UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

UNIDAD IZTAPALAPA

DIVISIÓN DE CIENCIAS SOCIALES Y HUMANIDADES

DEPARTAMENTO DE FILOSOFÍA

Casa abierta al tiempo

JAN LUKASIEWICZ: SU LÓGICA Y SU FILOSOFÍA

T E S I N A

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
LICENCIADA EN FILOSOFÍA

Presenta:

MARISOL MIGUEL CÁRDENAS

J. Fernández de C

Asesor: DR. JOSÉ JORGE MAX FERNÁNDEZ DE CASTRO TAPIA
Lector: DR. SILVIO JOSÉ MOTA PINTO

México, D. F. **Marzo 2006**

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

UNIDAD IZTAPALAPA

DIVISIÓN DE CIENCIAS SOCIALES Y HUMANIDADES

DEPARTAMENTO DE FILOSOFÍA

Casa abierta al tiempo

JAN LUKASIEWICZ: SU LÓGICA Y SU FILOSOFÍA

T E S I N A

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
LICENCIADA EN FILOSOFÍA

Presenta:

MARISOL MIGUEL CÁRDENAS

Asesor: DR. JOSÉ JORGE MAX FERNÁNDEZ DE CASTRO TAPIA
Lector: DR. SILVIO JOSÉ MOTA PINTO

México, D. F. **Marzo 2006**

AGRADECIMIENTOS

A mi madre, a quien debo lo mejor de mí, por su amor, apoyo y comprensión.

A mi padre, por fortalecer mi deseo de superación.

A mis hermanas:

Rosalva, por su apoyo durante mi estancia en la universidad, por su bondad, paciencia y compañía.

Mónica, por los momentos agradables que pasamos y por su ejemplo de constancia y amor al trabajo.

Carolina, por sus buenos consejos, por estar siempre conmigo, a pesar de la distancia.

Ceci, por su confianza y sencillez; y por mostrarme que la vida puede ser hermosa con sólo una sonrisa.

Tere, por su entusiasmo por lograr las metas de cada día.

Mir, por su trato siempre cálido.

Lau, por su esmero para alcanzar lo mejor de sí y superarse en el quehacer de cada día.

Andre, por su trabajo constante.

Yayis, por su alegría y entusiasmo.

Belén, por el gusto de estudiar y superarse.

A mi hermano Dieguito, por su cariño y alegría.

A mi abuelo Antonio, por sus sabios consejos.

A mi asesor, Dr. Max Fernández por aceptar la dirección de esta tesina.

Al Dr. Silvio Mota Pinto, por su amistad y por la lectura crítica del presente trabajo.

Al Dr. J. J. Sánchez Pozos por dirigir el inicio de este trabajo.

A mis maestros, amigos y compañeros, por su enseñanza, apoyo y confianza.

A Marco Ruffino, el amor de mi vida, y a nuestra hija, que con tanto amor esperamos.

ÍNDICE GENERAL

"He declarado una guerra espiritual en contra de toda coerción que restrinja la libre actividad creativa del hombre"
(Lukasiewicz 1918)

INTRODUCCIÓN

Este trabajo pretende presentar una parte de la obra de J. Łukasiewicz: el origen de su lógica polivalente y el problema filosófico del cual surge. Comprende tres capítulos: en el primero, titulado preliminares, escribo un esbozo general sobre la vida y obra de Łukasiewicz, y sobre el origen de la Escuela de Lvóv-Varsovia y la biografía de algunos de sus miembros; en el segundo explico qué es lo que entiende Łukasiewicz por lógica y su aportación a la historia de esta disciplina. La lógica polivalente nace trivalente, por ello presento un análisis del sistema trivalente que puede tener una segunda variante al definir de dos distintas formas la implicación – a esta variante la denomino $£_{3'}$-; finalizo con el sistema tetravalente ($£_{4}$), mismo que se deduce del trivalente y nos proporciona la intuición surgida en Łukasiewicz que puede ser generalizada a un sistema polivalente. Aquí mismo ofrecemos una caracterización de ésta lógica de acuerdo a la definición que nos proporciona Alfredo Deaño sobre la lógica clásica. Si bien la lógica trivalente, como su nombre lo dice, no es bivalente, sigue siendo apofántica, asertórica y extensional. Culmino contrastando algunas fórmulas importantes en los tres sistemas $£_{3}$, $£_{3'}$, y $£_{4}$. Todo lo referente a la lógica, está completamente a nivel del cálculo de enunciados.

En el tercer capítulo desarrollo los principales argumentos filosóficos que atañen a la lógica polivalente desde su origen. Por ello analizo el principio de bivalencia, el principio del tercero excluso, y el principio inherente al determinismo: el principio de causalidad. Łukasiewicz muestra, a partir de encontrar un error en los argumentos que conducen al determinismo, que éste último, no es una concepción mejor justificada que el indeterminismo; por lo tanto es igualmente aceptable declararse indeterminista.

Justamente, el tercer valor en el sistema de Łukasiewicz, se interpreta como *lo indeterminado.*

La obra de J. Łukasiewicz es un ejemplo de cómo podemos en filosofía hacer uso de la lógica. Łukasiewicz va de la filosofía a la lógica y luego vuelve de la lógica a la filosofía y presenta una forma de tratar los problemas filosóficos que no han encontrado una solución, mediante la lógica.

Hubo filósofos que afirmaron que la lógica era una disciplina ya terminada. Sin embargo, Łukasiewicz muestra que aún hay mucho por hacer.

Capítulo 1: Preliminares

INTRODUCCIÓN

En general pretendo hablar sobre la obra de Łukasiewicz, referente a su lógica y a su filosofía, presento el contexto en el cual se gesta el trabajo de nuestro autor es el cometido de la primera parte de estos preliminares. Consta de dos partes: la primera, trata sobre la vida y la obra del ilustre lógico polaco: aquí relato brevemente su biografía y su obra; e incluyo un mapa cronológico de los trabajos que selecciona y traduce al español A. Deaño. Termino esta primera parte con una breve reseña de lo que considero más importante de la escuela y expongo la biografía de algunos de los integrantes de la primera generación.

La segunda parte está dedicada a los conceptos básicos que coadyuvan a comprender el contexto de la lógica polivalente en la lógica misma. Por ello, explico lo que entendemos por *lógica clásica* y *lógica no clásica* y presento una caracterización de la lógica polivalente desde la perspectiva de Łukasiewicz.

1. 1. 1. J. ŁUKASIEWICZ: VIDA Y OBRA

(1878-1956)

Filósofo, lógico, y matemático, cuya mayor aportación pertenece al campo de la lógica proposicional: la lógica polivalente, de la cual es el fundador. La mayor parte de su trabajo se centró en la lógica matemática, el principio de no contradicción y el principio del tercero excluso.

La creación de la notación polaca, fue otra contribución importante, la cual consiste en simplificar la expresión de relaciones lógicas: eliminando paréntesis y otros símbolos innecesarios.[1]

[1] Como Anexo 1, presento la notación polaca contrastada con la notación tradicional. p. 56

En 1902 obtuvo el grado de doctor en la Universidad J. Kazimierz. En 1906 se convirtió en *Privat Dozent* en la Universidad de Lvóv, y en 1915 pasó como *Professor* a la Universidad de Varsovia de la cual fue rector en dos ocasiones (1922-1923 y 1931-1932). Fue Miembro de la Academia Polaca de ciencias de Cracovia, de la Sociedad de Artes y Ciencias de Lvov y de la Sociedad de Artes y Ciencias de Varsovia. En 1938 fue nombrado doctor *honoris causa* por la Universidad de Münster, Alemania. En 1946 fue miembro del Instituto de Estudios Avanzados de Dublín, Irlanda. Ejerció como titular de la materia: *Lógica Matemática* en la Royal Irish Academy. De 1946 a 1956 enseñó en la Queens University de Belfast y en la Universidad de Manchester.[2]

Perteneció a la primera generación de la Escuela Lvóv-Varsovia, dirigida por Kazimierz Twardowski. A ésta generación pertenecieron también Leon Chwistek, Stanislaw Leśniewski, Tadeusz Kotarbiński y Kazimierz Ajdukiewicz. Łukasiewicz fue profesor de los alumnos de la segunda generación, entre los más conocidos se encuentran: Alfred Tarski, Mordechaj Wajsberg, Adolf Lindenbaum, Jerzy Słupecki, Stalnislaw Jaśkowski y Boleslaw Sobociński.

Nació el 21 de febrero de 1878 en Lvóv, Polonia. Hijo de Luke Łukasiewicz y de Leopoldina Holtzer. A la hora de su nacimiento Polonia se hallaba bajo el dominio austro-húngaro, más tarde, en 1939, las tropas soviéticas se apoderaron de Lvóv, ciudad cedida por Polonia a la URSS en 1945 y que actualmente forma parte de la República de Ucrania.

Casi al término de la primera guerra mundial comenzó a dar conferencias en la universidad subterránea. Después, bajo la ocupación alemana, ayudó a gobernar la ciudad convirtiéndose, en 1918, en Secretario del Departamento de Educación Superior en el Ministerio de Asuntos Religiosos y Educación Pública, durante el gobierno de Ignacy Paderewski.

En el periodo 1922-1923 fue por primera vez rector de la Universidad de Varsovia. En 1933-1934 volvió al rectorado por segunda y última vez. Por lo que de 1918 a 1934 gracias a Lukasiewicz, Polonia se convirtió, tan sólo en el periodo entre guerras no sólo en un país independiente, sino también en uno de los centros de investigación en lógica más importantes del mundo.

En 1928 se casó con Regina Barwinska. Como muchos en Polonia, Łukasiewicz y su esposa Regina sufrieron los embates de la segunda guerra mundial, su casa fue quemada, y con la pérdida de su biblioteca y manuscritos le fue imposible continuar trabajando.

Poco después de su segundo rectorado, se ocultó en Münster, Alemania, hasta 1945 año en que parte a Bélgica ahí permanece hasta 1946 año en que acepta la materia de lógica en Dublín, donde se establece hasta su muerte el 13 de febrero de 1956, a los 78 años de edad.

La obra de J. Łukasiewicz, accesible en español, en la selección y traducción bajo el título "J. Łukasiewicz, Estudios de Lógica y Filosofía" del filósofo español Alfredo Deaño y que es la base del presente trabajo, tiene un matiz particular: ir en contra de todo tipo de coerción, sea lógica, intelectual o física. En la "Lección de despedida" (1918), advierte: "He declarado una guerra espiritual en contra de toda coerción que restrinja la libre actividad creativa del hombre"[3].

---

[2] Cfr. "Presentación", en Lukasiewicz, J. (1975)

[3]"Lección de despedida", en Łukasiewicz, J., (1975), p. 37

Y ciertamente es coherente con esta declaración al argumentar en favor de su sistema lógico trivalente cuestionando uno de los principios básicos de la lógica clásica: el principio de bivalencia; principio que funge como dogma en la lógica clásica. Gracias a ello logra su máxima aportación: la lógica polivalente.

El texto "Elementos creativos en la ciencia" es una crítica a la forma clásica de concebir a la ciencia. Łukasiewicz estaba no sólo en contra de todo tipo de coerción, sino además en contra del dogmatismo en lo clásico. Comúnmente se consideraba que el objetivo de la ciencia era el develamiento de verdades y el lógico polaco nos hace ver que si bien la ciencia descubre verdades, en su quehacer intervienen elementos creativos. El científico no es un simple técnico que busca y encuentra verdades, antes bien, el científico, al formular hipótesis está creando algo nuevo, algo que no está dado en la empiria.

La creatividad representa, para el fundador de la lógica polivalente, un elemento esencial no sólo para contrarrestar todo tipo de coerción, sino también para afirmar la libertad. Él nos muestra que en la ciencia, existe creatividad y por ende, la lógica es más cercana al arte de lo que comúnmente creemos.

En los artículos de J. Łukasiewicz presentados por A. Deaño, podemos distinguir tres apartados: el primero trata sobre la lógica polivalente, el segundo sobre la filosofía de la lógica, en particular, de la lógica polivalente; y el tercero sobre la historia de la lógica.

"Sobre la lógica trivalente", "Sobre el determinismo" y "Observaciones filosóficas sobre los sistemas polivalentes de lógica proposicional" están dedicados principalmente a la lógica polivalente. En el primero, escrito en 1920, nos presenta, de forma extremadamente densa y técnica, la primera sistematización algebraica de la lógica trivalente. En este artículo hallamos los principios necesarios para deducir todas las leyes de la lógica.

"Sobre el determinismo" es un artículo que estudia la lógica polivalente y su relación con el problema filosófico que halla Łukasiewicz al sistematizar ésta lógica: el determinismo. Asevera que la tesis del determinismo se basa en dos argumentos de gran poder persuasivo: el principio lógico del tercero excluso y el principio de causalidad. Łukasiewicz nos muestra cómo a partir de estos principios se deduce la tesis del determinismo, posteriormente muestra que existe un error tanto en el argumento basado en el principio de causalidad como en el principio del tercero excluso. Łukasiewicz muestra que introduciendo el concepto de infinitud, el principio de causalidad es inaceptable y por tanto no se puede aceptar la deducción de la tesis del determinismo a partir de éste principio. Basándose en la teoría de la deducción muestra que es también inaceptable el argumento que deduce al determinismo a partir del principio del tercero excluso.

En el texto "Observaciones filosóficas sobre los sistemas polivalentes de lógica proposicional" encontramos un estudio de la lógica polivalente desde la orientación y exigencias de la lógica modal. Łukasiewicz afirma que el sistema trivalente de lógica proposicional, debe su origen a ciertas investigaciones acerca de las llamadas *proposiciones modales*, y sobre las nociones de posibilidad y necesidad, vinculadas con ella. Łukasiewicz afirma que las proposiciones modales analizadas bajo una lógica bivalente nos llevan inevitablemente a paradojas y contradicciones inaceptables. La lógica trivalente de Łukasiewicz se puede obtener de los principios de la lógica bivalente y la finalidad de su fundador es que no existan contradicciones. Se pueden tener *n* valores –sea *n* finito o infinito- pero no por ello aceptar contradicciones.

“Logística y Filosofía” y “En defensa de la logística” son dos obras que envuelven un gran interés filosófico, de hecho pertenecen al segundo apartado, mencionado antes: la filosofía de la lógica. No son propiamente estudios de lógica sino estudios en torno a ella; se refieren al sentido e implicaciones de la lógica polivalente, así como a su influencia en el quehacer lógico y filosófico de la época en que Łukasiewicz sistematiza por primera vez su nueva lógica. En ambos escritos define a la lógica matemática como una ciencia formal, no necesariamente ligada a ninguna postura filosófica en particular: la lógica es una rama de la filosofía, y no pretende reemplazar a la filosofía. En el segundo texto, como su nombre lo dice, Łukasiewicz defiende a la lógica de las críticas de nominalismo, formalismo, positivismo, convencionalismo, pragmatismo y relativismo.

Łukasiewicz es pionero en el análisis de la historia de la lógica. Uno de sus primeros y más importantes trabajos sobre este tema es el artículo titulado “Para la historia de la lógica de proposiciones”, en el cual, por vez primera, considera a la dialéctica estoica como la forma antigua de la lógica proposicional. También proporciona ejemplos de cómo la lógica proposicional estoica perdura y se desarrolla a lo largo del desarrollo de la lógica. Además, afirma que el alemán G. Frege es el fundador de la lógica proposicional; afirmación hecha antes de que Frege fuera conocido. Los hallazgos de Łukasiewicz con respecto a la historia de la lógica son esenciales para comprender a la lógica misma.

A continuación presento dos mapas cronológicos: el primero es sobre la vida de J. Łukasiewicz, y el segundo sobre los artículos que selecciona y traduce el lógico español A. Deaño, en el trabajo que lleva por nombre: “J. Łukasiewicz, Estudios de lógica y filosofía”. Estos trabajos son la fuente principal de la mayor parte de esta tesina.

1.1.2. Mapa cronológico: J. Łukasiewicz

(1878 – 1956)

1870 | 1880 | 1890 | 1900 | 1910 | 1920 | 1930 | 1940 | 1950 | 1960

----------*---------- | ---------- | ---------- | ---------- | ---------- | ---------- | ---------- | ---------- | ---------- | ---------- | ----------*----------

Nace en Lwów, hoy Ucrania. 1878

Se doctora en la Univ. J. Kazimierz. 1902
Visita diversas universidades europeas 1902.-1906
Regresa a su país y ejerce como *Privat Dozent.* 1906

Ejerce como Profesor en la Universidad de Varsovia. 1915-1939
Secretario del Departamento de educación Superior en el ministerio de asuntos Religiosos y Educación Pública .1918

Rector de la Universidad de Varsovia. 1922-1923

Rector de la Universidad de Varsovia. 1931-1932
Nombrado doctor *honoris causa* por la Universidad de Münster. 1938
Tras la invasión alemana, permanece en Varsovia. 1939

Al terminar la guerra, pasó un tiempo en Bruselas. 1945
Se traslada a Dublín como titular de Lóg. Mat. en la Royal Irish Academy1946

Nombrado doctor *honoris causa* por la University College de Dublín. 1955
Muere en Dublín, Irlanda a los 78 años de edad. 1956

1.1.3. TRABAJOS DE J. ŁUKASIEWICZ EN ESTUDIOS DE LÓGICA Y FILOSOFÍA, SELECCIÓN, TRADUCCIÓN Y PRESENTACIÓN DE ALFREDO DEAÑO.

1900 1910 1920 1930 1940 1950 1960 1970

----- * -----|----- |-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----- * -----

■ 1912

Elementos creativos de la ciencia

■ 1918

Lección de despedida pronunciada por el profesor Łukasiewicz en el Aula Magna de la Universidad de Varsovia el 7 de Mayo de 1918

■ 1920

Sobre la lógica trivalente

■ 1922

Sobre el determinismo

■ 1930

Observaciones filosóficas sobre los sistemas polivalentes de lógica proposicional

■ 1934

Para la historia de la lógica de proposiciones

■ 1936

Logística y filosofía

■ 1937

En defensa de la logística

1. 1. 4. ESCUELA LVÓV-VARSOVIA

La Escuela de Lvov- Varsovia es inaugurada por Kazimierz Twardowski en 1895; a ella pertenecen grandes lógicos como J. Łukasiewicz, Stanislaw Łesniewski y Alfred Tarski, filósofos como Kazimierz Ajdukiewicz y Tadeusz Kotarbinski y lingüistas como Tadeusz Czezowsk.

La labor de Twardowski en la Universidad de Lvóv, estuvo centrada en la lógica, a la que consideraba herramienta fundamental para reformar a la filosofía, eliminar los malentendidos semánticos, y proporcionar una adecuada metodología para las ciencias.

El principal objetivo de la escuela de Lvov-Varsovia, es parecido, como lo sería más tarde, al del círculo de Viena: la introducción de la exactitud y de la precisión en todos los campos del conocimiento humano para alcanzar un rigor comparable con el de ciencias físicas, por ello sus trabajos están dedicados principalmente en hacer de la lógica formal una ciencia.

En contraste con el Círculo de Viena, la Escuela Lvóv-Varsovia afirma que los conceptos metafísicos no son meros sin sentidos, sino que, aunque algunos son de naturaleza precientífica, tienen auténtico sentido y pueden llegar a convertirse en problemas científicos cuando pueden plantearse de forma comprensible o bien son incorporados a nuevos desarrollos de la ciencia

Fue en el período entre las dos guerras mundiales que la escuela se convirtió en uno de los centros de investigación en lógica más importantes del mundo.

Algunos de los más importantes miembros de la Escuela Lvóv-Varsovia son los siguientes:

Kazimierz Twardowski
(1866-1938)

Fundador de la Escuela Lvóv-Varsovia, y principal promotor de una tradición lógica y filosófica en Polonia. Nació en Viena, Austria en cuya universidad fue alumno de Franz Brentano. En 1891 obtuvo el doctorado en filosofía. Algunas de sus obras principales son:

1898, *Imágenes y conceptos;*
1892 *Idea y percepción;*
1894 *Sobre la doctrina del contenido y el objeto de las representaciones; y*
1927 *Escritos filosóficos.*

Leon Chwistek
(1884-1944)

Lógico, filósofo y matemático. Pertenece a la primera generación de la Escuela Lvóv-Varsovia. En 1930 obtuvo una cátedra en la Universidad de Lvóv, donde enseñó hasta 1939. Nació en Zakopane.

