



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
UNIDAD IZTAPALAPA

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE PROCESOS E HIDRÁULICA

***“ DISEÑO DE CONTROL RETROALIMENTADO PARA
UN PROCESO DE DIGESTIÓN ANAEROBIO “***

TESIS QUE PRESENTA EL ALUMNO

I.Q. ALEJANDRA VELASCO PÉREZ
99381798

PARA LA OBTENCIÓN DEL GRADO DE

MAESTRA EN CIENCIAS
(INGENIERÍA QUÍMICA)

ASESOR

DR. JOSÉ DE JESÚS ALVAREZ RAMÍREZ

NOVIEMBRE 2001

Índice

Resumen General	1
-----------------------	---

Capítulo 1 Introducción

1.1 Motivación	5
1.2 Antecedentes	6
1.3 Objetivos	8
1.3.1 Objetivo General	8
1.3.2 Objetivos Particulares	8
1.4 Desarrollo del Trabajo	9

Capítulo 2 Control Automático de Procesos

2.1 Introducción	10
2.2 Componentes de un Sistema de Control	10
2.3 Términos Importantes del Control Automático de Procesos	12
2.4 Razones Principales y Bases para el Control de Procesos	12

Capítulo 3 Conceptos para el Análisis de Control

3.1 Introducción	14
3.2 Transformada de Laplace	14
3.3 Propiedades de la Transformada de Laplace	19

3.4 Inversa de la Transformada de Laplace Mediante Expansión de Fracciones Parciales	22
---	-----------

Capítulo 4 Estrategia de Control por Retroalimentación

4.1 Introducción	25
4.2 Control por Retroalimentación	25
4.3 Controladores por Retroalimentación	26
4.4 Ajuste de Controladores por Retroalimentación	28
4.5 Prueba del Proceso Escalón	30

Capítulo 5 Control Cascada

5.1 Introducción	35
5.2 Esquema Control Cascada.....	35
5.3 Control Cascada en Serie	38
5.4 Control Cascada en Paralelo	39

Capítulo 6 Caso de Estudio (Proceso Biológico para el Tratamiento de Lodos Residuales)

6.1 Introducción	40
6.2 Principales Procesos para el Tratamiento Biológico de Lodos Residuales.....	42
6.2.1 Definición de los Procesos Biológicos	42
6.3 Digestión Anaerobia de Lodos	43
6.4 Modelo Matemático de la Digestión Anaerobia.....	44

6.5 Implementación Computacional	46
--	----

Capítulo 7 Diseño de Estrategia de Control

7.1 Introducción	47
7.2 Dinámicas sin Control	47
7.3 Diseño de Control Retroalimentado	48
7.4 Diseño de Estrategia Control Lineal PI en la Concentración de DQO del Efluente	51
7.4.1 Simulaciones y Discusión de la Estrategia de Control Lineal PI	52
7.5 Diseño de Estrategia Control Cascada Vía Medidas de AGV	54
7.5.1 Simulaciones y discusión de la estrategia Control Cascada	59

Capítulo 8 Conclusiones	60
-------------------------------	----

Apéndice

Tabla 1 Valores para el Proceso de Digestión Anaerobio	62
Tabla 2 Transformada de Laplace Funciones más Usuales	63
Notación Modelo Matemático	64
Referencias	65

Resumen General

El tratamiento de las aguas residuales, se ha convertido en una necesidad de primer orden debido a la escasez de este elemento vital y al requerimiento de mantener el entorno en condiciones salubres, durante el tratamiento de las aguas residuales se generan lodos obtenidos como subproductos del mismo, los cuales requieren de un procesamiento para asegurar la higiene de los lodos antes de ser desechados. Actualmente, se están empleando sistemas biológicos para eliminar el material contaminante presente en los lodos residuales, ya que prácticamente todos los efluentes de lodos contienen una parte considerable de material orgánico biodegradable, además de que estos sistemas son los menos costosos.

