ofrece una reducción adecuada de la verdad a las nociones de denotación, interpretación y de satisfacción.

(2’) El «esquema T» para la aplicación de la teoría veritativa es extensionalmente correcta.

(3’) La corrección formal no es un criterio suficiente para ofrecer una reducción genuina.

(4’) Cualquier reducción genuina debe mostrar que los hechos semánticos acerca de expresiones son supervenientes sobre hechos físicos acerca de usuarios y del medioambiente en el que las expresiones son usada.

(5’) La definición de Tarski no cumple (4’).

Por lo tanto,

(6’) Las nociones de denotación, aplicación y de satisfacción de la teoría de Tarski no son aceptables desde el punto de vista fisicalista.

Pero el mismo Mc Dowell considera que la concepción de Fiel presupone una idea errónea por no saber dónde está el contacto entre las teorías semánticas y los hechos físicos. Y propone “que el contacto no debe ser buscado en la denotación, satisfacción y aplicación-interpretación [como lo hace Field], sino en las atribuciones de verdad a las oraciones. El punto de contacto hay que buscarlo

62 Hartry Field, Tarski theory of truth, Journal of Philosophy, 1972, p. 348.

directamente en las oraciones bajo el «esquema T».”[63] Lo que tenemos tras el argumento de Mc Dowell, es la idea de que si se tiene una definición de verdad correcta para un lenguaje, las «equivalencias T» valdrán en virtud de las relaciones que los enunciados tienen con la realidad, los cuales están determinados por la conducta lingüística y el entorno.

Lo que hay que hacer “para estar de acuerdo con el fisicalismo es eliminar del lado derecho de los bicondicionales T de la teoría de la verdad los términos semánticos”[64], y Mc Dowell sostiene que tal eliminación es posible.

Otra de las críticas a la «concepción semántica de verdad» consiste en adjudicarle que no explica cómo se correlacionan las palabras con lo que está afuera del lenguaje, sino más bien las supone. Es decir, pareciera que Tarski presupone la idea siguiente: todo aquel que comprenda y tenga un adecuado uso del lenguaje (en nuestro caso del español), oraciones como:

‘nieve’ denota nieve
‘la nieve es blanca’ denota la nieve es blanca

No pueden ponerse en duda ya que resultan inteligibles. Así, a lo único a lo que Tarski recurre es al empleo de las nociones de satisfacción (secuencias de objetos arbitrarios que satisfacen fórmulas) y de denotación (el nombre c denota en L el objeto c), para construir la «concepción semántica de verdad» que no implica nada acerca de las condiciones bajo las cuales un enunciado como ‘la nieve es blanca’ puede ser afirmado. Indica sólo que cada vez que afirmamos o rechazamos este enunciado debemos estar listos para afirmar o rechazar el enunciado “el enunciado la nieve es blanca’ es verdadero”. De tal manera que:

la nieve es blanca

[63] John Mc Dowell, *Físicalismo y denotación primitiva: Field o Tarski”* Erkenntnis, 1978, p 23.
[64] Eduardo Barrio, La verdad desestructurada, Eudeba, Argentina, 1998, p. 64.

Es equivalente al enunciado:

la nieve es blanca es verdadero

Donde hay una íntima conexión entre tales enunciados, que es imposible afirmar el primero y rechazar el segundo sin caer en una contradicción explícita: que la nieve es blanca y que es falso que ‘la nieve es blanca’ es verdadera. Así, pues, Tarski efectivamente mantiene uno de los aspectos importantes que subyace al enfoque correspondentista: que la realidad fundamenta la verdad de las oraciones. Por consiguiente, en la «concepción semántica de la verdad» los «esquemas T» como:

‘la nieve es blanca’ si y sólo si la nieve es blanca
‘el pasto es verde’ si y sólo si el pasto es verde

Se cumplen por “las relaciones que tienen las oraciones con el mundo, que están determinadas por ciertos hechos acerca del uso lingüístico y del comportamiento lingüístico en general”[65]. Por ello, “si los bicondicionales fueran interpretados en forma correspondentista [como lo hace Tarski], ellos no serían meras definiciones, sino más bien oraciones que hablan acerca de tales relaciones; ellos describirían hechos semánticos y su aceptación dependerá de tal hecho”[66], Y por el contrario, a menos que se suponga que el contacto entre el lenguaje y el mundo es un hecho metafísico inexplicable, los bicondicionales serían interpretados como hipótesis empíricas que explican tales relaciones