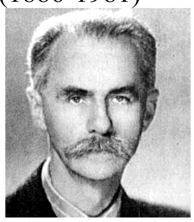
Una lista del trabajo de Chwistek está en J. J. Jadacki, *Correspondencia científica de Leon Chwistek-Bertrand Russell*. Algunas de sus obras más importantes son:

1921 *La pluralidad de realidades.*
1935 *Los límites de la ciencia: metodología de la lógica y de las ciencias exactas.*
1946 *Método general de las ciencias positivas.*

Stanislaw Lesniewski
(1886-1939)

Lógico y filósofo polaco, nació en Moscú. Estudió filosofía y matemáticas en Leipzig. En 1910 ingresa a la universidad polaca de Lvóv, desde entonces mantiene una relación de influencia recíproca con Lukasiewicz. Forma parte de la primera generación de la Escuela Lvóv–Varsovia, ahí culmina sus estudios doctorándose bajo la dirección de Kazimierz Twardowski. Su disertación doctoral lleva el título siguiente: *Una contribución al análisis de las proposiciones existenciales,* presentada en 1912. Es una de las personalidades científicas más notables que escriben sobre la historia de la lógica.

Tadeusz Kotarbinski
(1886-1981)



Filósofo y lógico, nació en Polonia en 1886. Alumno de Łukasiewicz. En 1922 accedió al puesto de *professor* en la Facultad de Ciencias Humanas en la Universidad de Lvóv, en el mismo año ingresó a la Escuela Lvóv-Varsovia. Junto con Łukasiewicz colaboró en metafísica y junto con Bochenski en la modernización de la filosofía tradicional, elaborando un sistema lógico-simbólico, el cual se pierde durante la guerra.

Kazimierz Ajdukiewicz
(1890-1963)

Fue uno de los lógicos y filósofos más distinguidos de la Escuela Lvóv-Varsovia. Nació en Tarnopol, en 1980. Se doctora en 1912. Antes y durante la segunda guerra mundial, fungió como conferenciante en las Universidades de Lvóv y Varsovia. Fue fundador de la revista *Studia Logica,* lo cual le convirtió en uno de los más conocidos polacos del siglo XX y en uno de los más destacados miembros de la escuela de Lvóv-Varsovia

En 1955 fue profesor de Lógica en la universidad de Varsovia Algunas de sus obras más importantes son:

1947 *Lógica y Experiencia*
1964 *El problema de Empirismo y del concepto de Pensamiento*.

1. 2. CONCEPTOS BÁSICOS

Los siguientes conceptos que aquí definimos tiene como fin explicar la base teórica sobre la cual se funda la presente tesina: Lógica clásica, lógica no-clásica y lógica polivalente. Desde la perspectiva de A. Deaño y J. Łukasiewicz.

1.2.1. LÓGICA CLÁSICA.

Es común hablar de lógica clásica, sin embargo, pocos son los autores que se ocupan en proporcionar una definición clara de lo que por lógica clásica se entiende. Algunos consideran que es todo sistema lógico equivalente al formulado por Russell y Whitehead, otros consideran que es un tipo de lógica que agrupa tanto al cálculo bivalente proposicional como al cálculo de predicados.

No se llama clásica porque su origen tenga que ver con lo que conocemos como periodo clásico, sino porque es la forma de hacer lógica desde Aristóteles hasta principios del siglo XX. El lógico español Alfredo Deaño caracteriza a la lógica clásica como una lógica *apofántica*, *bivalente*, *asertórica* y *extensional*: En esta tesina, al hablar de lógica clásica, nos estaremos refiriendo al tipo de lógica que cumple con estas cuatro características.

Una lógica es apofántica cuando tiene sentido preguntar por el valor de verdad de sus proposiciones. Excluye todo tipo de proposiciones imperativas, exclamativas, interrogativas, etc., de las cuales no cabe preguntar por su valor de verdad. Toda proposición tiene un valor de verdad independientemente del número de valores veritativos que contenga el sistema. Aristóteles denomina al discurso apofántico, también, discurso declarativo.

Una lógica es bivalente cuando considera sólo dos valores de verdad: verdadero y falso. No es bivalente aquel sistema en el cual se aceptan más de dos valores de verdad. Sin embargo, en una lógica bivalente una proposición no puede tomar ambos valores de verdad. Si una proposición no es verdadera, es falsa, y si no es falsa, es verdadera.

Es asertórico todo sistema en el cual no se admiten grados en los valores de verdad, sean cuales sean sus valores. Excluye cualquier tipo de modalidad. Es asertórica aquella proposición de la cual sólo se afirma su verdad o falsedad y no contiene ningún tipo de términos que indiquen modalidad alguna sobre la posibilidad y la necesidad. Por lo tanto es posible que una lógica de más de dos valores sea una lógica asertórica, mientras no admita modalidades. La lógica modal matiza, y, en lugar de enunciar tan sólo proposiciones simplemente verdaderas o simplemente falsas, incluye también enunciados necesariamente verdaderos o posiblemente falsos, o que es imposible que sean verdaderos., etc.

Una lógica es extensional, cuando toma como base el principio de sinonimia: en cualquier contexto, cada vez que se sustituye un nombre por su sinónimo, en una proposición, no se altera el valor de verdad de la oración.[4] Opera exclusivamente en términos de la extensión: los predicados se entienden como clases y éstas se definen como una función y argumento; los

[4] Sánchez , J., (1989)

predicados se entienden según su extensión. Al conjunto de objetos que tienen una propiedad común se le denomina extensión.

1.2. 2. LÓGICA NO CLÁSICA:

Conforme a la definición de Deaño, todo sistema que difiera en al menos una característica de la lógica clásica, es considerada como una lógica no-clásica. Es decir, aquella que no sea o apofántica, o bivalente o asertórica o extensional.

En cuanto a lógicas no apofánticas se hallan la lógica de las preguntas y la lógica de los mandatos. Lo opuesto a la lógica bivalente es la lógica polivalente, sea finita o infinita, la lógica modal tetravalente, entre otras. La lógica modal es, como su nombre lo dice, una lógica no asertórica. Las lógicas intensionales se contraponen a la lógica extensional.

Lo que caracteriza la época contemporánea dentro de la historia de la lógica, periodo tal que inicia aproximadamente en 1910, es, además de los avances sobre la Metalógica, la aparición de varios sistemas lógicos nuevos: las lógicas polivalentes de E. Post y Łukasiewicz (1920) y la lógica intuicionista de Heyting; y otros sistemas de lógica relevante de W. Ackermann. Citemos finalmente también, los sistemas profundamente originales de la lógica combinatoria de Schönfinkel, Curry, Kleene, Rosser y Church. Éstos sistemas lógicos, son llamados lógicas no clásicas puesto que según la definición de Alfredo Deaño, difieren en al menos un rasgo de la lógica clásica.

Susan Haack, en *Filosofía de las lógicas*, clasifica a estos nuevos sistemas lógicos –lo que llamamos lógicas no clásicas- en tres tipos: lógicas extendidas, divergentes e inductivas. En el primer tipo incluye las lógicas modales, temporales, deónticas, epistémicas, de la preferencia, imperativas y erotéticas. En el segundo a las lógicas plurivalentes, intucionistas, cuánticas y libres.

Las lógicas extendidas, para Haack son aquellos sistemas que añaden nuevo vocabulario lógico junto con nuevos axiomas o reglas para el mismo, o que aplican operaciones lógicas familiares a nuevas oraciones imperativas o interrogativas. Las lógicas divergentes son aquellos sistemas con el mismo vocabulario, pero con diferentes axiomas o reglas. Las lógicas inductivas son aquellas que pretenden formalizar una noción de consecuencia lógica.

P. II. 3. CARACTERIZACIÓN DE LA LÓGICA POLIVALENTE SEGÚN ŁUKASIEWICZ.

La lógica clásica opera con dos únicos valores de verdad: verdadero o falso. Si un enunciado no es verdadero, es falso, y si no es falso, es verdadero; es decir, responden al principio de bivalencia. A partir del rechazo de este principio se construyen las lógicas polivalentes. Nacen en 1920-1921 por obra de J. Łukasiewicz y Emil Post. El lógico polaco logra su sistema por motivaciones filosóficas, mientras que el norteamericano, por un interés algebraico.

Hay lógicas infinitamente polivalentes y lógicas finitas polivalentes. Son lógicas finitas polivalentes aquellas que admiten un número finito de valores intermedios, y lógicas infinitamente polivalentes aquellas que admiten una serie infinita de valores intermedios. El sistema trivalente del lógico polaco (1920) y el sistema m-valente de Emil Post (1921) son ejemplo de lógicas finitas polivalentes.

Una lógica trivalente a lo verdadero y lo falso añadiría un tercer valor; Łukasiewicz lo define como lo indeterminado. Podría también construirse una lógica con cuatro valores de verdad: verdadero, casi verdadero, casi falso y falso; o con cinco, o con seis valores, y hasta con *n* valores. Las lógicas trivalentes constituyen el nivel más elemental de la lógica polivalente.

Las lógicas polivalentes han sido desarrolladas y sistematizadas a partir del siglo XX, lo cual no significa que las intuiciones con respecto a ésta lógica no hayan tenido lugar tiempo atrás, Niels Öffenberger en *La prehistoria de la lógica polivalente en la antigüedad clásica*[5] afirma que el origen de la lógica polivalente surge mucho antes de Aristóteles y expone la obra de distintos pensadores que sugirieron la polivalencia contra la bivalencia.

Algunos desarrollos importantes sobre lógica trivalente son los trabajos N. Vasilév, quien publicó diversos artículos en los cuales propuso y desarrolló una lógica trivalente. La idea fundamental del matemático ruso estaba inspirada en la geometría no euclidiana de N. I. Lobachevsky quien elimina el postulado de las paralelas: niega el principio del tercero excluso y construye un sistema al que denomina lógica no aristotélica.

Trabajos complementarios y comentarios sobre éstos sistemas trivalentes se deben a varios autores entre ellos H. Reichenbach, Z Zawirski, F. Wismann, J. B. Rosser, A. R. Turquette, A. A. Zinovév, G. Malinowski, entre otros.

Se ha sostenido que las lógicas polivalentes son un instrumento mucho más apropiado que la lógica clásica para el análisis del razonamiento tanto científico como ordinario. Los sujetos, en su razonar espontáneo, no se atienen únicamente a dos valores de verdad, sino que manejan una amplia gama de valores intermedios, funcionando la verdad y la falsedad solamente a título de casos límite.

El trabajo de Łukasiewicz está inspirado en una concepción de los *futuros contingentes* tratado por Aristóteles en *De Interpretatione.* Łukasiewicz construyó un lenguaje formal en el que tomaba al condicional y a la negación como conectivas primitivas y a lo verdadero, lo falso y lo indeterminado {1, 0, ½, respectivamente} como valores de verdad.

[5] Öffenberger N., (1997)

Capítulo 2:

SOBRE LA LÓGICA DE LUKASIEWICZ

INTRODUCCIÓN

En este capítulo, pretendo mostrar cinco puntos esenciales en la obra de Lukasiewicz con respecto a la lógica. El primero, es una explicación de lo que entiende nuestro autor por lógica, aunado a su principal aportación a la historia de la lógica. El segundo, muestra su sistema trivalente y la deducción de un sistema tetravalente a partir del primero; e incluyo una tabla sobre la comprobación de algunas fórmulas importantes en los diferentes sistemas. En el tercer punto presento algunas observaciones a dicho sistema. En el cuarto expongo una de las aplicaciones que puede tener la lógica trivalente, basándome en el trabajo de E. Mendelson. En el último explico brevemente el sistema de J. Lukasiewicz.

2. 1. LA CONCEPCIÓN DE J. ŁUKASIEWICZ SOBRE "LÓGICA"

La lógica matemática fue inaugurada por Leibniz en 1666[6], sin embargo sus esfuerzos fueron olvidados hasta el siglo XIX cuando George Boole en su *Investigación sobre las leyes del pensamiento* 1854, funda a la lógica como un álgebra de clases.

En la época de Lukasiewicz inició una segunda forma de hacer lógica: la logística o lógica matemática. La logística puede definirse como una disciplina autónoma que incorpora la moderna lógica formal. Para el fundador de la lógica polivalente, la logística es una etapa superior de desarrollo de la antigua lógica formal; afirma que la lógica es una ciencia a priori: sus teoremas son verdaderos sobre la base de definiciones y axiomas, derivados de la razón más que de la experiencia.

El quehacer del lógico va más allá del simple develar verdades, puesto que sus definiciones y axiomas no encuentran un correlato en la realidad. Son creaciones intuitivamente verdaderas.

Łukasiewicz considera que la lógica es una disciplina autónoma, que aunque surge como una rama de la filosofía, ha logrado su independencia.

"… aún cuando la lógica solía considerarse como una rama de la filosofía, la lógica formal contemporánea, o logística, se ha extendido de tal modo y ha crecido con tanta independencia de la filosofía que ha de ser tratada como disciplina aparte".[7]

La logística es la lógica formal contemporánea. Comprende tanto la lógica proposicional como la lógica de predicados, que difieren en que en la lógica de proposiciones aparecen, además

[6] *Dissertatio de arte combinatoria.*

[7] "En defensa de la logística", en Łukasiewicz, J., (1975)

de constantes lógicas, letras proposicionales, mientras que en la lógica de términos se incluyen variables de términos

Son los estoicos quienes desarrollan a la lógica formal contemporánea como una lógica proposicional; los peripatéticos la tratan como una lógica de términos, y no proposicional. Łukasiewicz estudia la historia de esta disciplina y en *Para la historia de la lógica de proposiciones* nos proporciona una facción, que hasta principios del siglo XX es desconocida, de la lógica de proposiciones: explica las diferencias entre la lógica aristotélica y la dialéctica estoica, y muestra que es ésta última la forma antigua de la lógica de proposiciones. Para ello, explica las diferencias entre la lógica estoica y la lógica peripatética.

Como primera diferencia explica que la formulación del principio de identidad que los estoicos expresan de la siguiente forma: *Si P, entonces P* y que puede ser formulada de la siguiente manera: P ⊃ P (en el lenguaje de Principia Mathematica), se refiere a una lógica de proposiciones.

Justifica que:

- El concepto *si,…entonces* es un conectivo lógico; se refiere a una implicación y se simboliza con "⊃", y
- "P" sólo puede ser sustituida con sentido por una proposición.

A diferencia de la ley estoica, la ley peripatética de identidad tiene la siguiente forma: ***Todo a es a.***

Donde:

- *Todo…es…* es un conectivo lógico, y
- ***a*** es una constante individual y, por definición, un término.

Por lo tanto, la lógica peripatética es una lógica de términos, no de proposiciones. La ley estoica de identidad pertenece a una lógica de proposiciones. El lógico polaco afirma que esta diferencia no es suficiente para mostrar que la dialéctica peripatética no es la forma primitiva de la lógica de proposiciones, por lo que añade que en la formulación de los silogismos existe otra diferencia fundamental, explica que en la formulación de un silogismo estoico, las variables que contiene son variables proposicionales mientras que en los silogismos aristotélicos, las variables son variables de términos. Además, los silogismos estoicos son reglas de inferencia y los silogismos aristotélicos son tesis lógicas.

Łukasiewicz define *tesis lógica* como "… una proposición que sólo contiene además de constantes lógicas variables proposicionales o de término, y que es verdadera para todos los valores de sus variables"[8] , y *regla de inferencia como*: "[…] una prescripción que autoriza al que razona a derivar nuevas proposiciones a partir de otras ya admitidas."[9]

El principal silogismo estoico se expresa como sigue:

Si lo primero, entonces lo segundo
es así que lo primero
luego lo segundo

[8] "Para la historia de la lógica de proposiciones", en Łukasiewicz, J. (1975), pág. 90
[9] Ibíd., p. 90

En este silogismo, *lo primero* y *lo segundo* sólo puede ser sustituido por una proposición, para que tenga sentido.

Un silogismo aristotélico tiene la siguiente forma:

Si es lo primero, *es* lo segundo
Es así que *es* lo primero
____
Luego *es* lo segundo

Las variables *lo primero* y *lo segundo* sólo pueden ser reemplazadas, con sentido, por términos.

J. Łukasiewicz, al investigar sobre la historia de la lógica se da cuenta de que no se conoce la distinción entre la lógica peripatética y la lógica de los estoicos por lo que sugiere que quien pretenda hacer una historia completa y correcta de ésta disciplina deberá tener conocimientos claros de la actual lógica matemática.

La lógica proposicional estoica perduró y se desarrolló durante la época medieval, particularmente en la teoría de las consecuencias. En la lógica de la Edad Media se usa la definición estoica de las funciones de verdad de la lógica. Tanto las reglas de inferencia como las observaciones en torno a la relación entre la conjunción y la disyunción se encuentran en los trabajos del filósofo escolástico Duns Scoto.

2. 2. SOBRE LA LÓGICA TRIVALENTE

Aristóteles, en *De Interpretatione*, se pregunta qué valor de verdad tiene hoy la proposición *Mañana habrá una batalla naval*, ya que mañana puede suceder que haya una batalla naval o que no haya una batalla naval. De la proposición en cuestión, de acuerdo con el principio de bivalencia, sólo se puede decir si es verdadera o falsa, y de acuerdo con el principio del tercero excluso, no hay un tercer valor entre la verdad y la falsedad que los invalide al mismo tiempo.

Para Aristóteles las proposiciones que se refieren a eventos futuros o bien pueden tener más valores de verdad y debe abandonarse el principio de bivalencia y en consecuencia el principio del tercero excluso o bien se acepta el principio de bivalencia y, en consecuencia, ontológicamente, se adopta una postura determinista.

El problema del valor de verdad de los futuros contingentes también ocupó a grandes lógicos medievales como al filósofo escocés Duns Scoto y a Guillermo de Ockham. El filósofo escolástico inglés distinguía entre las *propositio neutra*, *propositio vera* y *propositio falsa,* sin embargo no elabora un sistema lógico. Es Łukasiewicz quien presenta por vez primera un sistema trivalente en 1920.

Łukasiewicz, gracias a sus investigaciones sobre proposiciones modales y los conceptos posibilidad y necesidad, y para hallar solución al problema de los futuros contingentes planteado ya por Aristóteles, desarrolla la lógica trivalente, que admite, junto a los valores de verdad y falsedad, el de lo indeterminado.

2. 2.1. Sistema Trivalente de J. Łukasiewicz: $\pounds_3$

La lógica trivalente es un sistema de lógica no-clásica, puesto que opera sobre la base de que, además de proposiciones verdaderas y falsas, hay también proposiciones que no son ni verdaderas ni falsas, y por tanto, de que existe un tercer valor lógico que se puede simbolizar por (½) y puede interpretarse como *lo indeterminado*.

Łukasiewicz presenta su sistema trivalente de forma algebraica; afirma que para formular un sistema de lógica trivalente, es preciso añadir a los principios relativos a 0 y 1 (verdadero y falso respectivamente) de la lógica bivalente, principios relativos a ½ (o lo indeterminado) de la lógica trivalente. Los principios son los siguientes:

I. Principios de identidad:

Cuando los valores de verdad son iguales, se tiene como resultado 1 y cuando son distintos: 0, pero cuando se combinan con el valor ½, dará como resultado ½.

$$\mathbf{(0 = 0) = 1 \qquad (0 = 1) = (1 = 0) = 0}$$
$$\mathbf{(1 = 1) = 1 \qquad (\tfrac{1}{2} = \tfrac{1}{2}) = 1}$$
$$\mathbf{(0 = \tfrac{1}{2}) = (\tfrac{1}{2} = 0) = (1 = \tfrac{1}{2}) = (\tfrac{1}{2} = 1) = \tfrac{1}{2}}$$

II. Principios de implicación:

El dígito del lado izquierdo del símbolo < funge como el antecedente y el dígito del lado derecho, como el consecuente. Cada vez que el antecedente es menor o igual al consecuente la implicación tomará el valor 1. Cuando el antecedente es mayor que el consecuente tomará el valor ½, excepto cuando se trata de un antecedente con valor 1 y el consecuente 0, en este caso el valor que toma es 0.

$$\mathbf{(0 < 0) = (0 < 1) = (1 < 1) = 1 \qquad (0 < \tfrac{1}{2}) = (\tfrac{1}{2} < 1) = (\tfrac{1}{2} < \tfrac{1}{2}) = 1}$$
$$\mathbf{(1 < 0) = 0 \qquad (\tfrac{1}{2} < 0) = (1 < \tfrac{1}{2}) = \tfrac{1}{2}}$$

III. Definición de negación, adición y multiplicación:

Negación.
$\mathbf{a' = (a < 0)}$

Disyunción.
$\mathbf{a + b = [(a < b) < b]}$

Conjunción
$\mathbf{ab = (a' + b')'}$

La negación se define, a partir de la implicación, como algo que tiene como consecuente lo falso (0). Es decir si **a** tiene el valor 1: 1 implica 0, es 0; si **a** es ½: ½ implica 0, es ½; si **a** es 0:

0 implica 0, es 1. Esto es: la negación de 1 es 0, la negación de ½ es ½ y la negación de 0 es 1. Esta definición corresponde con los principios antes dados de la implicación.