Los sistemas de tratamiento biológico se clasifican en aerobio y anaerobio, siendo más utilizado el tratamiento anaerobio debido a que se considera una tecnología avanzada y económica que requiere de una mínima inversión en capital y costo de operación en comparación con el tratamiento biológico aerobio. Sin embargo, un proceso biológico es muy inestable ante la presencia de perturbaciones en la tasa de dilución o en la concentración de la carga orgánica en el influente del sistema. En los procesos biológicos lo anterior conduce a la acumulación de ácidos grasos volátiles (AGV) generando con ello una disminución del pH y por lo tanto una baja en las eficiencias de remoción del sistema. En base a lo anteriormente expuesto, consideramos que el diseño de una estrategia de control para un proceso de digestión anaerobio aseguraría un buen desempeño del sistema a pesar de perturbaciones sobre él mismo.

En este trabajo se presenta una propuesta para el diseño de controladores lineales retroalimentados para un sistema de digestión anaerobio. La concentración de la demanda química de oxígeno (S_T) en el effluente y la tasa de dilución (D) son tomadas como variables regulada y manipulada respectivamente. El diseño del control está basado en modelos simples de respuesta al escalón, con un retardo a la entrada, que permite explicar los tiempos muertos inducidos por los aparatos de medición. El controlador retroalimentado resultante tiene una estructura tradicional de control PI y puede ser fácilmente implementado. Además, como la concentración de AGV puede ser medida fácil y rápidamente comparada con la concentración de S_T , es utilizada como una medida secundaria que es incorporada al esquema de control retroalimentado.

Este procedimiento genera una estructura de control retroalimentado (PI) en cascada, el cual tiene muchas ventajas sobre un control simple PI, es decir, tiene mucha mayor resistencia ante la presencia de perturbaciones en el influente. Para ilustrar el desempeño del controlador propuesto, se usa un modelo matemático que describe las dinámicas de crecimiento en suspensión de un sistema de digestión anaerobio de lodos residuales.

Capítulo 1

Capítulo 1

Capítulo 1

Introducción

La ingeniería en aguas residuales es en la actualidad un área de interés mundial, por razones de salud pública, económicas y sociales ya que estas se encuentran estrechamente relacionadas (Tchobanoglous y Burton, 1991). Como la legislación ambiental es bastante rigurosa, es necesario desarrollar sistemas optimizados para el tratamiento de los efluentes. El tratamiento del agua puede ser muy compleja o relativamente simple, dependiendo de las propiedades del agua residual y del grado de pureza requerido.

Un flujo de agua residual puede estar compuesto de básicamente cuatro tipos de flujos conocidos como: (1) *agua residual doméstica o negra* es aquella que contienen desechos humanos, animales y caseros, es típica de las zonas residenciales en las que no se efectúan operaciones industriales, o sólo en muy poca escala, (2) *agua residual industrial* es el agua de desecho proveniente de los procesos industriales, (3) *aguas pluviales* formadas por todo el escurrimiento superficial de las lluvias, que fluyen desde los techos, pavimentos y otras superficies naturales del terreno y (4) *aguas residuales combinadas* estas son una mezcla de las aguas residuales domésticas o sanitarias y de las aguas pluviales cuando se colectan en las mismas alcantarillas (Lapeña, 1989). Por lo tanto, las aguas negras son fundamentalmente las aguas de abastecimiento de una población, después de haber sido contaminadas por diversos usos. En este sentido, la composición particular en un flujo de agua residual y de los lodos generados durante el proceso de tratamiento de las aguas residuales depende fuertemente de las especificaciones de las fuentes ya que muchas veces estas fuentes pueden contener sólidos suspendidos, compuestos orgánicos biodegradables, compuestos inorgánicos disueltos y metales pesados. Entonces, el tipo de proceso para el tratamiento de un flujo de agua residual o un lodo residual depende de la cantidad y tipo de contaminantes que se quieren remover (Patry and Chapman, 1981).

De los diversos procesos que existen, el tratamiento biológico es una posible solución para remover la materia orgánica, este proceso aprovecha la acción de algunos microorganismos para inducir diversas reacciones químicas y fisicoquímicas. Los procesos de tratamiento biológico son clasificados como aerobio y anaerobio, dependiendo de la presencia o ausencia de oxígeno.

En particular, la digestión anaerobia de lodos residuales se contempla dentro de los procesos biológicos más viejos y fué estudiado por primera vez hace más de un siglo (McCarthy, 2001). Es una tecnología avanzada y económica que requiere una mínima inversión en capital y costo de operación en comparación con el tratamiento biológico aerobio.