También Saul Kripke ha realizado ciertas críticas a la «concepción semántica de la verdad» (o ‘enfoque ortodoxo’ como la nombra él). Y dice que éste es el único enfoque que se ha elaborado con cierto detalle, pues en él “Tarski

---

[65] John Mc Dowell, *Físicalismo y denotación primitiva: Field o Tarski”* Erkenntnis, 1978, p 22.
[66] Eduardo Barrio, *La verdad desestructurada*, Eudeba, Argentina, 1998, p. 75

muestra cómo puede proporcionarse una definición matemática de verdad (para un lenguaje clásico de primer orden cuyos cuantificadores tienen como recorrido un conjunto) usando los predicados del lenguaje objeto además de la teoría de los conjuntos (lógica de orden superior)"[67]. Pero agrega que la teoría de verdad de Tarski conduce a la jerarquía de lenguajes, situación que acarrea una serie de problemas.

Recordemos que Tarski probó que un lenguaje clásico no puede contener su propio predicado de verdad y que un lenguaje de orden superior puede definir un predicado de verdad para un lenguaje de orden inferior. De tal manera que el proceso puede repetirse, llevando a una secuencia (L_0, L_1, L_2, ... ,L_n) de lenguajes, cada uno de los cuales con su predicado de verdad para el anterior. Bajo la «concepción semántica de la verdad», dice Kripke, podemos "asumir que en cada ocasión de una proferencia, cuando un hablante usa la palabra 'verdadero', le agrega un subíndice implícito, que va creciendo a medida que, al reflexionar más y más accede a niveles cada vez más altos en la propia jerarquía de lenguajes".[68] Sin embargo, Kripke señala que esta forma del uso de la jerarquía de lenguajes parece infiel a los hechos, pues "si alguien hace una proferencia que implique el «esquema T», no agrega un subíndice, ni explícito ni implícito, a su proferencia de 'verdadero o falso según sea el caso', que determine el nivel del lenguaje en el que se habla".[69] Simplemente nos limitados a usar el lenguaje de la manera más cotidiana.

Otro de los problemas del 'enfoque ortodoxo', dice Kripke, consiste en los niveles transfinitos, esto es, considerando la oración:

(7') La nieve es blanca

---

[67] Saul Kripke, *Esbozo de una teoría de la verdad*, UNAM, México, 1984. p. 116.
[68] *Ibidem*, p. 116.
[69] *Ibidem*, p. 117

Y al afirmar que (7’) es verdadera, que ‘(7’) es verdadera’ es verdadera, que ‘‘(7’) es verdadera’ es verdadera’ es verdadera, y así sucesivamente, a las distintas figuraciones con la secuencia de ‘es verdadera’ se les asigna subíndice cada vez mayores. Ahora, para afirmar que toda la secuencia de enunciados que acabamos de describir son verdaderos, necesitamos un metalenguaje de nivel transfinito, por encima de todos los lenguajes de nivel finito. Sin embargo, la «concepción semántica de la verdad» “sólo define la jerarquía de lenguajes para los niveles finitos.”[70] Y agrega que los lenguajes de nivel transfinito no han sido seriamente investigados.

Por lo tanto, Kripke desarrolla una concepción de verdad cuyo objetivo es recuperar los elementos más importantes de la «concepción semántica de la verdad», y que al mismo tiempo resuelva los puntos más débiles de dicha concepción. Esto es, que primeramente “proporcione un área rica en propiedades matemáticas y relativas a la estructura formal; y que estas propiedades recojan en buena medida algunas intuiciones importantes”[71] como recuperar, en la medida de lo posible, el sentido del uso ordinario de ‘verdadero’, y al mismo tiempo dar solución a las paradojas semánticas. No obstante, no nos ocuparemos de ello en este trabajo.

[70] *Ibidem*. p. 119
[71] Ibidem, p. 122.