La definición de la disyunción puede leerse como **-a** implica **b,** implica **b-**, es una de las definiciones clásicas para la disyunción con respecto a la implicación.
La conjunción se define como la disyunción de las negaciones.

En el sistema de Łukasiewicz las definiciones de negación, adición y multiplicación, siguen siendo los mismos que la lógica bivalente, con la única diferencia de que las variables **a** y **b** pueden tomar tres valores: **0, 1, ½.**

Algunas fórmulas que son tautológicas en una lógica bivalente no lo son en una lógica trivalente, son solo posibles, y toda fórmula tautológica en una lógica trivalente es tautológica en la lógica bivalente, sin embargo no toda fórmula tautológica en una lógica bivalente lo es una lógica trivalente. Definimos como tautológica a toda fórmula que en su tabla de verdad toma siempre el valor de verdad 1

El sistema $Ł_3$ tiene como conectivas primitivas la implicación (⊃) y la negación (¬).
Los valores 1 y 0 corresponden a verdadero y falso respectivamente. El valor ½ corresponde a lo indeterminado, o como la negación de la verdad y la falsedad (ni verdadero, ni falso).

2.2.2. Caracterización de los conectivos lógicos en $Ł_3$

Negación

P	¬P
1	0
½	½
0	1

Implicación

P⊃Q	0	½	1
0	1	1	1
½	½	1	1
1	0	½	1

Las matrices para (P ∨ Q), (P & Q) y (P ↔ Q) se pueden generar con las siguientes definiciones:

$$|P \vee Q| = \max\{|P|,|Q|\}$$
$$|P \,\&\, Q| = \min\{|P|,|Q|\}$$
$$|P \leftrightarrow Q| = (P \supset Q) \,\&\, (Q \supset P)$$

Lo que nos da:

Conjunción

P& Q	0	½	1
0	0	0	0
½	0	½	½
1	0	½	1

Disyunción

P ∨ Q	0	½	1
0	0	½	1
½	½	½	1
1	1	1	1

Bicondicional

P↔Q	0	½	1
0	1	½	0
½	½	½	½
1	0	½	1

2.2.3 Sistema $\pounds_{3'}$

El sistema $\pounds_{3'}$ se construye bajo $\pounds_3$ con la diferencia de que en la implicación, cuando tanto P como Q toman el valor ½, el condicional (P⊃Q) toma el valor ½; en $\pounds_3$ adquiere el valor 1.

Las matrices que definen este sistema son las siguientes:

P⊃Q	0	½	1	¬P
0	1	1	1	0
½	½	$\boxed{½}$	1	½
1	0	½	1	1

A partir de las siguientes definiciones, construimos las tablas para la conjunción, disyunción y bicondicional.

P&Q $\equiv_{Def}$ ¬ ((¬P ⊃ ¬Q) ⊃¬Q)
P∨Q $\equiv_{Def}$ ((P ⊃ Q) ⊃ Q)
P↔Q $\equiv_{Def}$ (P⊃Q) & (Q⊃P)

Conjunción

P& Q	0	½	1
0	0	½	0
½	0	½	½
1	0	½	1

Disyunción

P ∨ Q	0	½	1
0	0	½	1
½	½	½	1
1	1	½	1

Bicondicional

P↔Q	0	½	1
0	1	½	0
½	½	½	½
1	0	½	1

2.2.4 Sistema $\pounds_4$

A partir de la sistematización anterior y bajo las mismas intuiciones, podemos construir un sistema tetravalente $\pounds_4$ que a continuación presentamos.

El lenguaje formal de $\pounds_4$ es el mismo que el de $\pounds_3$ la diferencia estriba en que los valores que puede tomar una proposición son 4, se encuentran en el intervalo 0-1: 0 (falsedad) 1/3 (Casi falsedad), 2/3 (casi verdad) y 1 (verdadero).

2.2.4. 1 Caracterización de los conectivos lógicos en $\pounds_4$

Negación

P	$\neg$P
1	0
1/3	2/3
2/3	1/3
0	1

Conjunción

P&Q	0	1/3	2/3	1
0	0	0	0	0
1/3	0	1/3	1/3	1/3
2/3	0	1/3	2/3	2/3
1	0	1/3	2/3	1

Disyunción

P$\vee$Q	0	1/3	2/3	1
0	0	1/3	2/3	1
1/3	1/3	1/3	2/3	1
2/3	2/3	2/3	2/3	1
1	1	1	1	1

Implicación

P$\supset$Q	0	1/3	2/3	1
0	1	1	1	1
1/3	2/3	1	1	1
2/3	1/3	2/3	1	1
1	0	1/3	2/3	1

Bicondicional

P$\leftrightarrow$Q	0	1/3	2/3	1
0	1	1	1	1
1/3	2/3	1	1	1
2/3	1/3	2/3	1	1
1	0	1/3	2/3	1

A continuación hablaré de la trivalencia y cómo afecta a un principio básico de la lógica clásica: el principio del tercero excluso.

La diferencia es la relativa al principio de bivalencia, según el cual, toda proposición es o bien verdadera o bien falsa puesto que estos sistemas incluyen más de un tercer valor de verdad. El principio del tercero excluso, no es ni una tautología, ni una contradicción, en $\pounds_3$, de igual forma que en $\pounds_{3'}$, y $\pounds_4$. Por medio de las tablas de verdad podemos comprobar esta aseveración.

Dado que las conectivas primitivas son $\neg$ (negación) e $\supset$ (implicación) el principio del tercero excluido se define de la siguiente manera: $\mathbf{A\vee\neg A \Leftrightarrow (A\supset\neg A)\supset\neg A}$

Ley del tercero excluso en $Ł_3$

A	¬A	A∨¬A
0	1	1
½	½	½
1	0	1

Ley del tercero excluso en $Ł_{3'}$

A	¬A	A∨¬A
0	1	1
½	½	½
1	0	1

Ley del tercero excluso en $Ł_4$

A	¬A	A∨¬A
0	1	1
1/3	2/3	2/3
2/3	1/3	2/3
1	0	1

Con el principio de no contradicción ocurre algo semejante que con el principio del tercero excluso. En ninguno de los tres sistemas es una tautología, pero tampoco es una contradicción.

(Una contradicción es aquella fórmula que en su tabla de verdad tiene como valor siempre el 0).

Principio de no contradicción en $Ł_3$

A	¬A	¬(A&¬A)
0	1	1
½	½	½
1	0	1

Principio de no contradicción en $Ł_{3'}$

A	¬A	¬(A&¬A)
0	1	0
½	½	½
1	0	0

Principio de no contradicción en $Ł_4$

A	¬A	¬(A&¬A)
0	1	1
1/3	2/3	2/3
2/3	1/3	2/3
1	0	1

En el siguiente cuadro podemos apreciar cómo son otras fórmulas importantes en los tres sistemas: $Ł_3$, $Ł_{3'}$, y $Ł_4$.

I. 2.5. Verificación de fórmulas importantes en $\mathcal{L}_3$, $\mathcal{L}_{3'}$, y $\mathcal{L}_4$

En aras de la brevedad presentamos los resultados de la tabla de verdad de cada una de las siguientes fórmulas. Como nos damos cuenta, en la fila 3, La ley del 3º excluido, tanto en $\mathcal{L}_3$, como en $\mathcal{L}_{3'}$ y en $\mathcal{L}_4$ no es tautología, pero tampoco contradicción.

No	Fórmulas	L_3	$L_{3'}$	L_4
1.	Ley de la doble negación: $\mathbf{A \supset \neg\neg A}$	**T**	**NT y NC**	**T**
2.	Ley de la doble negación: $\mathbf{\neg\neg A \supset A}$	**T**	**NT y NC**	**T**
3.	Ley del tercero excluso: $\mathbf{A \vee \neg A}$	**NT y NC**	**NT y NC**	**NT y NC**
4.	Ley de contraposición: $\mathbf{(A \supset B) \supset \neg B \supset \neg A}$	**T**	**NT y NC**	**T**
5.	Ley de contraposición: $\mathbf{(\neg B \supset \neg A) \supset (A \supset B)}$	**T**	**NT y NC**	**T**
6.	Definición de la implicación: $\mathbf{(A \supset B) \supset (\neg A \vee B)}$	**NT y NC**	**NT y NC**	**NT y NC**
7.	Definición de la implicación: $\mathbf{(\neg A \vee B) \supset (A \supset B)}$	**T**	**C**	**T**
8.	De una contradicción se obtiene lo que sea: $\mathbf{(A \& \neg A) \supset B}$	**NT y NC**	**NT y NC**	**NT y NC**
9.	Ley de negación del antecedente: $\mathbf{\neg A \supset (A \supset B)}$	**T**	**NT y NC**	**T**
10.	De una tautología se sigue lo que sea: $\mathbf{B \supset (A \vee \neg A)}$	**NT y NC**	**NT y NC**	**NT y NC**
11.	Ley de Afirmación del consecuente: $\mathbf{A \supset (B \supset A)}$	**T**	**NT y NC**	**T**
12.	Modus Tollendo Ponens: $\mathbf{((A \vee B) \& \neg A) \supset B}$	**NT y NC**	**C**	**NT y NC**
13.	Ley de exportación de premisas: $\mathbf{(A \& B \supset C) \supset (A \supset (B \supset C))}$	**T**	**NT y NC**	**T**
14.	Ley de importación de premisas: $\mathbf{(A \supset (B \supset C)) \supset (A \& B \supset C)}$	**NT y NC**	**NT y NC**	**NT y NC**
15.	Disyunción en Łukasiewicz $\mathbf{(A \vee B) \supset ((A \supset B) \supset B)}$	**T**	**C**	**T**
16.	Disyunción en Łukasiewicz $\mathbf{((A \supset B) \supset B) \supset (A \vee B)}$	**T**	**NT y NC**	**T**
17.	Definición clásica de Disyunción:. $\mathbf{(A \vee B) \supset (\neg A \supset B)}$	**T**	**NT y NC**	**T**
18.	Definición de la Disyunción: $\mathbf{(\neg A \supset B) \supset (A \vee B)}$	**NT y NC**	**NT y NC**	**NT y NC**
19.	Ley de no contradicción: $\mathbf{\neg (A \& \neg A)}$	**NT y NC**	**NT y NC**	**NT y NC**
20.	1ª ley de De Morgan: $\mathbf{\neg (A \& B) \supset (\neg A \vee \neg B)}$	**T**	**NT y NC**	**T**
21.	Derivación de la 1ª ley de De Morgan: $\mathbf{(\neg A \vee \neg B) \supset \neg (A \& B)}$	**T**	**NT y NC**	**T**
22.	2ª ley de De Morgan: $\mathbf{\neg (A \vee B) \supset (\neg A \& \neg B)}$	**T**	**NT y NC**	**T**
23.	Derivación de la 2ª ley de De Morgan: $\mathbf{(\neg A \& \neg B) \supset \neg (A \vee B)}$	**T**	**NT y NC**	**T**
24.	Ley de identidad: $\mathbf{A \supset A}$	**T**	**NT y NC**	**T**

NT: No es tautología **NC**: No es contradicción **T**: Tautología **C**: Contradicción

2. 3. OBSERVACIONES AL SISTEMA TRIVALENTE DE J. LUKASIEWICZ.

De acuerdo a la definición de lógica clásica, decimos que el sistema de Lukasiewicz es una lógica no-clásica, puesto que difiere con al menos una de sus cuatro características. La lógica de Lukasiewicz no cumple con la bivalencia. Pero sigue siendo apofántica, asertórica y extensional.

El sistema *£$_3$*, es *apofántico*, puesto que tiene sentido preguntar por el valor de verdad de sus enunciados. Es decir, tiene sentido preguntar por el valor de verdad de la proposición *Vicente Fox ganó las elecciones en el año 2000*, igual que tiene sentido preguntar por el valor de verdad de la proposición *Felipe Calderón ganará las elecciones del 2006*. Cada proposición referida al pasado como al futuro puede tener un valor de verdad y en el segundo ejemplo su valor es ½ o indeterminado. Que Felipe Calderón gane las elecciones en el 2006, hoy en 2005 es sólo posible. No podemos decir que es falso o verdadero, por lo tanto toma el tercer valor: es *indeterminado*. En este sentido el sistema trivalente es un sistema *apofántico*.

£$_3$, es *asertórico*, puesto que no admite grados de verdad, no admite modalidades. Nunca en *£$_3$* se es, ni siquiera, posiblemente indeterminado. En *£$_3$* se es verdadero o falso o indeterminado a secas, sin más.

£$_3$, es *extensional* porque cumple con el principio de sinonimia: siempre que sustituimos una parte de la proposición por su sinónimo, no cambia el valor de verdad de dicha proposición. Otra forma de verlo es a partir del principio de identidad, cuando ocurre que: 0=0, ½= ½ y 1=1, el valor que se obtiene es siempre 1. En la tabla de verdad del principio de identidad **A⊃A** no es una contingencia, ni una contradicción, en *£$_3$*, sino una tautología. En *£$_{3'}$*, la implicación **A⊃A** queda indeterminada cuando **A** toma como valor ½, por lo que este sistema no es extensional; y en *£$_4$* es una tautología, como veremos en seguida:

Principio de identidad en *£$_3$*

A	**A⊃A**
0	1
½	1
1	1

Principio de identidad en *£$_{3'}$*

A	**A⊃A**
0	1
½	½
1	1

Principio de identidad en *£$_4$*

A	**A⊃A**
0	1
1/3	1
2/3	1
1	1

Por lo tanto, si bien el sistema cabe dentro de lo que definimos como *lógica no-clásica* por introducir un tercer valor y romper con el principio de bivalencia, sigue siendo un sistema apofántico, asertórico y extensional.

2. 4. UNA APLICACIÓN DE UN SISTEMA POLIVALENTE: DEMOSTRACIÓN DE LA INDEPENDENCIA DE AXIOMAS DEL SISTEMA DE E. MENDELSON[10].

Un sistema axiomático es independiente cuando sus axiomas no guardan una dependencia entre ellos. Es decir, cada axioma depende sólo de sí mismo. Dado un conjunto de axiomas Γ y un $\mathbb{A}$ tal que $\mathbb{A}$ es una fórmula bien formada en el cálculo de enunciados y es un Axioma, para todo $\mathbb{A}$, si $\mathbb{A}$ pertenece a Γ entonces de Γ-{$\mathbb{A}$} no es derivable $\mathbb{A}$; y si la regla de inferencia conserva la propiedad de Γ-{$\mathbb{A}$}.

La independencia de los axiomas del sistema de Mendelson se prueba con ayuda de una Lógica Polivalente.

I. 4. 1. Sistema M

Axioma 1: $\mathbf{A \supset (B \supset A)}$
Axioma 2: $\mathbf{(A \supset (B \supset C)) \supset [(A \supset B) \supset (A \supset C)]}$
Axioma 3: $\mathbf{(\neg B \supset \neg A) \supset [(\neg B \supset A) \supset B]}$

Regla de inferencia: (*Modus ponens*)

$$\frac{\mathbf{A \supset B, \qquad A}}{\mathbf{B}}$$

Las definiciones de prueba, teorema, derivación, derivabilidad son las ya conocidas.

2. 4. 1. Prueba de la independencia de los axiomas del sistema M, a partir de un Sistema Polivalente.

Prueba de la independencia del Axioma 1 (Ax 1):

Llamemos Γ= {Ax, 1, Ax. 2, Ax. 3}
Γ-{Ax 1}= {Ax 2, Ax 3}
Vamos a demostrar que de {Ax 2, Ax 3} no es derivable Ax 1

De acuerdo a la tabla que nos proporciona Mendelson, consideremos las siguientes matrices:

$\supset$	**0**	**1**	**2**	$\neg$
0	0	2	2	1
1	2	2	0	1
2	0	0	0	0

[10] Mendelson, E., (1979), p. 38

Una fórmula bien formada es *selecta* si en todas las filas de su tabla de verdad toma como valor el 0:

La tabla del Axioma 2 es la siguiente:

A	B	C	(A⊃(B⊃C)⊃[(A⊃B)⊃(A⊃C)]		
0	0	0	0	**0**	0
0	0	1	2	**0**	2
0	0	2	2	**0**	0
0	1	0	2	**0**	0
0	1	1	2	**0**	0
0	1	2	0	**0**	0
0	2	0	0	**0**	0
0	2	1	0	**0**	0
0	2	2	0	**0**	0
1	0	0	2	**0**	0
1	0	1	0	**0**	0
1	0	2	0	**0**	0
1	1	0	0	**0**	0
1	1	1	0	**0**	0
1	1	2	2	**0**	0
1	2	0	2	**0**	2
1	2	1	2	**0**	2
1	2	2	2	**0**	0
2	0	0	0	**0**	0
2	0	1	0	**0**	0
2	0	2	0	**0**	0
2	1	0	0	**0**	0
2	1	1	0	**0**	0
2	1	2	0	**0**	0
2	2	0	0	**0**	0
2	2	1	0	**0**	0
2	2	2	0	**0**	0

La tabla de verdad del Axioma 3 es:

A	B	(¬B⊃¬A)⊃[(¬B⊃A)⊃B]		
0	0	2	**0**	0
0	1	2	**0**	0
0	2	2	**0**	2
1	0	2	**0**	0
1	1	2	**0**	0
1	2	2	**0**	0
2	0	2	**0**	0
2	1	2	**0**	2
2	2	0	**0**	0

Finalmente, la tabla del Axioma 1 es:

A	B	A ⊃	(B ⊃ A)
0	0	**0**	0
0	1	**2**	0
0	2	**0**	2
1	0	**0**	0
1	1	**0**	0
1	2	**2**	0
2	0	**0**	0
2	1	**0**	2
2	2	**0**	0

Como podemos apreciar, cuando A toma el valor 0 y B el valor 1, la implicación toma el valor 2, por lo tanto no es *selecto*, no tiene la propiedad que tienen el Axioma 2 y el axioma 3. Luego el Axioma 1 del *Sistema M* es independiente.

Si A⊃B es selecto y A es selecto, entonces B también lo es. Por lo tanto, la regla de inferencia guarda la propiedad.

Prueba de la independiencia del Axioma 2

Para demostrar la independencia del Axioma 2 Mendelson nos proporciona las siguientes matrices:

⊃	**0**	**1**	**2**	¬
0	0	2	1	1
1	0	2	0	0
2	0	0	0	1

Con estos valores la tabla del Axioma 1 es la siguiente:

A	B	A ⊃	(B ⊃ A)
0	0	**0**	0
0	1	**0**	0
0	2	**0**	0
1	0	**0**	2
1	1	**0**	2
1	2	**0**	0
2	0	**0**	1
2	1	**0**	0
2	2	**0**	0

La tabla del Axioma 3 es:

A	**B**	**(¬B⊃¬A)⊃[(¬B⊃A)⊃B]**		
0	0	2	**0**	0
0	1	2	**0**	0
0	2	2	**0**	2
1	0	2	**0**	0
1	1	2	**0**	0
1	2	2	**0**	0
2	0	2	**0**	0
2	1	2	**0**	2
2	2	0	**0**	0

Dado que en su tabla de verdad, tanto el Axioma 1 como el Axioma 3 toman en todas sus filas el valor **0**, se dice que tiene la propiedad de ser *grotescos* así denominada por Mendelson.

El Axioma 2 no posee esta propiedad: cuando A es 0, B es 0 y C es 1, el Axioma 2 toma el valor 2; y con ello se muestra que este axioma no es *grotesco* -y por tanto es independiente de los anteriores. La tabla de verdad de este axioma es la siguiente:

La tabla del Axioma 2 es:

A	**B**	**C**	**(A⊃(B⊃C)⊃[(A⊃B)⊃(A⊃C)]**		
0	0	0	0	**0**	0
0	0	1	1	**2**	1
0	0	2	2	**0**	2
0	1	0	0	**0**	0
0	1	1	1	**0**	0
0	1	2	0	**0**	0
0	2	0	0	**0**	0
0	2	1	0	**0**	0
0	2	2	0	**1**	2
1	0	0	0	**0**	0
1	0	1	0	**2**	1
1	0	2	2	**0**	0
1	1	0	0	**0**	0
1	1	1	0	**0**	0
1	1	2	0	**0**	0
1	2	0	0	**0**	0
1	2	1	0	**2**	1
1	2	2	0	**0**	0
2	0	0	0	**0**	0
2	0	1	0	**0**	0
2	0	2	0	**0**	0
2	1	0	0	**0**	0
2	1	1	0	**0**	0
2	1	2	0	**0**	0
2	2	0	0	**0**	0
2	2	1	0	**0**	0
2	2	2	0	**0**	0

Prueba de la independencia del Axioma 3

Queda por demostrar la independencia del Axioma 3. Consideremos las siguientes matrices:

⊃	**0**	**1/2**	**1**	¬
0	1	1	1	0
1/2	1/2	1	1	1/2
1	0	1/2	1	0

Una fórmula bien formada es *atractiva* cuando toma siempre el valor de verdad 1. Si A ⊃ B y A son *atractivos*, entonces B es *atractivo,* es decir, cualquier fórmula derivable a partir del Ax. 1 y el Ax. 2 por modus ponens, es atractiva.