1.1 Motivación

La digestión anaerobia de lodos residuales es una vía de manejo de residuos orgánicos, líquidos o semisólidos, que presenta varias ventajas sobre otros procesos más convencionales. En la digestión anaerobia la materia orgánica es degradada a una mezcla de dióxido de carbono y metano debido a una serie de reacciones en varias etapas, en donde varias reacciones substrato-microorganismo son involucradas y las cuales se desarrollan en serie o paralelo (Denac *et al.*, 1988; Heinzle *et al.*, 1993). El proceso de digestión anaerobio es muy inestable en el sentido de que si se generan variaciones muy grandes en la tasa de dilución y en la carga orgánica del influente, puede generar un sobredisparo en el reactor y una acumulación severa de ácidos grasos volátiles (AGV).

En particular, la acumulación de AGV puede reducir drásticamente el pH del sistema, deteriorando seriamente la estabilidad del proceso anaerobio. Es por esto que consideramos *importante* implementar un diagnóstico eficiente y un sistema de regulación para el proceso de digestión anaerobio (Estaben *et al.*, 1997). Entonces, el control en un proceso anaerobio es una etapa obligatoria porque son posibles inestabilidades debido a sobrecargas o descargas de sustancias que no pueden ser degradadas a la velocidad a la que llegan al sistema, provocando períodos de baja eficiencia o incluso la destrucción del sistema biológico. Además, el incremento en la demanda de procesos de tratamiento biológicos económicos y eficientes, promueve el mejoramiento de la operación de los procesos de digestión anaerobio.

1.2 Antecedentes

En los últimos años, algunos trabajos han desarrollado el diseño de estrategias de control para procesos anaerobios. Los algoritmos de control aplicados son en la mayoría del tipo convencional PI y PID diseñados y sintonizados en base a metodologías heurísticas (Heinzle *et al.*, 1993). El desarrollo obtenido con estos controladores es bastante pobre puesto que la mayoría de las guías de sintonizado son bastante conservadoras. Las técnicas de control adaptable han sido también estudiadas (Renard *et al.*, 1988; Dochain and Perrier 1993; Johnson *et al.*, 1995), una desventaja de los esquemas de control adaptable es que se requiere de un completo conocimiento de los parámetros de la estructura del sistema. En particular, los modelos matemáticos para los procesos anaerobios contienen grandes incertidumbres paramétricas y funcionales, debido principalmente a un conocimiento inexacto de la reacción cinética biológica.

Para superar este problema, se ha propuesto un acercamiento a lógica difusa. La idea fundamental detrás de la lógica difusa es que un modelo de planta puede contruirse con pericia e información fenomenológica. De esta manera, la lógica difusa permite tratar con incertidumbres en el proceso y elaborar reglas de decisión complejas. Se ha demostrado que aplicando control con lógica difusa se reduce hasta en un 50% la materia orgánica en una sobrecarga (Muller *et al.*, 1995; Estaben *et al.*, 1997).

Recientemente, Steyer *et al.* (1999) han propuesto a la lógica difusa como una técnica de control avanzada para el monitoreo y control de reactores anaerobios. La estrategia está basada en el análisis de perturbaciones añadidas a propósito al influente. El resultado de la estrategia de control es que adapta automáticamente la cantidad de flujo a la entrada (es decir, la tasa de dilución) a los cambios en la concentración en el influente. Sin embargo, puesto que esta estrategia de lógica difusa se basa en información indirecta (p.ej., biogas y pH) para obtener la concentración deseada en el efluente, además esta no tiene robustez en presencia de perturbaciones no caracterizadas en el influente debido a su naturaleza de retroalimentación indirecta. Por el contrario, en una estrategia de control retroalimentado directo, se alimentan las medidas de concentración DQO (S_T) para adaptar la cantidad de flujo a la entrada. En las medidas de S_T en el efluente los efectos de una perturbación en el influente, tal como una desviación en el valor de la concentración deseada, puede ser corregida (Morari and Zafriou, 1989). Sin embargo, los tiempos muertos son inevitables en los aparatos de medición. Es decir, las medidas de S_T comunmente son retardadas por lo que limitan el desarrollo del control retroalimentado directo en la presencia de perturbaciones grandes en el influente.