CONCLUSIONES

La «concepción semántica de verdad» tiene un doble status. Por un lado "es una teoría matemática con ricos resultados: ofrece una definición del concepto verdad que evita las conocidas paradojas semánticas. Por otro, pretende reconstruir la idea tradicional de verdad, brindando un análisis acerca de la naturaleza de la verdad"[72]. Por consiguiente, algunas de las conclusiones extraídas de la concepción de verdad propuesta por Tarski expresan lo siguiente:

- El predicado veritativo se aplica a enunciado de un lenguaje particular.
- El predicado veritativo no puede pertenecer él mismo al lenguaje para el cual se lo define.
- El predicado sólo se aplica a las oraciones del lenguaje, por lo cual cuando la estructura del lenguaje objeto involucra fórmulas abiertas, hay que recurrir a la noción de satisfacción.
- Cuando el número de oraciones del lenguaje objeto es infinito, es conveniente dar una caracterización recursiva del predicado veritativo.
- Las paradojas o antinomias semánticas permiten ver que en todo lenguaje universal (lenguaje coloquial o natural) es imposible aplicar el predicado veritativo sin caer en contradicción (inconsistencia del propio lenguaje); de lo anterior se concluye que ningún leguaje puede expresar su propia semántica.

Aunque es interesante, la presentación que hace Tarski en "*The Concept of Truth in formalized languages*" resulta ser poco comprensible en algunas partes si no se tiene un conocimiento previo de algunos temas, de hecho el propio Tarski señala que su investigación "requiere un conocimiento de los principios de

[72] Eduardo Barrio, *La verdad desestructurada*, Eudeba, Argentina, 1998, p. 41

la moderna lógica formal (...) y de cierto conceptos y métodos matemáticos”[73]. Por su parte, la presentación que hace en “*The Semantic Conception of Truth and the Foundations of Semantic*” es más asequible por ser menos técnica.

Por último, la «concepción semántica de la verdad» es compatible con otras explicaciones de la noción de verdad. Específicamente, estoy pensando con la concepción pragmatista. Son, sin embargo, dispares e irreductibles la una de la otra. Por lo tanto, se consideran distintas, aunque esto no impide que la «concepción semántica de la verdad» se pueda conciliar con cualquier actitud epistemológica, siendo neutra con referencia a cualquier concepción realista o idealista, empirista o metafísica del conocimiento.

[73] *The Semantic Conception of Truth in formalized languages. P. 154*

ANEXO

A lo largo de la exposición de este trabajo, cité en reiteradas ocasiones varios escritos originalmente en idioma inglés, colocando en su lugar una traducción al lenguaje español hecha por mí. Por consiguiente ahora se presentan las citas como originalmente estaban, indicando entre paréntesis al final de cada una de ella su correspondiente número de aparición en este trabajo, y después se indica la fuente de la que fue sustraída.

1. In this construction I shall not make use of any semantical concept if I am not able previously to reduce in to other concepts. (Cita 15) Alfred Tarski, *The concept of truth in formalized languages*, P. 153
2. Depends in an essential way on the particular language under consideration. The same expression can, one language, be a true statement in another a false one or a meaningless expression. (Cita 16) Alfred Tarski, *The concept of truth in formalized languages*, P. 153.
3. Nevertheless its intuitive meaning and general intention seem to be quite clear and intelligible. To make this intention more definite, and to give it a correct form, is precisely the task of a semantical definition. (Cita 21) Alfred Tarski, *The concept of truth in formalized languages*, P. 155.
4. For all letters and all other signs of which the words and expressions of the language are composed. For example we could use 'A', 'E', 'Ef', 'Jay', 'Pe' as names of the letters 'a', 'e', 'f', 'j', 'p'. (Cita 23) Alfred Tarski, *The concept of truth in formalized languages*, P. 157
5. A characteristic feature of colloquial language (in contrast to various scientific languages) is its universality. (Cita 33) Alfred Tarski, *The concept of truth in formalized languages*, P. 164.
6. The source of this contradiction is easly revealed in order to construct the assertion (*) we have substituted for the symbol 'p' in the scheme T an expression which itself contains the term 'true sentence' can no longer server as a partial definition of truth. (Cita 37) Alfred Tarski, *The concept of truth in formalized languages*, P. 158
7. … admit into the language, in addition to its sentences and other expressions, also the names of these sentences and expression, and sentences containing these names, as well as such semantic expression as 'true sentence', 'name', 'denote', etc. But it is presumably just this universality of everyday language which is the primary source of all semantical antinomies, like the antinomies of the liar or of heterological

words. (Cita, 38) Alfred Tarski, *The concept of truth in formalized languages*, P. 164