El Axioma 1 tiene la propiedad de ser *atractivo*. Su tabla es la siguiente:

A	**B**	**A ⊃**	**(B ⊃ A)**
0	0	**1**	1
0	½	**1**	½
0	1	**1**	0
½	0	**1**	1
½	½	**1**	1
½	1	**1**	½
1	0	**1**	1
1	½	**1**	1
1	1	**1**	1

El Axioma 2 también es *atractivo,* su tabla es:

A	**B**	**C**	**(A ⊃**	**(B⊃C)**	**⊃**	**[(A ⊃ B)**	**⊃**	**(A⊃C)]**
0	0	0	1	1	**1**	1	1	1
0	0	½	1	1	**1**	1	1	1
0	0	1	1	1	**1**	1	1	1
0	½	0	1	½	**1**	1	1	1
0	½	½	1	1	**1**	1	1	1
0	½	1	1	1	**1**	1	1	1
0	1	0	1	0	**1**	1	1	1
0	1	½	1	½	**1**	1	1	1
0	1	1	1	1	**1**	1	1	1
½	0	0	1	1	**1**	½	1	½
½	0	½	1	1	**1**	½	1	½
½	0	1	1	1	**1**	½	1	½
½	½	0	1	½	**1**	1	1	1
½	½	½	1	1	**1**	1	1	1
½	½	1	1	1	**1**	1	1	1
½	1	0	½	0	**1**	1	1	1
½	1	½	1	½	**1**	1	1	1
½	1	1	1	1	**1**	1	1	1
1	0	0	1	1	**1**	0	1	0
1	0	½	1	1	**1**	0	1	0
1	0	1	1	1	**1**	0	1	0
1	½	0	½	½	**1**	½	1	½
1	½	½	1	1	**1**	½	1	½
1	½	1	1	1	**1**	½	1	½
1	1	0	0	0	**1**	1	1	1
1	1	½	½	½	**1**	1	1	1
1	1	1	1	1	**1**	1	1	1

El Axioma 3 no es *atractivo*: en la primera fila, cuando A es 0 y B es 0, el Axioma 3 toma el valor 0:

A	B	(¬B	⊃	¬A)	⊃	[(¬B ⊃ A) ⊃ B]
0	0	0	1	0	**0**	0
0	½	0	1	½	**½**	½
0	1	0	1	0	**0**	1
½	0	½	½	0	**½**	0
½	½	½	1	½	**½**	½
½	1	½	½	0	**1**	1
1	0	0	1	0	**0**	0
1	½	0	1	½	**½**	½
1	1	0	1	0	**1**	1

El Sistema M es independiente de axiomas: dado que existe una propiedad, selecto, grotesco o atractivo que no posee uno de los axiomas pertenecientes al Sistema M. La prueba se logra a partir de un sistema trivalente.

2. 5. SISTEMA POLIVALENTE DE LUKASIEWICZ

El sistema trivalente $Ł_3$ de Łukasiewicz es generalizable para el sistema infinitamente polivalente $Ł_n$ Los valores de verdad de las fórmulas compuestas están determinados por las siguientes matrices.

La negación y la implicación son los símbolos primitivos de $Ł_3$

Negación

P	¬P
1	0
½	½
0	1

Implicación

P/Q	0	½	1
0	1	1	1
½	½	1	1
1	0	½	1

Puesto que no hay una matriz para los sistemas de infinitos valores, podemos definir este sistema como sigue:

Sistema Infinitamente polivalente

Notación Polaca	*Notación Clásica*
Cpq=1 para **p≤q**	**P⊃Q=1** para **P≤Q**
Cpq=1-p+q para **p>q**	**P⊃Q=1-(P+Q)** para **P>Q**
Np = 1-p	**¬P=1-P**
p [P] y **q [Q]** pueden tomar infinitos valores del intervalo [0,1]	

Sea $\mathcal{L}_k$ una lógica infinito-valente que tenga como constantes lógicas $\{\neg, \&, \vee, \supset, \equiv,\}$ y $\{k \in \mathbf{N}$ y $n \geq 2\}$

En lógica bivalente, el número de combinaciones posibles de los valores de verdad de *n* enunciados, venían dados por la siguiente fórmula: 2^n. En lógica trivalente, dados *n* enunciados, será 3^n el número de las combinaciones posibles de sus valores. Sin embargo, para un sistema con *m* valores será m^n.

Además del sistema polivalente de Łukasiewicz existen los sistemas trivalentes y polivalentes, que se generan tiempo después; entre los que tienen mayor importancia filosófica los de Kleene, quien genera una lógica trivalente y al tercer valor lo interpreta como *lo indefinido*. Sus motivaciones son distintas a las de Łukasiewicz en tanto que desea saber para qué problemas una máquina no tiene una respuesta ni afirmativa, ni negativa.

El ruso D. A. Bochvar, al buscar la forma de evitar paradojas crea un sistema lógico en el cual el tercer valor se puede interpretar como *sin sentido*, en el cual cada vez que una proposición con valor indeterminado, independientemente de cuál sea el valor de la otra proposición con la cual se le conecta, toma el tercer valor.

Capítulo 3

SOBRE LA FILOSOFÍA DE LUKASIEWICZ

INTRODUCCIÓN.

La aportación más importante de J. Łukasiewicz pertenece al ámbito de la lógica y su filosofía versa en gran parte sobre lógica polivalente cuyo correlato ontológico se halla en la negación del determinismo. Por ello, en este segundo capítulo analizamos las implicaciones filosóficas que surgen al postular un sistema lógico antagónico a dicho principio.

Según Łukasiewicz, en la lógica clásica, al aceptar la ley de bivalencia, tratándose de proposiciones que se refieren a eventos futuros, se acepta al mismo tiempo la tesis del determinismo. A lo largo del capítulo trataré de explicar cómo, para Łukasiewicz, la no aceptación de la bivalencia nos lleva al indeterminismo.

Por ello me parece necesario explicar qué entiende Łukasiewicz por el principio del tercero excluso y su relación con el determinismo, y cómo, a través de la negación de la bivalencia, surge una lógica de más de dos valores.

Łukasiewicz justifica su lógica polivalente mostrando que es tan aceptable el determinismo como el indeterminismo, por lo cual es igual de sensato optar por una u otra postura. En el fondo de su justificación yace un claro propósito: evitar todo tipo de coerción intelectual y hacer de la ciencia un proceso creativo.

Łukasiewicz está a favor de la libertad y que tengamos libertad implica ir en contra del determinismo, pero si somos libres entonces ¿de ahí se sigue el indeterminismo? Intuitivamente parece que sí: por un lado, si pensamos que la negación de la libertad es tener un estado de coerción física y psicológica. Por otro, suponer que estar determinados nos evita ser libres. La segunda respuesta se presenta discutible: el contexto social, económico, político, religioso, de género, etc., determinan nuestra forma de ser, actuar, pensar, creer, etc., ello no implica que no seamos libres; por ejemplo, mi condición de mujer, en un entorno machista debiera ser de sumisión ante el sexo opuesto, sin embargo, y por fortuna, no ocurre así, dado que tengo la libertad de elegir entre ser sumisa o no serlo. Mi entorno no está coartando mi libertad. A menos que no sea consciente de mi ignorancia de las causas que me determinan, como afirmaba Spinoza Baruch. Para éste filósofo la libertad no es más que la lucha contra la ignorancia y los prejuicios, lo que denominamos libertad de pensamiento.

3. 1. DETERMINISMO Y LÓGICA CLÁSICA.

El determinismo fue desarrollado en el periodo helenístico por los estoicos, encabezados por Crisipo de Soles. Ellos, como francos deterministas establecieron a la base de su dialéctica el principio de bivalencia.

El principio del determinismo consiste en concebir los fenómenos del mundo como definidos desde antes de que tengan lugar; se contrapone a lo indeterminado. Se distinguen varios tipos de determinismo. Por ejemplo, el Diccionario de filosofía Herder enumera los siguientes: universal, filosófico, teológico, fatalista, de la física clásica, psíquico e histórico.

Parafraseando al diccionario citado se define cada tipo como sigue: el determinismo universal, acorde al principio de causalidad, sostiene que todo fenómeno en el universo ocurre bajo leyes causales. El filosófico, que tanto los fenómenos sociales como los individuales están determinados y por tanto son previsibles y predictibles al igual que los fenómenos de la naturaleza que están causalmente determinados. El teológico, que Dios, como ser supremo, omnisciente y omnipotente determina los actos morales de las personas. El fatalismo es la afirmación de que toda acción humana está determinada, independientemente de si son causados o no. El científico o de la física clásica, afirma que gracias a las leyes causales los fenómenos de la naturaleza pueden ser conocidos. A esta afirmación se unen Newton, Laplace y Einstein como profesos deterministas (Para Einstein *Dios no juega a los dados*); y se oponen Heisenberg y Max Planck, quienes afirman lo contrario. El psíquico sostiene que todo fenómeno psíquico tiene una causa, la deliberación es un fenómeno psíquico, por lo tanto depende de una causa. El histórico concibe la historia, no como resultado de acciones libres, sino como producto de las leyes generales de la historia, leyes determinadas por el contexto social, económico, político, etc., de cada sociedad; este tipo de determinismo está ligado al materialismo histórico.

De acuerdo al principio de causalidad pensar que todo está de alguna forma determinado y que sólo somos actores del drama del universo, parece razonable al observar que la mayor parte de los sucesos son efecto de una causa anterior y causa de un efecto posterior. Tanto las observaciones que hacen los científicos naturales como las observaciones que no requieren de cierta metodología, y el principio de causalidad nos llevan a considerar que también en la sociedad existen ciertas regularidades. A ello se debe que no pocos filósofos y sociólogos, han concebido la idea de que bajo ciertas regularidades se puede estudiar a la sociedad igual que estudiamos los fenómenos naturales, *tratando los hechos como cosas*, como afirmó el sociólogo francés E. Durkheim en 1895[11].

El determinismo filosófico nos enfrenta a enormes dificultades, por ejemplo, para la ética, si todo ha sido determinado, entonces no hay por qué construir cárceles, dado que ya estaba determinado que el criminal fuera criminal y que el buen ciudadano fuera un buen ciudadano.

Łukasiewicz define al determinismo como "[…] la creencia de que si A es b en el instante t es verdad en cualquier instante anterior a t que A es b en el instante t"[12]. Esta definición, así formulada, es universalizable, pues no importa el tiempo, el espacio y el hecho del que se hable, es decir, la variable temporal (*t*), el hecho (*A*) con respecto a (*b*), pueden ser sustituidos sea cual sea el contenido. Por ejemplo, si tomamos como *t* a julio del 2006, como *A* a Felipe Calderón y como *b* el hecho ser presidente de México; entonces el siguiente enunciado concordaría con el determinismo Lukasiewiano:

---

[11] *Las reglas del método sociológico*, obra de materia sociológica, inspirada en el método cartesiano, analiza el hecho social y sus tres características fundamentales: exterioridad e independencia del individuo con respecto a la propia cultura; coerción o presión interiorizada del grupo sobre el individuo; y la generalidad de la presión impuesta y compartida sobre todos.

[12] "Sobre el determinismo" en Łukasiewicz, J., (1975), 143 pp., 46

"La creencia de que si Felipe Calderón es presidente de México en julio de 2006, es verdad en cualquier instante anterior a julio de 2006 que Calderón será presidente de México en julio de 2006."

Łukasiewicz, a diferencia de otros filósofos que han negado el determinismo cuestiona el principio del tercero excluso y muestra que las proposiciones que se refieren a eventos futuros no pueden corresponder a este principio, dado que no están determinados aún.

Por lo que cómo el principio del tercero excluso está relacionado con el determinismo y cómo muestra Łukasiewicz que es posible, negando este principio, concebir el indeterminismo, es lo que a continuación tiene lugar.

3. 1.1 Principio del tercero excluso y principio del determinismo.

Entre otros, el principio del tercero excluso constituye el núcleo central de la lógica clásica; su forma lógica es la siguiente:

$$\mathbf{A} \vee \neg \mathbf{A}$$

Significa que $\mathbf{A}$ o bien ocurre o bien ocurre $\neg\mathbf{A}$ y no hay más; es decir no existe otra alternativa. Toda proposición es verdadera o es falsa, equivale a decir que de dos proposiciones contrarias una de ellas es necesariamente válida.

La importancia de este principio yace en el uso tácito que se hace de él en el ámbito del saber, no sólo científico, incluso el ordinario. Tiene que ver con la propia necesidad de certeza.

Pero a diferencia de Heráclito que afirma que las cosas son y no son al mismo tiempo, en la lógica clásica, una proposición es verdadera o falsa y no ambas cosas a la vez. Ciertamente, a lo que se le predica verdad o falsedad es a las proposiciones, no a los hechos, ni a los entes.

Łukasiewicz formula el principio del tercero excluso de la siguiente manera: "[…] dos enunciados contradictorios no son falsos a la vez, uno de ellos ha de ser verdadero. No hay término medio entre los argumentos de esta alternativa, no hay una tercera cosa que, siendo verdadera, invalidaría sus dos argumentos."[13] Nótese que nuestro lógico está definiendo el principio del tercero excluso en términos del principio de no contradicción: dos enunciados no son contradictorios a la vez. Esta definición le ayuda, como más adelante veremos, a no aceptar contradicciones a pesar del número de valores de verdad que tenga el sistema.

El lógico polaco afirma que el principio de bivalencia se refiere a que: "Toda proposición o bien es verdadera o bien es falsa, es decir, se puede asumir uno y sólo uno de los valores de verdad: verdad o falsedad".[14]

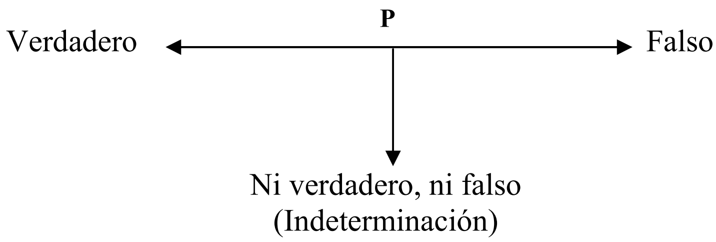
Sea **P** una proposición, los valores que podría tomar son tres: verdad, falsedad, o ni verdad ni falsedad. Ya Leibniz en 1765 observó que la definición del principio de no contradicción contiene dos enunciados verdaderos: el primero enuncia que lo verdadero y lo falso son incompatibles en una misma proposición, es decir, una proposición no puede ser verdadera y falsa a un mismo tiempo; el

---

[13] Ibíd., p. 47
[14] Ibíd., p. 58

segundo, que lo opuesto, la negación de lo verdadero y lo falso no son compatibles, lo cual significa que no es posible que una proposición no sea ni verdadera ni falsa. La justificación del segundo enunciado yace en el principio de bivalencia, pero también podría ser el pensar que toda proposición debe ser apofántica, es decir, que debe tener un valor de verdad. Véase el siguiente esquema:

Esquema 1: *Posibles combinaciones de los valores de verdad con respecto a una proposición.*



Si nos referimos a eventos que forman parte del pasado, a ellos, con certeza, corresponden los valores que se hallan en la línea horizontal: verdadero o falso. Pero tratándose de eventos futuros, no podemos más que afirmar su indeterminación, es decir, que no son ni verdaderos ni falsos, dado que de hecho no sabemos cuál ha de ser su valor de verdad.

Que una proposición sobre un hecho que sucedió en el pasado sea considerada verdadera o falsa, por haber sido determinada tanto en tiempo como en espacio, no resulta problemático. Sin embargo, considerar verdadera [o falsa] una proposición referida a un hecho futuro, nos lleva a plantearnos el problema sobre si las verdades son eternas. El principio de causalidad y el principio del tercero excluso nos llevan a deducir que toda verdad es eterna y que por lo tanto tiene lugar el determinismo.

Para Łukasiewicz existe un error en el principio del tercero excluso como argumento que apoya al determinismo, al igual que existen en el principio de causalidad. Explica que de acuerdo a la definición del principio del tercero excluso, la teoría de la deducción y el silogismo hipotético, es posible mostrar el error en este principio como argumento; y el principio de causalidad, igualmente se invalida, al introducir el concepto de infinitud.

Siguiendo la demostración de Łukasiewicz, de acuerdo a la formulación del principio del tercero excluso, que enuncia que: *dos proposiciones contradictorias no son falsas a la vez*, la proposición **A** es verdadera:

> **A**: O bien es verdadero *en el instante t* que en 2006 tendremos un presidente de derecha, o es verdadero en *el instante t* que en 2006 no tendremos un presidente de derecha.

Sea el *instante t* un punto inextenso en el tiempo.

Pero, si es verdadero en el *instante t* que en 2006 tendremos un presidente de derecha, entonces en 2006 tendremos un presidente de derecha. Es decir:

B: Si es verdadero en el *instante t* que en 2006 no tendremos un presidente de derecha, entonces en 2006 no tendremos un presidente de derecha.

Nótese que a primera vista el enunciado parece equivalente a lo que se quiere decir en A, Łukasiewicz hace ver que podemos aceptar ambas premisas como intuitivamente ciertas, sin exigir demostración.

La premisa **B** es un condicional de la forma si α, entonces **no-**β, donde:

α: Es verdadero *en el instante t* que en 2006 no tendremos un presidente de derecha; y
β: En 2006 tendremos un presidente de derecha.

En el consecuente de la premisa **B** aparece la negación del enunciado β, es decir, el enunciado ***no-***β:

De acuerdo con la teoría de la deducción:
Si α, entonces **no-**β, implica que si β, entonces **no-**α. La proposición **B** se convierte en:

C: Si en 2006 tendremos un presidente de derecha, entonces no es verdadero en el *instante t* que en 2006 no tendremos un presidente de derecha.

Ahora bien, la premisa **A** es de la forma γ o α, donde:

γ: Es verdadero en el *instante t* que en 2006 tendremos un presidente de derecha;
α: Es verdadero *en el instante t* que en 2006 no tendremos un presidente de derecha.

Según la teoría de la deducción: γ o α implica que si **no-**α, entonces γ, por lo tanto la premisa **A** puede formularse como sigue:

D: Si no es verdadero en el *instante t* que en 2006 no tendremos un presidente de derecha, entonces es verdadero en el *instante t* que en 2006 tendremos un presidente de derecha.

Al comparar **C** y **D** podemos aseverar que ambos son condicionales y el consecuente de **C** tiene la misma forma que el antecedente de **D**. Por lo tanto, de acuerdo a la teoría de la deducción y al silogismo hipotético:

Si $\boldsymbol{\beta}$ implica **no-**$\boldsymbol{\alpha}$**"** y si **no-**$\boldsymbol{\alpha}$**"** implica $\boldsymbol{\gamma}$,
entonces si $\boldsymbol{\beta}$ entonces $\boldsymbol{\gamma}$

Sea β: En 2006 tendremos un presidente de derecha; y
γ: Es verdadero en el *instante t* que en 2006 tendremos un presidente de derecha. Esto es:

E: Si en 2006 tendremos un presidente de derecha, entonces es verdadero en el *instante t* que en 2006 tendremos un presidente de derecha.

Por tanto, dado que *t* es un instante cualquiera, anterior, simultáneo o posterior, podemos concluir que si en 2006 tendremos un presidente de derecha, entonces es verdadero en cualquier *instante t* que en 2006 tendremos un presidente de derecha.

A partir del principio del tercero excluso y el principio de deducción queda demostrado que si A es b en el instante *t*, entonces es verdadero en cualquier instante anterior, simultáneo o posterior a *t* que A es b en el instante *t*.

3. 1. 2. Principio de causalidad y determinismo.