Desde un punto de vista operacional óptimo, parecería que una combinación de control directo e indirecto es conveniente (p.ej., lógica difusa) porque produciría una buena estrategia de control donde la retroalimentación directa actuaría como un nivel regulatorio, y la retroalimentación indirecta actuaría como un nivel de monitoreo y supervisión (Steyer *et al.*, 1999). Este problema de control para procesos de digestión anaerobia merece estudios teóricos y experimentales, para poder así valorar las capacidades y limitaciones en el diseño del control deseado, que permita obtener un buen desempeño del reactor y márgenes de seguridad adecuados.

1.3 Objetivos

Como se mencionó anteriormente, el tratamiento biológico es una alternativa para el tratamiento de lodos residuales, en la remoción de la materia orgánica. El tratamiento biológico más utilizado en los últimos años es el proceso de digestión anaerobia, por considerarse una tecnología avanzada y económica. Sin embargo, si se presentan variaciones muy altas en su tasa de dilución y en la carga orgánica del influente, este tiende a volverse inestable. Por lo que en este trabajo planteamos los siguientes objetivos:

1.3.1 Objetivo General

Diseñar un esquema de control retroalimentado robusto para un proceso de digestión anaerobio, que permita obtener un buen desempeño del reactor a pesar de que existan perturbaciones en el sistema.

1.3.2 Objetivos Particulares

- *Mantener al reactor biológico estable, para obtener eficiencias de remoción óptimas. Esto es importante, ya que un incremento en la carga orgánica del influente puede generar una acumulación severa de ácidos grasos y con ello disminuir el pH del sistema y provocar disminución en la eficiencia de remoción.*
- *Lograr que las variables manipuladas se encuentren dentro del punto de operación deseado, para lograr un proceso de digestión anaerobio seguro y eficiente. Debemos mantener lo más cerca posible a la variable regulada del valor de referencia (set point) para asegurar un buen desempeño, esto lo podemos lograr manteniendo lo más cerca del punto de operación a las variables manipuladas y dentro del menor tiempo posible.*

1.4 Desarrollo del Trabajo

El trabajo de tesis se encuentra dividido en ocho capítulos, un apéndice y una sección de referencias bibliográficas.

En el Capítulo 1 se presentan la motivación y los antecedentes al trabajo. En el Capítulo 2 se hace una revisión de definiciones y términos básicos, que son necesarios en el control de procesos. El Capítulo 3, se revisan de manera general los conceptos necesarios para el análisis de la teoría de control, como son la aplicación de la Transformada de Laplace y algunas de sus propiedades.

El Capítulo 4 presenta el análisis de la estrategia de control por retroalimentación, así como los tipos de controladores que existen para un sistema por retroalimentación, y como el proceso de la prueba escalón, nos permite caracterizar al sistema de estudio, mediante el cálculo de los parámetros que nos van a permitir el sintonizado de nuestro controlador.

El Capítulo 5 nos da un panorama de lo que es una estrategia de control en cascada que es muy utilizada para eliminar de manera satisfactoria las perturbaciones y obtener un buen desempeño de la dinámica del lazo de control. Además, se presenta la definición de los dos tipos de control cascada existentes, cascada en paralelo y cascada en serie.

Los Capítulos 6 y 7, están enfocados a un caso de estudio específico, es decir, el desarrollo de una estrategia de control para un proceso biológico de digestión anaerobio. En el Capítulo 6, se presenta el modelo matemático de la digestión anaerobia de lodos residuales. El Capítulo 7 está enfocado a la presentación y simulación del diseño de la estrategia de control retroalimentado directo, basado en un modelo de respuesta al escalón con retardo a la entrada, donde la variable regulada S_T en el efluente y la variable manipulada es la tasa de dilución. Posteriormente, se plantea y simula el diseño de control retroalimentado en donde aprovechando una medida intermedia de AGV, se incorpora dentro del esquema de control retroalimentado PI y de la que resulta una estructura de control cascada. Finalmente, el Capítulo 8 de conclusiones nos presenta de manera concreta los resultados obtenidos de las estrategias de control expuestas. En la sección del apéndice se presentan los valores de los parámetros utilizados para la solución del modelo matemático y el significado de la nomenclatura utilizada, y por último se tiene una sección de referencias bibliográficas.