8. The antinomies seem to provide a proof that every language which is universal in the above sense, and for which the normal laws of logic hold, must be inconsistent. (Cita 39) Alfred Tarski, *The concept of truth in formalized languages*, PP. 164 y 165
9. Some essential properties which all the formalized languages posses; (alfa) for each of these languages a list or description is given in structural terms of all the signs with which the expressions of the language are formed; (beta) among all possible expressions which can be formed with these signs those called sentences are distinguished by means of purely structural properties. (Cita 43) Alfred Tarski, *The concept of truth in formalized languages*, P. 166
10. We must always distinguish clearly between the language about which we speak and the language in which we speak, as well as between the science which is the object of our investigation and the science in which the investigation is carried out. (Cita. 47) Alfred Tarski, *The concept of truth in formalized languages*, P. 167.
11. The names of the expressions of the first language, and of the relations between them, belong to the second language, called the metalanguage (which may contain the first as a part). (Cita 48) Alfred Tarski, *The concept of truth in formalized languages*, P. 167
12. DEFINITION 12. x is a sentence (or a meaningful sentence) —in symbols $x \prod S$ [S is languaje objec]— if and only if x is a sentential function and no variable v_k is a free variable of the function x. (Cita 54) Alfred Tarski, *The concept of truth in formalized languages*, P. 178
13. A definition of truth can be obtained in a very simple way from that of another semantic notion, namely, of the notion of satisfactione. (Cita 55) *The semantic Conception of truth and the foundation of semantis*, p. 194
14. Hence we arrive at a definition of truth al falsehood simply by saying that: a sentence is true if it is satisfied by all objects, and false otherwise. (Cita 56) *The semantic Conception of truth and the foundation of semantis*, p. 194
15. (3) ‘it is snowing’ is a true sentence if and only if it is snowing. The method illustrated by the example (3) fails us in those situations in which we cannot indicate for a given name of a sentence, the sentence denoted by this name (as an example or such a name ‘the first sentnce which will be printed in the year 2000’ will serve). (Cita 62) *The semantic Conception of truth and the foundation of semantis*, PP. 156 y 163.

BIBLIOGRAFÍA

Alchourron, Carlos. *Introducción: concepciones de lógica*, en *Lógica*, Trota, Madrid, 1999.

Barrio, Eduardo Antonio. *La verdad desestructurada*, Eudeba, Argentina, 1998.

Brown, Stuar. *One Hundred twentieth-Century Philosophers*, Routledge, E. U., 1998.

Crossley J. ¿Qué es la lógica matemática?, Tecnos, Madrid,1983

Copy, Irving. *Lógica simbólica*, CECSA, México, 1989.

Davidson, Donal. *The structure and content of truth, Journal of Philosophy*, E.U. 1990.

Davidson, Donal. *De la verdad y de la interpretación*, Gedisa, Barcelona, 1989.

Encicliopedia Word iQ, iQ, E.U., 2004

Frege, Gottlob. *Escritos lógico-semánticos: Sobre sentido y referencia*, Tecnos, Madrid, 1974, (Estructura y Función, SN).

Field Hartry, *Tarski´s theory of trut*, 1972.

Ferrater Mora, José. *Lógica matemática*, FCE, México, 1992.[QA9/L5/F4/c.8]

Garrido, Manuel (editor). *Lógica y lenguaje*, Tecnos, Madrid, 1989. [QA9/L6.4]

Gutiérrez, Raúl. *Introducción a la lógica*, Esfinge, México, 1997.

Kripke, Saul. *Esbozo de una teoría de la verdad*, UNAM, México, 1984

Tarski, Alfred. *La concepción semántica de la verdad y los fundamentos de la semántica*. Nueva Visión, Buenos Aires, 1972 (Fichas, 3)

Tarski, Alfred. *The Semantic Conception of Truth and the Foundations of Semantic, En Theories of Truh* E.U.,

Tarski, Alfred. *The Conception of Truth in formalized languages*, E.U.,1933

Quine, Willard. *Filosofía de la lógica*. Alianza editorial, Madrid, 1973 [BC51/Q5.1/C.7]

Mates, Benson. *Lógica matemática elemental*, Tecnos, Madrid, 1987. [BC13/M3.7/C.55]

Mateos, Misael. *Lógica para inexpertos*, Edere, México, 2001

Jeffrey, Richard. *Lógica formal: su alcance y sus limites.* Ediciones Universidad de Navarra, España, 1986.[BC71/J4.428]

Wright, George. *Logical Studies*, Routledge&Kegan, London, 1957.