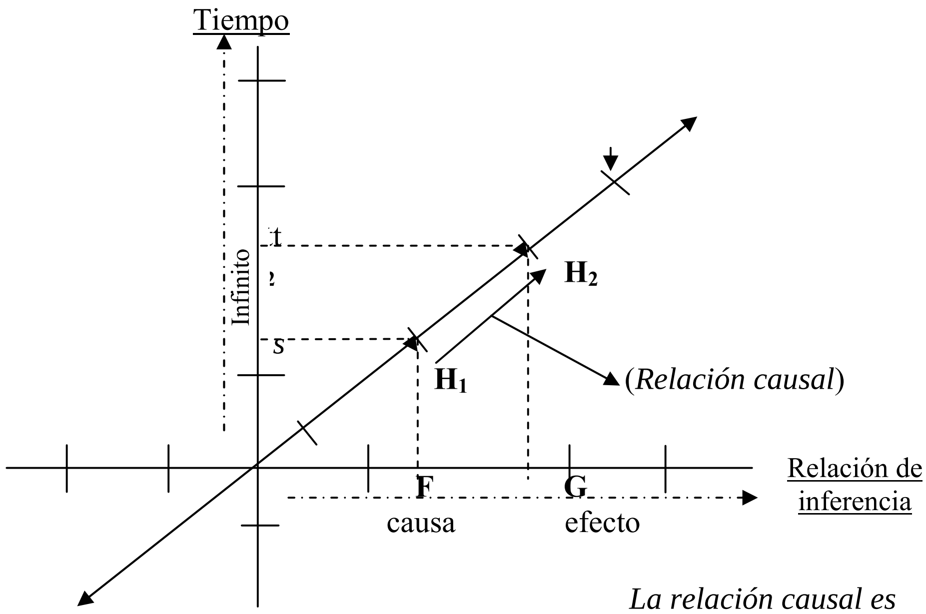
El principio del determinismo se deduce del principio de causalidad. Łukasiewicz define al principio de causalidad como: "[…] la proposición de que todo hecho *G* que se produce en el instante *t* tiene su causa en algún hecho *F* que se produce en el instante *s* anterior a *t*, y que en todo instante posterior a *s* y anterior a *t* se producen hechos que son a la vez efectos del hecho *F* y causas de hecho *G*."[15]

Existen en esta definición dos elementos sustanciales, el concepto causa y el concepto efecto, los cuales sólo se entienden uno en relación al otro. La definición que nuestro autor proporciona es la siguiente:

> "El hecho *F* que tiene lugar en el instante *s* se llama *causa* del hecho *G* que tiene lugar en el instante *t*, y el hecho *G*, *efecto* del hecho *F*, si el instante *s* es anterior al instante *t*, y si los hechos *F* y *G* están conectados entre sí de tal modo que por medio de leyes conocidas vigentes entre los respectivos estados de cosas es posible inferir la afirmación de hecho *G* a partir de la afirmación de hecho *F*."[16] Ésta definición la podemos explicar en el siguiente esquema:

[15] "Sobre el determinismo", en Łukasiewicz, J., (1975), 143 pp., p. 51
[16] Ibíd. p. 51-52

Relación causa-efecto.



*La relación causal es asimétrica: si **G** es efecto de **F**, **G** no puede ser causa de **F***

*En todo instante anterior y en todo instante posterior se producen hechos que son simultáneamente efectos del hecho **F***

Como afirma el lógico polaco, la relación causal es transitiva, es decir, "para cualesquiera hechos F, G y H, si F es la causa de G, y G es la causa de H, entonces F es la causa de H"[17].

De acuerdo con el principio de causalidad, todo evento para ocurrir requiere de una causa, Sea **P** un hecho que ocurre en un instante *m*, su causa debió existir en un hecho que ocurrió en un instante z que es anterior a *m*. Entonces, un evento $\mathbf{P}_2$, tiene su causa en un hecho $\mathbf{P}_1$ y $\mathbf{P_1}$, es efecto de un hecho anterior a $\mathbf{P_0}$ y así sucesivamente hasta el infinito.

Si el hecho $\mathbf{P}_n$, que se produce en el instante t_n, es la causa del hecho **P**, que se produce en el instante *t*, entonces, conforme al principio de causalidad, en todo instante posterior a t_n y anterior a *t* se producen hechos que son simultáneamente efectos del hecho $\mathbf{P}_n$ y causas del hecho **P**.

Regresando al esquema anterior, nos damos cuenta que la secuencia de hechos que ocurre antes que **F**, y que son las causas de ese hecho, es infinita en todo instante anterior a *t* – y en todo instante presente y pasado- ocurre algún hecho que es la causa de **F**: si sucede que *tendremos un*

[17] Ibíd., Pág. 51

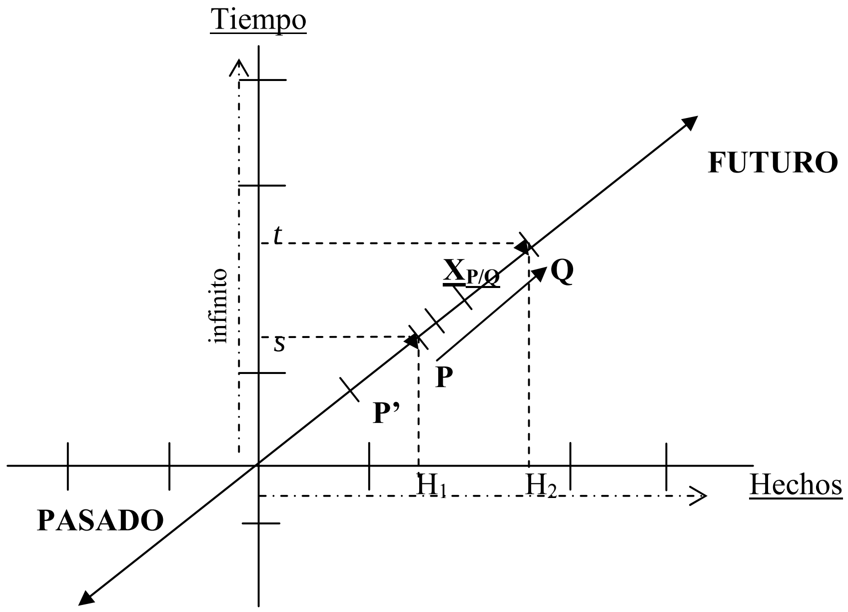
presidente de derecha en 2006, entonces la causa de este hecho existe ya hoy y también en todo instante anterior a mañana a mediodía.

Si la causa existe o existió, todos los efectos de esta causa deben inevitablemente existir; esto, por la definición antes dada de la relación causa-efecto. Por lo tanto, es ya verdadero ahora, y ha sido verdadero desde toda la eternidad que *en 2006 tendríamos un presidente de derecha*. Es decir, si A es *b* en el instante *t*, es verdadero en todo instante anterior a *t* que *A* es *b* en el instante *t*; porque en todo instante anterior a *t* existen las causas de este hecho. De esta forma queda demostrado el principio del determinismo por medio del principio de causalidad.

Łukasiewicz encuentra que existe un error en el argumento que deriva la tesis del determinismo a partir del principio de causalidad.

No es el caso que *si en 2006 tendremos un presidente de derecha*, entonces la secuencia infinita de causas de este hecho debe alcanzar el instante presente y el instante pasado; puesto que nada ocurre sin causa. Esta secuencia puede tener su límite inferior en un instante posterior al instante presente: un instante que, por lo tanto, no ha llegado todavía a pasar.

Concepto de infinitud.



Esta secuencia de causas es infinita hacia el pasado como hacia el futuro, por tanto, para que ocurra un evento **Q** debe existir un evento intermedio $\mathbf{X_{P/Q}}$ y para que ocurra $\mathbf{X_{P/Q}}$ es preciso que exista otro evento entre **P** y $\mathbf{X_{P/Q}}$ y así sucesivamente hasta el infinito. La sucesión causal nunca alcanzaría a **P'**.

El límite que divide la causa **P** y la causa **Q** a la mitad ($\mathbf{X_{P/Q}}$) y que se establece en esta secuencia de hechos, no es un límite absoluto: lo que limita es continuo e infinito; pero esta infinitud no es absoluta, al marcar la siguiente mitad (**P/ $X_{P/Q}$**), pero con ello no se establece un límite absoluto, y esta relación se sigue hasta el infinito.

Esta noción de infinitud es parecida a la utilizada en la paradoja de Zenón, sobre si Aquiles alcanza o no a la tortuga, parecería que la única diferencia es que en lugar de Aquiles son las causas y en lugar de la tortuga es un hecho futuro; sin embargo, el concepto de infinitud que aquí se presenta es distinto al de Zenón, el filósofo eléata divide al espacio en mitades, aquí de lo que se trata no es sólo del espacio, se incluyen dos variables más: el tiempo y hechos contingentes; este concepto de infinitud va más allá de sólo el espacio.

Łukasiewicz explica que un principio o primera causa tendría que ocurrir en el instante correspondiente al menor número real mayor que ½ y ese número *no existe*; como tampoco existe el menor número racional mayor que ½. Dentro del conjunto de los números reales, y en el conjunto ordenado de los números racionales, no hay dos números que se sucedan inmediatamente el uno al otro, es decir, tales que uno de ellos sea el predecesor inmediato y otro el sucesor inmediato; entre dos números hay siempre otro y en consecuencia, hay infinitos números entre cualesquiera dos de ellos. Por lo que puede suceder que existan secuencias causales infinitas que no han comenzado aún y que pertenecen enteramente al futuro. No es necesario que la secuencia infinita de causas de este hecho (A es b en el instante t_k) deba alcanzar el instante presente y todo instante pasado. Esta secuencia puede tener su límite inferior en un instante anterior al instante presente; un instante que por lo tanto, no ha llegado todavía a pasar.

Se puede tener el firme convencimiento de que nada sucede sin causa en algún hecho anterior, sin por ello ser un determinista.

Es así como Łukasiewicz muestra que existe un error en el argumento del cual se deriva el principio del determinismo por medio del principio de causalidad. Añade que el error en estos argumentos no es suficiente para invalidar al principio mismo, sin embargo, que se puede tener el firme convencimiento de que nada sucede sin causa, y de que todo hecho tiene su causa en algún hecho anterior, sin ser, por ello, un determinista.

Dado que en el instante actual no existe aún la causa de que tendremos un presidente de la derecha, ni la causa de que no lo tendremos, puede suceder que la secuencia infinita de causas que ocasiona la afirmación o la negación de dicha proposición no haya comenzado aún y pertenezca enteramente al futuro. Es un evento aún no decidido.

A propósito del principio de bivalencia, Łukasiewicz afirma que no lo halla evidente. Por ello afirma, no puede ser demostrado, sólo se puede creer en él y que quien lo considera evidente cree en él, al igual que se cree en otros principios. Łukasiewicz, no lo acepta y se postula por el indeterminismo, acepta la idea de que además de la verdad y la falsedad existen otros valores de verdad. Con esto justifica la inclusión del tercer valor en su sistema trivalente: lo *indeterminado*, y la sistematización de una lógica polivalente.

Finalmente Łukasiewicz afirma que el determinismo, no es una concepción mejor justificada que el indeterminismo. Por lo que ser determinista es igual de aceptable que ser indeterminista. Él, como nos damos cuenta, se declara indeterminista.

3. 2. LA LÓGICA COMO MÉTODO PARA RECONSTRUIR A LA FILOSOFÍA.

Se reconstruye algo que ha sido destruido o algo que se desea volver a construir porque ha sido insuficiente o no ha dado los resultados esperados. El contexto en el cual Łukasiewicz propone reconstruir a la filosofía está enmarcado ensombrecido por dos guerras mundiales. Lvóv, ciudad natal del lógico polaco, desde 1772 y hasta 1919 -fin de la primera guerra mundial- se encuentra bajo el dominio austriaco, y al inicio de la segunda guerra, las tropas soviéticas se apoderan de la ciudad y más tarde es ocupada por el ejército alemán. Actualmente, Lvóv, pertenece a la República Socialista Soviética de Ucrania. Esta situación de guerra y opresión acompaña el trabajo de Łukasiewicz; es por ello que siente insatisfacción por los resultados de las ciencias humanas, afirma que estas ciencias han fracasado, han triunfado aquellas disciplinas que se basaron en un método riguroso, un método que le faltó a las humanidades. "Se fracasó en el control efectivo y en la ordenación racional y deliberada de los fenómenos económicos y sociales, ya sea durante o después de la guerra."[18] Por lo anterior se requiere reconstruir a la filosofía, bajo un método, éste método puede ser construido desde la lógica. Existen problemas metafísicos que no han sido resueltos y que los neopositivistas han menospreciado como meros sinsentidos; bajo la lógica es posible plantearlos de forma clara y pueden tener solución.

Łukasiewicz propone las siguientes características para reconstruir la filosofía:

- Volver a plantear los problemas de la metafísica, analizarlos y enfocarlos con un método científico. Utilizando el método del físico y del matemático.
- Hacer de la filosofía una ciencia (*dura*) implica analizarla desde sus fundamentos, a partir de los cuales seleccionar aquellos problemas que puedan ser planteados comprensiblemente.
- El método es la lógica matemática: el método deductivo, axiomático.
- Contrastar incesantemente los resultados intuitivos y empíricos y con los resultados obtenidos en otras disciplinas, especialmente las ciencias naturales; y en caso de incompatibilidad, se precisa reformar sus fundamentos.

[18] "Logística y Filosofía", Łukasiewicz, J., (1975), p. 126

CONCLUSIONES

En la continua búsqueda de la verdad es preciso liberarnos de toda coerción intelectual llámese ortodoxia o dogmatismo. La lógica trivalente surge gracias al atrevimiento de poner en tela de juicio principios de carácter irrefutable como el principio de bivalencia. Este principio nos da la intuición de aceptar la tesis del determinismo, si por determinismo entendemos que para cada enunciado sólo existen dos posibilidades: que sucedan o no, verdad o falsedad respectivamente. Y su negación, el intento de refutar dicho principio, nos provee la posibilidad de construir un sistema formal trivalente: ampliando el número de valores de verdad al incluir "lo indeterminado" como tercer valor. Este sistema rompe con el paradigma de la bivalencia.

El tercer valor surge a partir de mostrar que el determinismo no es una concepción mejor justificada que el indeterminismo; por lo tanto es igualmente aceptable declararse determinista o indeterminista. Hay proposiciones que no son ni verdaderas ni falsas, sino indeterminadas; y la tesis del determinismo no formará parte de una nueva lógica no bivalente. Aunque al dar un tercer valor para aquellos enunciados de los que actualmente se desconoce cuál será su valor de verdad podría interpretarse como que también tienen un valor determinado. Por lo que aún queda por ver qué tipo de valor tendrán los enunciados referidos al futuro si de lo que se trata es de no caer en el determinismo.

J. Lukasiewicz es un filósofo único; sin embargo, su obra es poco conocida en nuestro país. Causa de ello es por que la mayoría de sus trabajos están escritos principalmente en polaco y sólo algunos se hallan en inglés, y una mínima parte ha sido traducida al español.

La importancia de conocer la obra del célebre filósofo yace no sólo en la información que nos proporciona, la cual no es poca cosa, sino que nos pone frente a un pensamiento creativo: su aportación a la lógica, es algo totalmente nuevo. Su lógica nos pone frente a una característica de la lógica en general: además de saber romper sus límites históricos ha sabido reconocer sus límites de principio: en el sistema de Lukasiewicz no se admiten contradicciones, por ejemplo.

Mi intención al mostrar el resultado de las investigaciones de Lukasiewicz es dar a conocer de forma sencilla y breve lo que considero más importante de su filosofía y su lógica.

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

Aristóteles (1982), Tratados de lógica: *Organon* /Tr. Miguel Candel Sanmartín Madrid: Gredos,

Deaño, A. (1975), *Introducción a la lógica formal,* Madrid: Alianza Ed., 1975, S. 202pp

Haack, S. (1978), *Filosofía de las lógicas*, Cátedra, trad.; A. Antón y T. Orduña, de la 1ª ed. de Cambridge University Press, 1978, Edición en Español Madrid, 293pp.

Kneale, W. C. y Kneale, M. (1980), *El desarrollo de la Lógica*, ed. Estructura y Función, Tecnos, de la 1ª edición, *The deveplopment of Logic*, trad. J. Murguerza, España 1980. 705 pp.

Łukasiewicz., J. (1975), *Estudios de Lógica y Filosofía*, selec y trad.; A. Deaño, Biblioteca Rev. Occ., Madrid, 143pp.

Mendelson, E. (1979), *Introduction to Mathematical Logic*, 2nd ed., D. Van Nostrand Co., New York.

Rescher, N. (1971), *Desarrollos y orientaciones recientes en lógica*, Rev. Teorema, 2 de junio de 1971, pág. 51 y ss.

Sánchez, J. (1989), *Principios generales de una teoría fregeana del nombre para la lógica formal*, en, Signos, Anuario de Humanidades t. II, UAM-I, México, págs. 229-236.

BIBLIOGRAFÍA DE CONSULTA:

Abbagnano, N. (1996), *Dizionario di Filosofia*, traducción de Alfredo N Galletti 13ª reimpr., F. C. E., Méx. D. F., 1206 pp.

Bochenski, I. M. (1985), *Historia de la Lógica formal*, Ed. Gredos, 2ª reimpresión, Edición española de M. Bravo Lozano, España, 595pp.

Cortés M., J. y Martínez R., A. (1999), *Diccionario de filosofía Herder* en CD-ROM, 3ª ed., Empresa Editorial Herder S.A., Barcelona. Copyright 1996-99.

Craig Edward (Gral. Ed.), (1998), *Routledge Encyclopedia of Philosophy*, Routledge London a New York, 1st published.

Chimirri Héctor, (coord.) (1992), *Enciclopedia Garzanti di filosofia*, eds. Garzanti, Milán, Italia 1991, Edición en castellano, ediciones B, S. A., Barcelona, España, 1041 pp.

Edwards, Paul (*Editor in Chief*) *Encyclopedia Philosophy*, Macmillan Publishing co. Jnc & The Free Press (New York), Collier Macmillan Publishers (London), 1972.

Ferrater Mora, José, *Diccionario de Filosofía*, 2ª reimpresión, de la 5ª ed. FCE, Méx. D. F., 1971

Prior Arthur N., *Historia de la Lógica*, Ed. Tecnos, traducción de History of Logic, publicada por Macmillan Publishing co. Inc. New York; vesión castellana de Amador Antón y Esteban Requena, revisada por Manuel Garrido, España 1976, 252 pp.

Enciclopedia Routledge en línea:
http://www.rep.routledge.com/browse-articles?authstatuscode=202

Wikipedia, enciclopedia libre, en línea:
http://es.wikipedia.org/

Enciclopedia de ciencia en general, en línea:
http://100cia.com/enciclopedia

Buscador de biografías:
http://www.s9.com/biography

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

Alchourrón, C., Méndez, J. M., Orayen, R. (eds.) (1995), *Lógica*, Enciclopedia Iberoamericana de Filosofía, Trotta, Madrid.

Körner, S., (ed) (1976), *Philosophy of Logic*, Blackwell, Oxford, , 273 pp

Peña, L.,

-(1993) *Introducción a las lógicas no clásicas*, UNAM, Méx., 240 pp.

-(1995) Lógicas multivalentes, en *Lógica*, Enciclopedia Iberoamericana de Filosofía, ed. Trotta, ed. C. E. Alchourrón, tomo 7, 323-349p

Quezada, D. (1985), La lógica y su Filosofía; *Introducción a la Lógica*, Ed. Barcanova, 1ª ed. España, 315pp.

Rescher N. (1965) *Many Valued Logic* Nueva York, Mc Graw-Hill, 359 pp.

Rosser, J.B., Turquette, R., (1952),*Many valued logics*, Amsterdam, North Holland Publishing Company

Seeskin, K.R. (1971) "Many Valued Logic and Future Contingencies", *Logique et Analyse* 14: 759-73 (Includes the failed truth-functionality argument mentioned in paragraph 1)

Urquhart, A. (1986) "Many Valued Logic" in D. Gabbay an F. Guenthner (eds) *Handbook of Philosophical Logic*, vol.3, Alternativas to classical Logic.

Zinov'ev, A. A. (1963), "*Philosophical Problems of Many-Valued logic*", versión inglesa de G. Küng y Comey D. D. (Holanda)D. Reidel Publishing Company 1963. xv +155pp.

BIBLIORAFÍA SUPLEMENTARIA.

Ackermann, R. (1967): An Introduction to Many-Valued Logics. Routledge and Kegan Paul, London.

Anderson, A.R. & Belnap Jr., N.D. (1975), *Entailment: The Logic of Relevance and Necessity,* Rinceton University Press, princeton.

Balbes, R. & Dwinger, p. (1974), *Distributive Lattices*, University of Missouri Press, Columbia (Missouri).

Baldwin, Th. (1928), Sets Whose Members Might Not Exist, *Analysis*, vol. XLII, enero 1928, pp. 133-138.

Barba Escribá, J., "Lógica clásica, parcial y tetravaluada: una visión comparativa desde el punto de vista algebraico" en *Actas del Encuentro de lógica y filosofía de la ciencia*, Madrid nov. 1991.

Barwise, J. (1985), *Model-Theoretic Logics*, New York: Springer.

Bernays, P. (1918), 'Beiträge zur axiomatischen Behandlung des Logik-Kalküls' *Habilitationsschrift*, Göttingen University; 'Axiomatische Untersuchung des Aussagen-Kalküls der *Principia Mathematica*' Mathematische Zeitschrift 25: 305 20, 1926.

Bellman, R. E. And Zadeh, L. A. (1977), 'Local and fuzzy logics', in Dunn and Epstein.

Belnap Jr., N.C., (1977), "A Useful Four-Valued Logic", in: Dunn & Epstein (eds) *Modern Uses of Multiple-Valued Logic*, Boston, MA: Reidel.

Bergmann, M. (1981), "Presupposition and Two-Dimensional Logic", *Journal of Philosophical Logic*, vol. X, No. 1, febrero 1981, pp. 27-53.

Blamey, S.R. (1986) ‘Partial Logic’, in D. Gabbay and F. Guenthner (eds) *Handbook of Philosophical Logic*, vol. 3, *Alternatives to Classical Logic*, Dordrecht: Reidel, 1986 1–70.

Bochvar, D. A. (1939), ‘Ob odnom tréhznacnom iscilenii i égo priménénii k analiza paradoksov kassicéskogo rassirénnogo funkcional’nogo iscisléniá’, Matématiceskij sbornik 4, pág. 287-308.

Brouwer, L. E. J. (1908), *De onbetrouwbaarheid der logische principes*, Tijdschrift voor wijsbegeerte 2, 152-158.

Carnap, R. (1937), *Logische Syntax der Sprache*, Vienna: Springer; revised and trans. A. Smeaton, *The Logical Syntax of Language*, London, K. Paul, and New York: Harcourt Brace.

Chang, C. C,

-(1963), ‘The axiom of comprehension in infinite valued logic,’ *Math. Scand.*, 13, 9-30

-(1965), ‘Infinite-Valued Logic as a Basis for Set Theory’ in Y. Bar-Hillel (ed.) *Logic, Methodology and Philosophy of Science*, Amsterdam: North Holland.

Chang, C.C. y Keisler, H.J. (1966) *Continous Model Theory*, Princeton, NJ: Princeton University Press.

Church, A.,

-(1939), Review of Bochvar, *J. Symbolic Logic* 4, 98-99

-(1956), *Introduction to Mathematical Logic*, Princeton, NJ: Princeton University Press.

Cignoli, R., (1980), “Some Algebraic Aspects of Many-valued Logics”, en: Arruda y ot. (comps.), 49-70.

Cleave, J.P., (1974),‘The Notion of Logical Consequence in the Logic of Inexact Predicates’, Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik 20: 307–24.

Costa, N. C. A. da, Subrahmanian, V. S. & Vago, C. (1989), “The paraconsistent logics PT”. Universidade de São Paulo, São Paulo.

Czelakowski, J. (1981) ‘Equivalential Logics (I), (II)’ *Studia Logica* 40: 227–36, 355–72.

Dedekind, (1988) *Was sind und was sollen die Zahlen,* Braunschweig.

Dugundji, J. (1940), ‘Note on a Property of Matrices for Lewis and Langford’s Calculi of Propositions’ *Journal of Symbolic Logic* 5: 370-99.

Dummett, M.A.E

-(1959), ‘Truth’, Proceedings of the Aristotelian Society 59: 141–62; repr. with postscript -(1972), in *Truth and Other Enigmas*, London: Duckworth, 1978.

-(1963), ‘Realism’, in *Truth and Other Enigmas*, London: Duckworth, 1978, 145–65.

-(1973), *Frege: Philosophy of Language*, London: Duckworth.

-(1991), *The Logical Basis of Metaphysics*, Cambridge, MA: Harvard University Press, esp. 48.

Dunn, J.M. (1975) ‘Intensional Algebras’, in A.R. Anderson and N.D. Belnap, *Entailment: The Logic of Relevance and Necessity*, vol. 1, Princeton, NJ: Princeton University Press, 1975, 180–206.

Dunn, J.M. & Epstein, G. (comps.) (1977),*Modern Uses of Multiple-Valued Logic*, Reidel, Dordrecht,.

Epstein, G. (1960), *‘The lattice theory of Post algebras’*, Trans. Amer. Math. Soc., 95, 300-317

Fenstad, J. E. (1964), *‘On the consistency of de axiom of comprehension in the Łukasiewicz infinite-valued logic’*, Math Scand. 14, 65-74

Fine, K., (1975), ‘Vagueness, Truth, and Logic’, *Synthese* 30: 265–300, 1975.

Fitting, M.C. (1992), ‘Many-Valued Modal Logics’, parts 1 and 2, *Fundamenta Informaticae* 15: 235-54. 17: 55-73.

Fraassen, B.C. van, (1971), *Formal Semantics and Logic*, New York: Macmillan.

Frege, G.

-(1879), *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*, Halle: Nebert; trans. '*Begriffsschrift*, a Formula Language, Modelled upon That of Arithmetic, for Pure Thought', in J. van Heijenoort (ed.) *From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879–1931*, Cambridge, MA: Harvard University Press, 1967, 1–82.

-(1893), *Grundgesetze der Arithmetik: begriffsschriftlich abgeleitet*, Jena: Pohle, 2 vols; repr. as *Grundgesetze der Arithmetik*, Hildesheim: Olms, 1966; Part 1 of vol. 1 trans. M. Furth, *Basic Laws of Arithmetic: An Exposition of the System*, Berkeley, CA: University of California Press, 1964; extracts from vol. 2, including 'Frege on Russell's Paradox', in *Translations from the Philosophical Writings of Gottlob Frege*, trans. and ed. P.T. Geach and M. Black, Oxford: Blackwell, 3rd edn, 1980.

-(1980) *Philosophical and Mathematical Correspondence*, trans. H. Kaal, ed. G. Gabriel *et al*, Chicago, IL: University of Chicago Press.

Garrido, M., *Lógica simbólica*. Madrid, Editorial Tecnos, 1974.

Gabbay, D. and Guenthner, F. (eds) (1983–9) *Handbook of Philosophical Logic*, Dordrecht: Reidel, 4 vols.

Geach, P.T. (1949) 'If's and And's', Analysis 9: 58–62.

Goddard, L. And Routley, R.: 1973, *The Logic of Significance and context*, Scottish Academic Press, Edinburgh and London.

Gödel, Kurt,

(1931) **"**Über formal unentscheidbare Sätze der Pricipia Mathematica und verwandter Systeme I" en *Monatshefte für Mathematik und Physik*, vol 3, págs. 176-178.

-(1929),'Über die Vollständigkeit des Logikkalküls', doctoral dissertation, University of Vienna; trans. 'On the Completeness of the Logical Calculus', in *Collected Works*, vol. 1, *Publications 1929–1936*, ed. S. Feferman, J.W. Dawson Jr, S.C. Kleene, G.H. Moore, R.M. Solovay, and J. van Heijenoort, New York and Oxford: Oxford University Press, 1986, 44–101.

-(1930), 'Die Vollständigkeit der Axiome des logischen Funktionenkalküls', Monatshefte für Mathematik und Physik 37: 349–60; trans. 'The Completeness of the Axioms of the Functional Calculus of Logic', in *Collected Works*, vol. 1, *Publications 1929–1936*, ed. S. Feferman, J.W. Dawson Jr, S.C. Kleene, G.H. Moore, R.M. Solovay, and J. van Heijenoort, New York and Oxford: Oxford University Press, 1986, 102–23; and in J. van Heijenoort (ed.) *From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879–1931*, Cambridge, MA: Harvard University Press, 1967, 582–91.

-(1931), 'Über formal unentscheidbare Sätze der *Principia Mathematica* und verwandter Systeme I', Monatshefte für Mathematik und Physik 38: 173–98; trans. 'On Formally Undecidable Propositions of *Principia Mathematica* and Related Systems', in *Collected Works*, vol. 1, *Publications 1929–1936*, ed. S. Feferman, J.W. Dawson Jr, S.C. Kleene, G.H. Moore, R.M. Solovay, and J. van Heijenoort, New York and Oxford: Oxford University Press, 1986, 126–95; and in J. van Heijenoort (ed.) *From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879–1931*, Cambridge, MA: Harvard University Press, 1967, 592–617.

-(1932), 'Zum intuitionistischen Aussagenkalkül', Anzeiger der Akademie der Wissenschaften Wien, mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse 69: 65–6; trans. 'On the Intuitionistic Propositional Calculus', in *Kurt Gödel: Collected Works*, vol. 1, *Publications*

1929–1936, ed. S. Feferman, J.W. Dawson Jr, S.C. Kleene, G.H. Moore, R.M. Solovay and J. van Heijenoort, Oxford: Oxford University Press, 1986, 223–5.

Goguen, J. A. (1969), 'The logic of inexact concepts', *Synthese* **19**, 325-373.

Grattan-Guinness, I. (1981), 'On the Development of Logics between the Two World Wars', American Mathematical Monthly 88: 495–509.

Grattan-Guinness, I. (1985), 'Russell's Logicism versus Oxbridge Logics, 1890–1925: A Contribution to the Real History', Russell: The Journal of the Bertrand Russell Archives, new series, 5: 101–31.

Guccione, S., & Tortora, R. (1982), "Deducibility in Many-Valued Logics", en: IEEE comps (1982), 117-121.

Haack, S. (1974), *Deviant Logic: Some Philosophical Issues*, Cambridge University Press, Cambridge.

Heijenoort, J. van (ed.) (1967) *From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879–1931*, Cambridge, MA: Harvard University Press.

Henkin, L. (1947), 'The Completeness of Formal Systems', unpublished doctoral dissertation, Princeton University.

Herbrand, J. (1930), 'Recherches sur la théorie de la démonstration', Prace Towarzystwa Naukowego Warszawskiego, Wydzial 3, no. 33; trans. 'Researches on Proof Theory', in J. van Heijenoort (ed.) *From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879–1931*, Cambridge, MA: Harvard University Press, 1967, 525–81.

Herrera, A. (1976), *¿Es la Existencia un Predicado Lógico?,* UNAM, Méx.

Herrick, P. (1994), The Many Worlds of Logic, A Philosophical Introduction. Harcourt Brace.

Heyting, A. (1956), *Intuitionism: An Introduction,* North-Holland, Amsterdam.

Hilbert, D.

-(1899) *Grundlagen der Geometrie*, Leipzig: Teubner, 7th edn, 1930; 2nd edn trans. L. Unger and P. Bernays, *Foundations of Geometry*, La Salle, IL: Open Court, 1971.

-(1905), 'Über die Grundlagen der Logik und der Arithmetik', in A. Krazer (ed.) *Verhandlungen des dritten internationalen Mathematiker-Kongresses in Heidelberg vom 8. bis 13. August 1904*, Leipzig: Teubner, 174–85; trans. 'On the Foundations of Logic and Arithmetic', in J. van Heijenoort (ed.) *From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879–1931*, Cambridge, MA: Harvard University Press, 1967, 129–38.

-(1922), 'Neubegründung der Mathematik. Erste Mitteilung', Abhandlungen aus dem mathematischen Seminar der Hamburgischen Universität 1: 157–77; trans. 'The New Grounding of Mathematics', in W.B. Ewald (ed.) *From Kant to Hilbert: A Source Book in the Foundations of Mathematics, vol. 2*, Oxford: Clarendon Press, 1996, 1115–34.

-(1923), 'Die logischen Grundlagen der Mathematik' (The Logical Foundations of Mathematics), Mathematische Annalen 88: 151–65; trans. 'The Logical Foundations of Mathematics', in W.B. Ewald (ed.) *From Kant to Hilbert: A Source Book in the Foundations of Mathematics*, vol. 2, Oxford: Clarendon Press, 1996, 1134–48.

Hilbert, D. and Ackermann, W. (1928), *Grundzüge der theoretischen Logik*, Berlin: Springer, 2nd edn, 1938; trans. L.M. Hammond, G.G. Leckie and F. Steinhardt, *Principles of Mathematical Logic*, ed. R.E. Luce, New York: Chelsea, 1950.

IEEE (comps.), (1982), *The Twelfth International Symposium on Multiple-Valued Logic*, IEEE Computer Society Press, (Silver Spring (Maryland). Son las Actas del XII congreso de lógica multivalente, celebrado en Parías, en mayo de 1982.

Jeffrey, R.: (1965), *The Logic of Decision*, MacGraw-Hill, New York.

Jordan, A., (l969), “The Development of Mathematical Logic in Poland between the two world Wars, en S McCall (ed.), *Polish Logic 1920-1939*. Oxford at the Clarendon Press, pág. 346-397.

Kahn, Charles H. (1973), *On The Theory Of The Verb `To Be'*, en Milton K. Munitz, Logic and Ontology, New York University Press, pp. 1-20.

Kamp, H. (1975), ‘Two Theories about Adjectives’, in E.L. Keenan (ed.) *Formal Semantics of Natural Language*, Cambridge: Cambridge University Press, 123–55.

Kleene, S. C.:

-(1938), ‘On a notationfor ordinal numbers’, J. Symbolic Logic 3 150-155.

-(1952), *Introduction to Metamathematics*, Van Nostrand, Ambsterdam and Princeton.

Kotarbiński, T. (1969), “Notes on the Development of Formal Logic in Poland in the years 1900-39”, en S McCall (ed.), *Polish Logic 1920-1939*. Oxford at the Clarendon Press, pág. 1-14.

Kuhn, T. S., (1971), *The Structure of Scientific Revolutions*. Chicago, The University of Chicago Press, 1962. V. cast. De A. Contín. México, F. C. E.,.

Lambert, Karel.(1969), *The Logical Way of Doing Things*, (Ed.), Yale U. P., New Haven.

(1980) *On The Philosophical Foundations of Free Logic*, Inquiry, vol. XXIV, No. 2, junio, pp. 147-203.

Lewis, C.I. (1918), *A Survey of Symbolic Logic*, Berkeley, CA: University of California Press; revised edn, New York: Dover, 1960.

Leonard, Henry S. (1956), ``The Logic of Existence'', Philosophical Studies, vol. VII, No. 4, junio, pp. 49-64.

Łoś, J. and Suszko, R. (1958), ‘Remarks on Sentential Logics’, Indagationes Mathematicae 20: 177–83.

Löwenheim, L. (1915), ‘Über Möglichkeiten im Relativkalkül’, Mathematische Annalen 76: 447–70; trans. S. Bauer-Mengelberg, ‘On Possibilities in the Calculus of Relatives’, in J. van Heijenoort (ed.) *From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879–1931*, Cambridge, MA: Harvard University Press, 1967, 232–51.

Łukasiewicz, J.: (1930), ‘Philosophische Bermekungen zu mehrwertigen Systemen des Aussagenkalkülus’, *Comptes rendus de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie*, cl. iii, **23**, 51-77; English traslation in Łukasiewicz [1970].

1957 *Aristotle´s Syllogistic: From the standpoint of modern formal logic*, Oxford: Clarendon, 2ª edition, 1st edition 1951, 2nd edition 1957 xiii + 222 pp.

Łukasiewicz, J. and Tarski, A. (1930), ‘Untersuchungen üben den Aussangenkalkül’, *Comptes rendus de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie,* cl. iii. **23**, 1-21; English translation in Łukasiewicz

Mach, (1908), *Die Mechanik in ihrer Entwickelung,* 6a. ed., Leipzig, 1908.

Malinowski, G. (1979), *Topics in the Theory of Strengthenings of Sentential Calculi*, Institute of Philosophy an Sociology, Varsovia.

Maltsev, A. I. (1936) ‘Untersuchungen aus dem Gebiete der mathematischen Logik’, Matematicheskii Sbornik, new series, 1: 323–36; trans. ‘Investigations in the Area of Mathematical Logic’, in B. Wells (ed.) *The Metamathematics of Algebraic Systems: Collected Papers, 1936–1967*, Amsterdam: North Holland, 1971. (First use of the compactness theorem for uncountable first-order languages.)

Martin, R.L. (ed.) (1970), *The paradox of the Liar*, New Haven, CT: Yale University Press.

Martín Vide, C. (comp.), (1992), *Lenguajes naturales y lenguajes formales* VII. PPU (Promociones y Publicaciones Universitarias), Barcelona.

McCall, S. (ed.) (1967), *Polish Logic* 1920-1939, London: Oxford University Press, Great Britain.(Source for papers of Łukasiewicz.) 406 pp

McNaughton, R. (1951), 'A theorem about infinite-valued sentential logic', J. Symbolic Logic 16, 1-13

Meredith, C. A. (1958), 'The dependence of an axiom of Łukasiewicz, Tran. Amer. Math. Soc. 87, 54.

Moisil, G.

-(1972), *Essais sur les logiques non chrysippiennes*, Éditions de l'Académie de la République Socialiste de Roumanie, Bucarest.

-(1980), 'Beyond First-Order Logic: The Historical Interplay Between Mathematical Logic and Axiomatic Set Theory', History and Philosophy of Logic 1: 95–137.

-(1988), 'The Emergence of First-Order Logic', in W. Aspray and P. Kitcher (eds) *History and Philosophy of Modern Mathematics*, Minneapolis, MN: University of Minnesota Press, 95–135.

(1997), 'The Prehistory of Infinitary Logic: 1885–1955', in *Tenth International Congress of Logic, Methodology, and Philosophy of Science, Florence, August 1995*, vol. 2, M.L. dalla Chiara, K. Doets, D. Mundici and J. van Benthem (eds) *Structures and Norms in Science*, Dordrecht: Kluwer, 105–23.

Morgan, C.G. (1974), 'A Theory of Equality for a Class of Many Valued Logics', *Zeitschrift für matematische Logik* 20: 427-32.

Morgan, C.G. and Pelletier, F.J. (1976), 'some Notes concerning Fuzzy Logics', *Linguistics and Philosopy* 1: 79-97.

Mostowski, A.,

-(1979), 'Model of set theory', lectures delivered in Varenna, September 1968, reprinted in Foundational Studies, Selected Works, Vol. I North-Holland, Amsterdam, New York, Oxford

-(1957), 'On a Generalization of Quantifiers', Fundamenta Mathematicae 44: 12–36. (Introduces 'generalized' quantifiers as an extension of first-order logic.)

-(1957), "L´oeuvre scientifique de J. Łukasiewicz dans le domaine de la logique mathématique" en *Fundamenta methematicae,* vol 44 (1957), pág. 1-11.

Murguerza, J. (1963), "La lógica, su historia y sus fronteras", en *Revista de Filosofía*, no. 84-5 (enero-junio de 1963), pág. 153.168.

Nagel, E. (1939), 'The Formation of Modern Conceptions of Formal Logic in the Development of Geometry', Osiris 7: 142–224; repr. in *Teleology Revisited and Other Essays in the Philosophy and History of Science*, New York: Columbia University Press, 1982, 195–259. (The influence of geometry on modern logic.)

Nagel y Newman, J. R. (1958), *Gödel´s Proof*. N. York, N,York University Press.

d' Ottaviano, I. M. (1982), *Sobre una teoría de modelos trivalente*, Universidade Estadual de Campinas, Campinas (São Paulo).

Öffenberger Niels, (1997), *La prehistoria de la lógica polivalente en la antigüedad clásica*, ed. Alejandro Korn, Colección reflexiones, Argentina, 175 pp.

Padoa, A. (1901), 'Essai d'une théorie algébrique des nombres entiers, précédé d'une introduction logique à une théorie déductive quelconque', in *Premier Congrès International de Philosophie*, vol. 3, *Logique et Histoire des Sciences*, Paris: Armand Colin, 309–65; partial trans. in van Heijenoort (1967), 118–23.

Passmore, J. (1968), *A Hundred Years of Philosophy*, Baltimore, MD: Penguin.

Peano, G.
-(1888), *Calcolo geometrico*, Turin: Bocca. (Includes Peano's first contribution to logic, which was used in geometry.)
-(1889), *Arithmetices principia, nova methodo exposita*, Turín: Bocca; partial trans. 'The Principles of Arithmetic', in J. van Heijenoort (1967), 83–97.
-(1890), 'Démonstration de l'intégrabilité des équations différentielles ordinaires', Mathematische Annalen 37: 182–228.
-(1891), 'Principii di logica matematica', Revista di matematica 1: 1–10; trans. 'Principles of Mathematical Logic', in *Selected Works of Giuseppe Peano*, Toronto, Ont.: University of Toronto Press, 1973, 153–61.
-(1897) 'Logique mathématique', in *Formulaire de mathématiques*, Turin: Bocca, vol. 2, §1.
Peña, L.
-(1987), "Contribución a la lógica de los comparativos" en: *Lenguajes naturales y lenguajes formales* **II**. Universitat de Barcelona, Barcelona, 335-50. Compilado por Carlos Martín Vide.
-(1991), *Rudimentos de la lógica matemática*, CSIC, Madrid.
-(1992), *"Nuevos avances en la articulación y en las aplicaciones de lógicas aléticas"* en Martín Vide (comp.), págs. 209-220.
Post, E.,
-(1921), **"**Introducción a General Theory of Elementary Propositions", en *America Journal of Mathematics*; vol. **43** (1921), pág.163-85.
-(1921) 'Introduction to a General Theory of Elementary Propositions', American Journal of Mathematics 43: 163–85; repr. in J. van Heijenoort (ed.) *From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematics, 1879–1931*, Cambridge, MA: Harvard University Press, 1967, 264–83.
Prior, A.N. (1955), 'Many-Valued and Modal Systems: An Intuitive Approach', Philosophical Review 64: 626–30.
Putnam
Putnam, H. (1957), 'Three-Valued Logic', *Philosophical Studies* 8: 73-80.
Quine, W. V. O.
-(1954) "Quantification and the empty domain", *Journal of Symbolic Logic*, vol. XIX, No. 3, septiembre, pp. 177-179.
-(1973), *Filosofía de la Lógica*. V. cast., de M. Sacristán. Madrid, Alianza Editorial.
-(1966), 'On a so-called paradox', *Mind* **62**, 65-67, reprinted in *The Ways of Paradox and Other Essays*, Random House, New York, 1966.
Rasiowa, H.:
-(1977), '*Many-valued algoritmic logic as a tool to investigate programs'* in Dunn and Epstein.
-(1974), *An algebraic Approach to Non-classical Logics*, North-Holland, Amsterdam.
Rautenberg, W. (1979), *Klassische und nichtkassische Aussagenlogik*, Friedr. Vieweg & Sohn, Braunshwaig/Wiesbaden.
Reichenbach, H. (1944), *Philosophic Foundations of Quantum Mechanics*, Berkeley, CA: University of California Press. (On uncertainty due to statistical fluctuations in nature.)
Rescher, N.
-(1969), *Many-valued Logic*, McGraw-Hill, Nueva York: MacGraw-Hill. (Survey of historically important systems.)

-(1957), "Definitions of `Existence", *Philosophical Studies*, vol. VIII, No. 5, octubre, pp. 65-69.

Richard E., *The semantic foundation of logic,* vol. 1, Kluwer, Dordrecht, 1990,

Rose, A. and Rosser, J. B. (1958), 'Fragments of many-valued statement calculi', *Tran.Amer. Math. Soc,* **87**, 1-53.

Rosenberg, I. (1970), 'Über die funktionale Vollständigkeit in den mehrwertigen Logiken' (Struktur der Funktionen von mehreren Veränderlichen auf endlichen Mengen) *Rozpravy Cs. Akademie Ved. Ser. Math. Nat. Sci*. 80, 3-93.

Rosser, J. B. (1960), 'Axiomatization of infinite-valued logics', *Logique et Analyse*, 137-153

Rosser, J. B. and Turquette, A. R. (1952), *Many-valued Logics*, North-Holland, Amsterdam.

Russell, B.A.W.

-(1903), *The Principles of Mathematics*, Cambridge: Cambridge University Press; 2nd edn, London: Allen & Unwin, 1937; repr. London: Routledge, 1992.

-(1906), 'The Theory of Implication', American Journal of Mathematics 28: 159–202.

-(1922), 'Introduction', in L.J.J. Wittgenstein, *Tractatus Logico-Philosophicus*, trans. C.K. Ogden and F.P. Ramsey, London: Routledge; trans. D.F. Pears and B.F. McGuinness, London: Routledge, 1961.

Salwicki, A. (1970), 'Formalized algorithmic languages', *Bull. Acad. Pol. Sci., Ser. Math. Astron. Phys.* **18**, 227-232.

Sacristán, M., (1970), *Introducción a la lógica y al análisis formal*, Barcelona, Ediciones Ariel, 1964.

Scanlan, M. (1991), 'Who Were the American Postulate Theorists?', Journal of Symbolic Logic 56: 981–1,002.

Scarpellini, B. (1962), 'Die Nicht-Axiomatisierbarkeit des unendlichwertigen Prädikaten kalküls von Łukasiewicz, J. *Symbolic Logic* **27**, 159-170.

Schock, Rolf. (1968), Logics Without Existence Assumptions, Almquist & Wiksell, Estocolmo.

Schröder, E.

-(1877), *Der Operationskreis des Logikkalküls*, Leipzig: Teubner. (Schröder's first logical system.)

-(1890), *Vorlesungen über die Algebra der Logik (Exakte Logik) (Lectures on the Algebra of Logic (Exact Logic))*, vol. 1, Leipzig: Teubner; repr. New York: Chelsea, 1966. (Summary of the Boolean tradition in logic.)

-(1898), 'On Pasigraphy: Its Present State and the Pasigraphic Movement in Italy', The Monist 9: 44–62. (Schröder's logicism.)

Scott, D.

-(1974), 'Completeness and Axioamatizability in Many-Valued Logic' in *Proceedings of the Tarski symposium, Proceedings of Symposia in Pure Mathematics*, vol 25, Providence, RI: American Mathe matical Society, 411-35,

-(1976), 'Does many-valued logic have any use?', in *Philosophy of Logic*, ed.by S. Körner, Blackwell, Oxford.

Seeskin, K.R.

-(1971), 'Many-Valued Logic and Future Contingencies', Logique et Analyse 14: 759–73.

-(1974), 'Some Remarks on Truth and Bivalence', Logique et Analyse 17: 101–9.

Shoesmith, D.J. and Smiley, T.J. (1978), *Multiple-Conclusion Logic*, Cambridge: Cambridge University Press.

Sholz,(1959), *Abriss der Geschichte der Logik.* Berlín, 1931; 2a. ed., Friburgo-Munich, Karl Alber Verlag.

Skolem, T. (1957), ‘Bermerkungen zum Komprehensionsaxiom’, *Zeitschrift für mathematische Logic und Grundlagen der Mathematik* **3**, 1-17.
Skolimowski, H. (1967), *Polish Analytical Philosophy, Londres*, Routledge and Kagan Paul. 275 p.
Slupecki, J.:
-(1936) ‘Der volle dreiwertige Aussagenkalkül’, Comptes rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Warsovie, Classe III, **29**, 9-11. English translation in McCall [1967].
-(1939), ‘Completeness criterion for systems of many-valued propositons calculus’(Polish), *Comptes rendus des Séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie*, Cl. II., 32 (1939), 102-109. English translation Studia Logics 30 (1972), 153-157.
Smiley, T.: (1976), Comment on Scott [1976], in *Philosophy of Logic*, ed. by S. Körner, Blackwell, Oxford, 1976.
Stenlund, Soeren. (1973), The Logic of Description and Existence, Uppsala Universitet, Uppsala, Suecia.
Sylvan, R. & Urbas, I. (1989), *Factorisation Logics*, Australian National University, Canberra. Monografia No. 5 de la Research Series in Logic and Metaphysics.
Tarski, A.
-(1930), ‘Über einige fundamentale Begriffe der Metamathematik’, Comptes rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie 23: 22–29; trans. J.H. Woodger (1956), ‘On Some Fundamental Concepts of Mathematics’, in *Logic, Semantics, Metamathematics: Papers from 1923 to 1938*, ed. J. Corcoran, Indianapolis, IN: Hackett Publishing Company, 2nd edn, 1983.
-(1952), ‘Some Notions and Methods on the Borderline of Algebra and Metamathematics’, in *Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Cambridge, Massachusetts*, Providence, RI: American Mathematical Society, vol. 1, 705–20.
-(1956), *Logic, Semantics, Metamathematics: Papers from 1923 to 1938*, trans. and ed. J.H. Woodger, Oxford: Clarendon Press; repr. and ed. J. Corcoran, Indianapolis, IN: Hackett Publishing Company, 2nd edn, 1983.
Thomason, S.K. (1978), ‘Possible Worlds and Many Truth Values’ *Studia logica* 37: 195-204.
Traczyk, T.:
-(1963), ‘Axioms and some properties of Post algebras’ *Colloq. Math*. **10**, 193-209.
-(1964), ‘An equational definition of a class of Post algebras’, *Bull. Acad Polon. Sci. Ser. Sci. Math. Astronom. Phys.* **12**, 147-150
Trillas, E. Valverde, L (1982), “A Few Remarks on Some Lattice-Type Properties of Fuzzy Connectives”, en: Gabbay & Guenthner comps. (1986), vol. III, 71-116.
Urquhart, A.,
-(1973), ‘An interpretation of many-valued logic’, *Zeitschift für mathematische Logik un Grundlagen der Mathematik* **19**, 111-114.
-(1977), ‘A finite matrix whose consequence relation is not finitely axiomatizable’, *Rep. Math. Logic* **9**, 71-71.
-(1986), ‘Many-Valued Logic’, in D. Gabbay and F. Guenthner (eds) *Handbook of Philosophical Logic*, vol. 3, Dordrecht: Reidel, 71-116. (Survey of important tecnical results.)
Varlet, J. (1975), *Structures algébriques ordonneés*, Université de Liége, Institut de Mathématique, Lieja.
Veblen, O. (1925), ‘Remarks on the Foundations of Geometry’, Bulletin of the American Mathematical Society 31: 121–41.

Wade, C. I. (1945), ‘Post algebras and rings’, *Duke Mat. J.* **12**, 389-395.
Wajsberg, M. (1931), ‘Aksjomatyzacja tójwartsciowego rachunku zdam’, *Comptes rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie*, Classe iiii, **24**, 125-148. English translation in McCall (ed.) [1967].
Whitehead, A.N. and Russell, B.A.W. (1910), *Principia Mathematica*, vol. 1, Cambridge: Cambridge University Press; 2nd edn, 1925; repr. London: Routledge, 1994.
Wiener, N. (1914), ‘A Simplification of the Logic of Relations’, Proceedings of the Cambridge Philosophical Society 17: 387–90.
Wó jcicki, R. (1974), ‘Note on Deducibility and Many-Valuedness’, *Journal of Symbolic Logic* 39: 563–6.
Wó jcicki, R. (1988), *Theory of Logical Calculi*, Dordrecht: Kluwer.
Wolf, R. G. (1977), ‘A survey of many-valued logic (1966-1974)’ in Dunn and Epstein.
Wright, H. von (1987), “Truth Logics”, *Logique et Analyse*, **30**, 311-334.
Wroński, A.,
-(1976), ‘On finitely based consequence operations’, *Studia Logica* **35**, 453-458.
-(1979), ‘A three element matrix whose consequence operation is not finitely based’, *Bulletin of the Section of Logic, Polish acadey of Sciences* **8**, 68-71.
-(1987), ‘Remarks on a Survey Article on Many Valued Logic by A. Urquhart’, Studia Logica 46: 275–8.
Zadeh, L. A. (1965), ‚Fuzzy sets’, *Information and Control* **8**, 338-353.
Zadeh, L. A., Fu, K. S., Tanaka, K., and Shimura, M.: 1975, *Fuzzy sets and ther Application to Cognitive and Decison Processes* , Academic Press, New York, San Francisco, London.
Zadeh, L. y ot. (comps.), (1975), *Fuzzy Sets and their Application to Cognitive an Decisión Processes,* Academic Press, Niueva York. (1975) ‘Similarity as a Theory of Graded Equality for a Class of Many-Valued Logics’, in *Proceedings of the 1975 International Symposium of Multiple-Valued Logic*, Long Beach, CA: IEEE Society, 436-49. (Many-Valued identity theory.)

ANEXO. 1

NOTACIÓN POLACA

Una de las aportaciones importantes de J. Łukasiewicz como mencioné al principio es la Notación polaca que en el siguiente cuadro, contrastada con la notación tradicional (o de B. Russell, de los Principia Matemática), podemos apreciar:

Sean P(p) y Q(q) letras proposicionales cada conectiva lógica se representa de la siguiente forma.

	Notación Tradicional	Notación Polaca
Negación	$\neg P$	Np
Conjunción	P&Q	Kpq
Disyunción	$P \vee Q$	Apq
Implicación	$P \supset Q$	Cpq
Bicondicional	$P \equiv Q$	Epq
Cuantificador Universal	$\forall x\, P(x)$	Πp
Cuantificador Existencial	$\exists x\, P(x)$	Σp

Ejemplos

1. CpCqp	$P \supset (Q \supset P)$	Afirmación del consecuente
2. CCNqNpCpq.	$(\neg Q \supset \neg P) \supset (P \supset Q)$	Condicional contrapuesto
3. CCNpqCNqp.	$(\neg P \supset Q) \supset (\neg Q \supset P)$	Condicional contrapuesto
4. CCpqCCqrCpr.	$(P \supset Q) \supset ((Q \supset R) \supset (P \supset R))$	Silogismo hipotético.
5. CCpqCCrsCKprKqs	$(Q \supset P) \supset ((R \supset S) \supset ((P \& R) \supset (Q \& S))$	*
6. CqApNKpNp	$Q \supset (P \vee \neg (P \& \neg P))$	*
7. ApNKpNp	$P \vee \neg (P \& \neg P)$	*
8. CpNNp	$P \supset \neg\neg P$	*
9. ΠpNKpNp	$\forall P\, \neg (P \& \neg P)$	*
10. ΣpKpNp	$\exists P\, (P \& \neg P)$	*
11. CNqΠpNKpNp.	$\neg Q \supset \forall P (\neg (P \& \neg P))$	*

* Tomados del artículo de Lukasiewicz, *Observaciones filosóficas sobre los sistemas polivalentes de la lógica proposicional*.

ANEXO. 2

INVESTIGACIÓN BIBLIOGRÁFICA.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA COMENTADA Y EN ORDEN ALFABÉTICO.

Abbagnano, N. (1996), ***Dizionario di Filosofia*** (*Diccionario de Filosofía),* trad.; A. N. Galletti 13ª reimpr., F. C. E., México D. F., 1206 pp.

BIBLIOGRAFÍA DE CONSULTA

Aquí hallo los términos filosóficos al menos en 3 idiomas, inglés, francés y alemán.
Este diccionario clásico de Filosofía, está disponible en la Sala de Consulta, en el 1er piso de la Biblioteca de la UAM I. Colocación: **C B45 A2.38**.

Alchourrón, C., **Méndez**, J. M., **Orayen**, R., eds. (1995), *Lógica*, Enciclopedia Iberoamericana de Filosofía, Trotta, Madrid.

BIBLIOGRAFÍA CLÁSICA

Entre otros artículos no menos importantes, Lorenzo Peña ofrece una perspectiva general de la *Lógica multivalente* en el ensayo que lleva éste nombre.

Aristóteles (1982), ***Tratados de lógica: Organon,*** trad.; M. C. Sanmartín Madrid, ed. Gredos.

BIBLIOGRAFÍA CLÁSICA

En este libro, en el capítulo 9:"*De Interpretatione*," (Peri Hermeneias), se encuentra el clásico ejemplo de la *batalla naval*, para referirse a los eventos futuros, mismo que cita Łukasiewicz y en el cual se apoya para explicar la noción de indeterminismo:

Bocheński I. M. (1985) ***Historia de la Lógica formal***, Ed. Gredos, 2ª reimpr., trad.; M. Bravo Lozano, España, 595pp.

BIBLIOGRAFÍA CLÁSICA

En el apartado V titulado "Otras doctrinas" en el §49-B, se halla el tema Lógica Polivalente: Łukasiewicz. Págs. 390 – 427. Sitúa a la lógica multivalente en la historia de la lógica en general.
Ubicado en la Biblioteca Central de la UNAM, 3er piso, colocación: **BC15 B62**

Chimirri H. (1992), ***Enciclopedia Garzanti di filosofia***, eds. Garzanti, Milan, Italia 1991, Edición en castellano, ediciones B, S. A., Barcelona, España, 1041 pp.

BIBLIOGRAFÍA DE CONSULTA

Craig E. (*Gral Ed.*) (1998), ***Routledge Encyclopedia of Philosophy***, Routledge London a New York, 1st ed.

BIBLIOGRAFÍA DE CONSULTA

Contenidos: v. 1. *A posterior to Bradwardin, Thomas* -- v. 2. *Brahman to Derrida, Jacques* -- v. 3. *Descartes, René to Gender and science* -- v. 4. *Genealogy to Iqbal, Muhammad* -- v. 5. *Irigaray, Luce to Lushi chungiu* -- v. 6. *Luther, Martin to Nifo, Agostino* -- v. 7. *Nihilism to Quantum mechanics, interpretation of* -- v. 8. *Questions to Sociobiology* -- v. 9. *Sociology of knowledge to Zoroastrianism* -- v. 10. *Index.*

En esta enciclopedia hallamos un panorama general de la lógica polivalente tanto de J. Lukasiewicz como de los diversos lógicos que han escrito sobre el tema.
Enciclopedia que encontramos en la Biblioteca UAM Iztapalapa. Colección de Consulta, colocación: **C B51 R6.8**. En la red UAM, la encontramos en línea, la dirección es la siguiente: http://www.rep.routledge.com/

Deaño, A. (1983), ***Introducción a la Lógica Formal***, 4ª ed., Alianza Editorial, AUT 11, Madrid.
BIBLIOGRAFÍA CLÁSICA
En este libro encontramos un primer acercamiento a la lógica polivalente y la distinción entre lógica clásica y lógica no clásica.
Hay diversos volúmenes de este libro en la biblioteca de la UAMI cuya colocación es: BC135 D3.35

Edwards, P., (*Editor in Chief*) (1972), ***Encyclopedia Philosophy***, Macmillan Publishing co. Jnc & The Free Press (New York), Collier Macmillan Publishers (London).
BIBLIOGRAFÍA DE CONSULTA.
Esta enciclopedia tiene una biografía completa sobre Lukasiewicz, además de un bosquejo general sobre la Lógica polivalente y sobre historia de la lógica, éste último escrito por A. N. Prior.
Ubicación: en la Biblioteca UAM I, Sala de Consulta, colocación: **C B41 E5.**

Ferrater M., J. (1971), ***Diccionario de Filosofía***, 2ª reimpresión, de la 5ª ed. FCE, Méx. D. F.
BIBLIOGRAFÍA DE CONSULTA
Diccionario localizado en la Biblioteca de la UAM Colección de Consulta, colocación: **C B45 F4.3b 1994.**

Haack, S. (1982), ***Filosofía de las lógicas***, Ed. Cátedra, traducción de Amador Antón, 1ª ed. en español, Cambridge University Press, 1978, Edición en Español Madrid, 293pp.
BIBLIOGRAFÌA CLÁSICA
Proporciona algunas aplicaciones filosóficas de la lógica de Lukasiewicz como una lógica no clásica y una clasificación propia de las *lógicas no clásicas*.
Este libro se encuentra en la Biblioteca central de la UNAM, su colocación es: **BC 71 H321.**

Kneale, W. y **Kneale**, M. (1980), ***El desarrollo de la Lógica***, Ed. Estructura y Función, Tecnos, de la 1ª edición, *The deveplopment of Logic*; trad. Por Javier Murguerza, contiene las correcciones hechas por los autores en los años 1964, 1966 y 1968; España 1980. 705 pp.
BIBLIOGRAFÍA CLÁSICA
Para la historia de la lógica. Este libro tiene como objetivo presentar la Evolución de la Lógica, desde los comienzos (prearistotélicos), hasta la lógica después de Frege. Contiene los siguientes capítulos:

1) Los comienzos.
2) El Organon de Aristóteles.
3) Los Megáricos y los Estoicos.
4) La Lógica Romana y Medieval.
5) La Lógica Postrenacentista.
6) La Abstracción Matemática.
7) Números, Conjuntos y Series.
8) Lógica General de Frege.
9) Desarrollos formales posteriores a Frege.
10) Filosofía de la Lógica después de Frege.
11) La Filosofía de la Matemática después de Frege.
12) La teoría de los Sistemas Deductivos.

Encontrado en la Biblioteca de la Escuela Superior de Ingeniería Textil, del IPN, ubicada en: Unidad Profesional “Adolfo López Mateos”, edificio 8, Colocación: **BC15 K53 EJ.1 BIB. NO. 26.**

Łukasiewicz, J. (1975), ***Estudios de Lógica y Filosofía***, selección, traducción y presentación de Alfredo Deaño, Biblioteca de Revista de Occidente, Madrid.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

En este libro se encuentran los dos artículos que originan la lógica multivalente, a saber: Sobre el determinismo y las Observaciones filosóficas sobre los sistemas polivalentes de la lógica proposicional.

Łukasiewicz, J. (1974), ***Para una historia de la lógica de enunciados***, Cuadernos Teorema, introducción y versión al castellano de j. san Martín Esplugues España 1974, 41pp. ISBN 84-600-6513-8

Esta es la primera obra traducida al español de Lukasiewicz, forma parte de la historia de la lógica, otra de sus más grandes aportaciones. Muestra que es la dialéctica estoica y no la peripatética, la forma más antigua de la lógica proposicional.
Biblioteca del Instituto de Investigaciones Filosóficas, Ciudad Universitaria, colocación: **BC15 L9**

Łukasiewicz. J. (1957), ***Aristotle´s Syllogistic: From the standpoint of modern formal logic***, **Oxford: Clarendon,** 2nd ed. **xiii + 222 pp.**

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTARIA

Biblioteca del Instituto de Investigaciones Filosóficas, Ciudad Universitaria, colocación: **B491.L8 L8**

McCall, S. (ed.), (1967), *Polish Logic 1920-1939*, Oxford University Press, Great Britain, 406 pp.

En este libro están compendiados varios trabajos de algunos lógicos polacos más importantes.
Lo hallamos en el Instituto de Investigaciones Filosófica, Ciudad Universitaria.

Mendelson, E. (1979), ***Introduction to Mathematical Logic***, 2nd ed., D. Van Nostrand Co., New York.

En este libro encontramos una aplicación de la lógica polivalente. Éste libro se encuentra en la biblioteca de la UAMI, cuya colocación es: **QA9 M4**

Öffenberger N., (1997), ***La prehistoria de la lógica polivalente en la antigüedad clásica***, ed. Alejandro Korn, Colección reflexiones, Argentina, 175 pp.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTARIA

Para la historia de la lógica polivalente; es un análisis sobre los comienzos de la lógica polivalente en la antigüedad clásica.
Biblioteca del Instituto de Investigaciones Filosóficas, Ciudad Universitaria, colocación: **BC28 O44**

Prior A. N. (1976), ***Historia de la Lógica***, Ed. Tecnos, traducción de *History of Logic*, publicada por Macmillan Publishing co. Inc. New York; vesión castellana de Amador Antón y Esteban Requena, revisada por Manuel Garrido, España, 252 pp.

BIBLIOGRAFÍA CLÁSICA

Historia de la lógica de los precursores de Aristóteles hasta los Lógicos Polacos, después de la primera mitad del siglo XX.

a. Lógica Antigua.
b. Lógica India.
c. Lógica Árabe.
d. Lógica Medieval.
e. Lógica Interregno (Entre la Lógica Medieval y la Moderna).
f. Precursores de la Lógica Moderna.
g. Lógica Moderna: Periodo Booleano.
h. La herencia de Kant y Mill.
i. La Lógica moderna: Desde Frege hasta el presente.

Este libro se encuentra en la biblioteca de la Escuela Superior de Ingeniería Textil, del IPN, Zacatenco, Colocación: **BC 15 P7 EJ.2 BIB. NO. 26**

Quezada, D. (1985)***, La lógica y su Filosofía; Introducción a la Lógica,*** Ed. Barcanova, 1ª ed. España, 315pp.

BIBLIOGRAFÍA SUPLEMENTARIA

Breve panorama general del origen de la lógica polivalente.
Encontrado en la Biblioteca Central de la UNAM, 3er. piso, colocación: **BC50 Q38**
Artículo sobre *Lógica de más de dos valores veritativos* fotocopiado, págs. 78 – 84

Rescher N. (1971), ***Desarrollos y orientaciones recientes en lógica***, Rev. Teorema, 2 de junio, pág. 51 y ss.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

Esquema general de la lógica contemporánea.
Revista, se encuentra en la Hemeroteca del Instituto de Investigaciones Filosóficas, dentro de la Biblioteca: Ver: teorema -revista internacional de filosofía, universidad de valencia, valencia, revista trimestral, español. Acervo: 1971-1978; 1-8, 1979;9(1), 1980;10, 1981;11(1) 1982;12(1-3), 1983;13(1-2), 1985;15(1-2). Fuente: http://www.filosoficas.unam.mx/~bib/hemeroteca/q-t.htm

Rescher N. (1965), ***Many Valued Logic*** Nueva York, Mc Graw-Hill, 359 pp

BIBLIOGRAFÍA CLÁSICA.

Libro clásico sobre la lógica polivalente.
Encontrado en la Biblioteca del Instituto de Investigaciones Filosóficas, Ciudad Universitaria, colocación: **BC126 R47**

Rosser, J.B., **Turquette**, R. (1952), ***Many valued logics***, Amsterdam, North Holland Publishing Company 1952

BIBLIOGRAFÍA CLÁSICA

Libro clásico sobre la lógica polivalente.
Encontrado en: CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN COMPUTACIÓN
Av. Juan De Dios Bátiz S/N, Esq. Miguel Othón De Mendizábal, Col. Lindavista, México, D. F. Tel. Bib. 57-29-60-00 Ext. 56534

Seeskin, K.R. (1971), "***Many Valued Logic and Future Contingencies***" *Logique et Analyse* 14: 759-73

BIBLIOGRAFÌA CLÁSICA

Revista encontrada en el Instituto de Investigaciones Filosóficas.

Urquhart, A. (1986) ***"Many Valued Logic***" in D. Gabbay an F. Guenthner (eds) Handbook of Philosophical Logic, vol.3, Alternativas to classical Logic.

Zinov'ev, A. A., (1963) ***Philosophical Problems of Many-Valued logic***, versión inglesa de G. Küng y Comey D. D. (Holanda)D. Reidel Publishing Company, xv +155pp.

BIBLIOGRAFÍA CLÁSICA

Sobre la filosofía de la lógica polivalente.

Biblioteca del Instituto de Investigaciones Filosóficas, Ciudad Universitaria, colocación: **BC135 Z546**

Recursos en línea para la investigación bibliográfica:

Página del The Philosopher's Index
http://132.248.184.81:8595/webspirs/start.ws

Página de la Coordinación de Servicios Documentales de UAMI.
http://amoxcalli.uam.mx/csd_uami/index.htm

Página de la Coordinación de Servicios Documentales de UAMA.
http://cosei.uam.mx/coseifan.htl

Página de la Coordinación de Servicios Documentales de UAMX.
http://biblioteca.xoc.uam.mx/

Página del Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM.
http://www.filosoficas.unam.mx/~bib/filos.htm

Página de la Biblioteca del Instituto Politécnico Nacional. (Buscador general)
http://azul.bnct.ipn.mx

ANEXO 3

LISTA COMPLETA DE PUBLICACIONES DE J. ŁUKASIEWICZ.*
(Orden cronológico)

(Las siglas P. F. y R. F., son abreviaturas de los títulos de dos revistas polacas de filosofía: *Prezeglad Filozoficzny y Ruch Filozoficzny*, respectivamente.)

1902 Sumario de "Vierteljahrschrift für wissenschaftliche Philosophie 1899", n.º 3-4, P. F. 5, págs. 232-236.

1903 "O indukcji jako inwersji dedukcji" [Sobre la inducción como inversión de la deducción], P.F., 6 págs. 9-24, 138-152.

1904 Recensión DE Libro de T. Mianowski, *O tzw, pojeciach wrodzonych u Locke'a i Leibniza* [Sobre los conceptos innatos en Locke y Leibniz], P. F., 7, págs. 94-5.

1904 "O stosunkach logicznych" [Sobre las relaciones lógicas], P. F. 7, pág. 245.

1904 "Teza Husserla o stosunku logiki do psychologii" [La tesis de Husserl sobre la relación entre lógica y psicología], P. F., 7, págs. 476-77.

1905 "Z psychologii porównywania" [Sobre la psicología de la comparación], P. F., 8, págs. 290-91.

1906 "O dwóch rodzajach wniosków indukcyjnych" [Sobre dos tipos de conclusiones inductivas], P. F., 9, págs.83-4.

1906 "Analiza i konstrukcja pojecia przyczyny" [Análisis y construcción del concepto de causa], P. F., 9, págs. 451-2.

1906 "Tezy Höflera w sprawie przedstawien i sadów geometrycznych" [La tesis de Hofler relativa a las ideas y juicios geométricos], P. F., 9, págs. 451-2.

1907 "Co poczac z pojeciem nieskonczonosci? [¿Qué hacer con el concepto de infinito?], P. F., 10, págs. 135-37.

1907 Recensión del libro de H.Struve, *Die polnische Philosophie der letzten zehn Jahre* (1894-1904).

1907 "O wnioskowaniu indukcyjnym" [Sobre el razonamiento inductivo], P. F., 10, págs. 474-75.

1907 "Logika a psychologia" [Lógica y psicología], P. F., 10, págs. 489-91.

1908 "Pragmatyzm, nowa nazwa pewnych starych kierunków mislenia" [Pragmatismo, un nombre Nuevo de ciertas viejas corrientes de pensamiento], P. F., 11, páginas 341-2.

1908 "Sprawozdanie z dwóch prac Stumpfa" [Una recensión de dos escritos de Stumpf], P. F., 11, págs. 342-3.

Introducción a un coloquio sobre el libro de M. Borowski, Krytyka pojecia zwiazku przyczynowego [Una crítica del concepto de nexo causal], P. F., 11, pág. 343.

1908 "Ukagadnienia i znaczenie ogólnej toriistosunskków" [Las tareas y el sentido de una teoría general de las relaciones], P. F., 11, págs. 344-47.

1909 "O prawdopobodobienstwie wniosków indukcyjnych" [Sobre la probabilidad de las conclusiones inductivas], P. F., 12, págs. 209-210.

1910 "O pogladach filozoficzych Meinonga" [Sobre las concepciones filosóficas de Meinong], P. F., 13, págs. 559.

1910 "O zasadzie wylaczonego srodka" [Sobre el principio del tercero excluso], P. F. 13 págs. 372-3

1910 Über den Satz von Widerspruch bei Aristoteles". *Bulletin international de la Académie des Sciences de Cracovia, Classe de Philosophie*, págs. 15-38.

* Lista tomada de nuestro texto básico.

1910 "O zasadzie sprezecznosci u Arystotelesa. Studium krytyczne" [Sobre el principio de contradicción en Aristóteles. Estudio crítico.], Cracovia, 1910.

1911 Recensión del libro de Wt. Tatarkiewicz, *Die Disposition der aristotelischen Prinzipien, R. F.,* 1, págs. 20-1.

1911 "O wartosciach logicznych" [Sobre los valores lógicos], R. F., 1, pág. 52.

1911 "O rodzajach rozumowania. Wstep do torii stosunkow" [Sobre los tipos de razonamiento, Una introducción a la teoría de las relaciones], R. F., págs.78.

1911 Recensión del libro de P. Natorp, *Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften, R. F.,* 1, págs. 101-2.

1911 Recensión del libro de H. Struve, *Historia logiki jako teorii poznania w Polsce,* [La historia de la lógica como teoría del conocimiento en Polonia], 2ª ed.: R. F., 1, págs. 115-7

1912 "O potrzebie zalozenia instytutu metodologicznego" [Sobre la necesidad de fundar un instituto de metodología], R. F., 2, págs. 17-9.

1912 Recensión de libro de Wl. Biegański, *Czym jest logika*? [¿Qué es la lógica?], *R. F.*, 2, pág. 145.

1912 "Otwórczoŝi w nauce" [Elementos creativos de la ciencia], *Księga pamiątkowa ku uczczeniu rocznicy lalozenia Uniwersytetu Lwowskiego*, Lwow, págs. 1-15.

1913 "Nowateoria prawdopodobieństwa" [Nueva teoría de la probabilidad], R. F., 3, pág. 22

1913 Recensiòn de libro de J. Kleiner, *Zygmunt Krasihski. Dzieje myśli* [Zygmunt Krasiński. Una historia de las ideas], R. F., págs. 109-11.

1913 "Logiczne podstawy racunku prawdopodobieństa" [Fundamentos lógicos de la teoría de la probabilidad], *Proceedings of de Polish Academy of Learning*, págs. 5-7

1913 *Die logischen Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung*, Cracovia, 1913, 75 págs.

1913 "W sprawie odwracalnośępstawa" [Sobre la reversibilidad de la relación entre razón y consecuencia], P. F., 26, págs. 298-314.

1914 "Rozumowanie a rzeczywistośc" [Razonamiento y realidad], R. F., 4, pág. 54.

1915 "O nauce" [Sobre la ciencia], en *A guide for self-educated persons*, nueva edición, vol. I, 1915, págs. XV-XXXIX, Reimpresión: Lwów, 1934, 1936, pág. 40.

1915 O nauce i filozofii" [Sobre la ciencia y la filosofía], P. F., 28, págs. 190-96.

1916 "O pojęciu wielkości" [Sobre el concepto de magnitud], P: F., 19, págs. 1-70.

1918 Lección de despedida pronunciada en el Aula Magna de la Universidad de Varsovia el 7 de marzo de 1918. Varsovia.

1919-20 "O pojęciu możliwości" [Sobre el concepto de posibilidad], R. F., 6, páginas 169-70.

1920 "O logice trójwartościowej" [Sobre la lógica trivalente], R. F., 5, págs. 170-71.

1921 "Logika dwuwartościowa" [Lógica bivalente], P. F., 23, págs. 189-205.

1921 "O przedmiocie logiki" [Sobre el objeto de la lógica], R. F., 6, pág. 26.

1922 "Zagadnienia prawdy" [Los problemas de la verdad], *Ksiega panilatkowa Xliejaidu lekarzy i przyrodników polskich*, págs. 84-5, 87.

1922-23 "Interpretacja liczbowa teorii zdań [Una interpretación numérica de la teoría de las proposiciones], R. F., 7, págs. 92-3.

1923 Recensión del libro de J. Sleszyński, *O logice tradycyjnej* [Sobre la lógica tradicional], R. F. 8, págs. 107-8.

1924 "Kant i filosofía nowożytna" [Kant y la filosofía moderna], *Wiadmości Literackie*, 1, pág. 19.

1925 "Dlaczego nie zadowala nas logika filozoficzna? [¿Por qué no estamos satisfechos con la lógica filosófica?], R. F., 9, pág. 25.

1925 "O pewnym sposobie pojmowania teorii dedukcji" [Sobre un modo de interpretar la teoría de la deducción], P. F., 27, págs. 134-6.

1925 "Démonstration de la compatibilité des axiomes de la téorie de la déduction", en Annales de la Socièté Polonaise de Mathématiquek, 3, pág. 149.

1925 Informe sobre los trabajos de la Universidad de Varsovia durante el año académico 1922/23, Varsovia.

1926/27 "Z najnowszej niemieckiej literatury logicznej" [Publicaciones alemanas recientes sobre lógica seleccionadas], R. F., 10, págs. 197-8.

1927 "O logice stoików" [Sobre la lógica estoica], P. F., 30, págs 278-9.

1928 "O metodę w filosofii [Hacia un método en filosofía], P. F., 31, págs. 3-5.

1928 "O pracy Fr. Weidauera: *Zur Syllogistik*" [Sobre la obra *Zur Sillogistik* de F. Weidauer], R. F., 11, pág. 178.

1928/29 "Rola definicji w systemach dedukcyjnych" [El papel de la definición en los sistemas deductivos], R. F., 11, pág. 164.

1928/29 "O definicjach w teorii dedukcji" [Sobre las definiciones en la teoría de la deducción], R. F. 11, pág. 177-78.

1929 "Wrazenia z VI Miedzynarodowego Zjazdu Filozoficznego" [Impresiones del sexto Congreso Filosófico Internacional], R. F., 11, págs 1-5.

1929 "O znaczeniu i potrzebach logiki matematycznej" [Sobre la importancia y las necesidades de la lógica matemática], *Nauka Polska*, 10, págs 604-620.

1930 Elementy logiki matematycznej" [Elementos de lógica matemática], Apuntes de clase, 2ª ed., Varsovia, PWN, 1958.

(En colaboración con A. Tarski) "Untersuchungen ubre den Aussagenkalküls", *Comptes rendus de la Sociėté des Sciences et des Lettres de Varsovie*, cl., iii, 23, págs. 1-21.

1930 "Philosophische Bermerkungen zu mehrwertigen Systemen des Aussagenkalküls", *Comptes rendus de la Sociėté des Sciences et des Lettres de Varsovie*, cl., iii, 23, págs. 51-77.

1931 "Uwagi o aksjomacie Nicoda I 'dedukcji ougólniajacej'", [Comentarios sobre el axioma de Nicoda y la deducción generalizadora], *Ksiega pamiatkowa polskiego Towarzystica Filozoficznego,* Lwow.

1931 "Ein vollständigkeitbeweis des zweiwertigen Aussenkalküls" *Comptes rendus de la Sociėté et des Lettres de Varsovie,* cl.,iii, 24, págs. 153-183.

1932 – 1936 "Z dziejów logiki starozytnej" [Algunos problemas de la historia de la lógica antigua], R. F., 13, pág. 46.

1934 "Z historii logiki zdań [Para la historia de la lógica de proposiciones], P. F., 37, págs. 417-37.

1934 "Znaczenie analizy logicznej dla poznania" [La importancia del análisis lógico para el conocimiento], P. F., 37, págs. 369-77.

1935-1936 "Zur Geschichte der Aussagenlogik", *Erkenntnis,* 5, págs. 111-31.

1935-36 "Zur vollen Aussagenlogik" *Erkenntnis,* 5, pág. 176.

1936 "Logistyka a filozofia" [Logística y filosofía], P. F., 39, págs. 115-31.

1936 "Bedeutung der logischen Analyse für die Erkenntnis", Actes du VIII Congrės International de Philosophie, Praga, págs. 75-84.

1936 "Co dala filozofii wspolczesna logika matemayczna?" [¿Cuáles son las contribuciones de la lógica matemática contemporánea a la filosofía?], P. F., 39, págs. 325-6.

1937 "W obronie logistyki, Myśl katolicka wobec logiki współczesnej" [En defensa de la logística. El pensamiento católico romano y la lógica contemporánea], Studia Gnesnensia, 15, pág. 22.

1937 "En défense de la logique. La pensée catholique et la logique moderne" Compte rendu de la session spéciale teneue le 26- IX-1936 pendant le III Congrės Polonais de Philosophie. *Wydawnictwa Wydzialu Teologicznego UJ*, serie 1, n.º 2, págs. 7-11.

1938 "Kartezjusz" [Descartes], *Kwartalnik Filozoficzny*, 15, págs. 123-8.

1939 "O sylogistyce Arystotelesa" [Sobre la silogística de Aristóteles], Sprawozdania PAU 44, págs. 220-227.

1939 "Der Äquivalenzkalkül" *Collectanea logica,* 1, págs. 145-69.

1948 "Die Logik un das Grundlagenproblem" *Les entretiens de Zürich sur les fondements et la méthode des sciences mathématiques,* 6-9, 12, Zurcí, 1941, págs. 82-100.

1948 "The shortest axiom of the implicational calculus of propositions", *Proceedings of the Royal Irish Academy,* sect. A, 52, págs. 25-33

1950 "W sprawie aksjomatyki implikacyjnego rachunku zdań" [Sobre el sistema de axiomas del cálculo proposicional implicacional], *Annales de la Sociètè Polonaise de Mathèmatique*, 22, págs. 87-92.

1950 "O zasadzie najmniejszej liczby" [Sobre el principio del último número], (Resumen del trabajo sometido al Congreso). Informe sobre el Quinto Congreso de Matemàticos Polacos (Cracovia, 29 al 31 de mayo de 1947) y a la Sesión celebrada en memoria de Stanislaw Zaremba. Suplemento de *Rocznik Polskiego Towarzystwa Matematycznego*, vol. 21, 1948-49, Cracovia, pàgs. 28-9.

1951 "On Variable Functors of Propositional Arguments", *Proceedings of the Royal Irish Academy*, Sect. A, 54, págs. 25-35.

1951 *Aristotle`s Syllogistik from the Standpoint of Modern Formal Logic*, Oxford.

1952 "On de Intuitionistic Theory of Deduction" Indagationes Mathematicae. Koninklijke Nederlandse Academie van Wetenschappen, *Proceedings*, Serie A, n.º 3, pàgs. 202-212.

1953 "Comment on K. J. Cohen's remark". Indagationes Mathematicae. Koninklijke Nederlandse Academie van Wetenschappen, *Proceedings*, Serie A, n.º 2, pág. 113.

1953 "Sur la formalisation des theories mathèmatiques". Colloques internationaux du Centre National de la Recherche Scientifique, 26: Les méthodes formelles en axiomatique. París, págs. 11-19.

1953 "A System of Modal Logic", *The Journal of Computing Systems*, vol. 1, n.º 3, págs. 111-49.

1953 "A System of Modal Logic", *Actes du XV Congress International de Philosophie*, 14, págs. 72-8.

1953 "The principle of individuation", *Proceedings of the Aristotlelian Society*, supplementary volume xxvii (Berkeley y los problemas modernos), págs. 69-82.

1954 "Aritmetic and Modal Logic", *The Journal of Computing Systems*, vol. 1, nº4, págs. 213-19.

1955 "List do Stowarzyszenia Polskich Weteranow". Carta a la Asociación de Veteranos polacos Życie, 25 de octubre de 1955, Londres.[19]

[19] Cfr. Lukasiewicz, J., (1975), p. 140