Capítulo 2

Capítulo 2

Capítulo 2

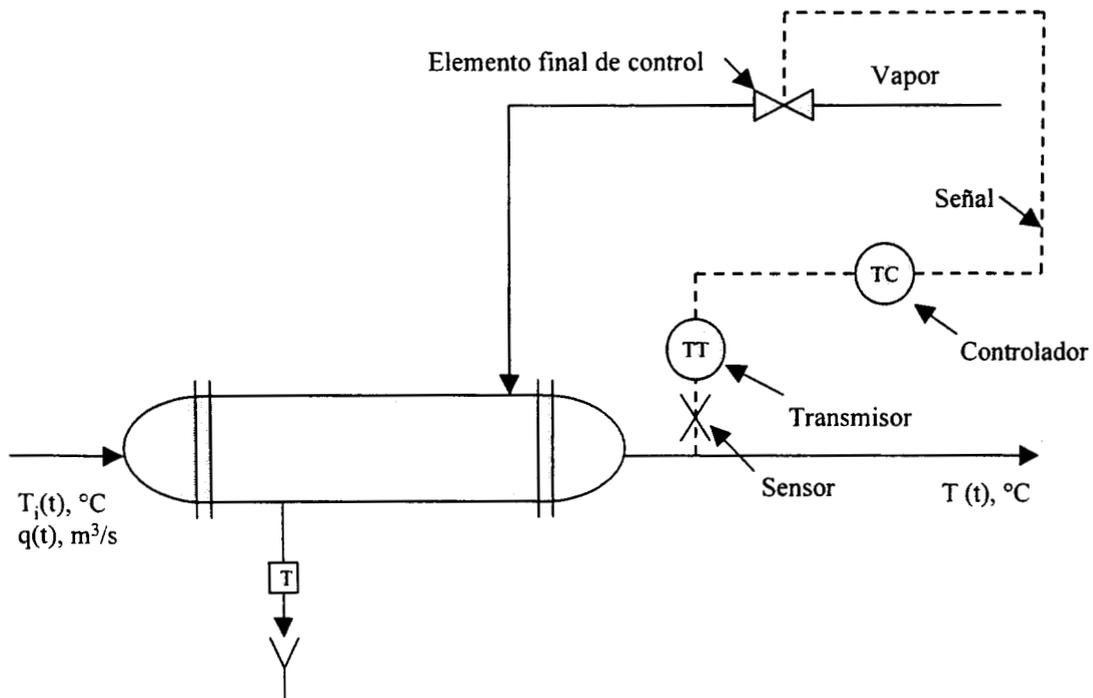
Control Automático de Procesos

2.1 Introducción

Los procesos industriales no son estáticos, por el contrario, son muy dinámicos, cambian continuamente debido a los muchos tipos de perturbaciones y precisamente por eso se necesita que los sistemas de control vigilen continua y automáticamente las variaciones que se deben controlar. Entonces podemos decir que el propósito del control automático de procesos es mantener en determinado valor de operación las variables de proceso tales como: temperaturas, presiones, flujos y compuestos. Para lograr este propósito se debe diseñar e implementar un sistema de control.

2.2 Componentes de un Sistema de Control

En la Figura 2.1 se muestra un sistema de control y sus componentes básicos, donde el primer paso es medir mediante un *sensor* (termopar, dispositivo de resistencia térmica, termisores, etc.) la temperatura de salida de la corriente del proceso. El sensor se conecta físicamente al *transmisor*, el cual capta la salida del sensor y la convierte en una señal lo suficientemente intensa como para transmitirla al *controlador*. El controlador recibe la señal, que está en relación con la temperatura, la compara con el valor que se desea y, según el resultado de la comparación, decide qué hacer para mantener la temperatura en el valor deseado. Con base en la decisión, el controlador envía otra señal al *elemento final de control*, el cual a su vez, maneja el flujo de vapor. Por lo tanto, los cuatro componentes básicos de todo sistema de control, son:



$T_i(t)$ = Temperatura de entrada
 $T(t)$ = Temperatura de salida

Figura 2.1 Sistema de control de un intercambiador de calor.

1. *Sensor*, que también se conoce como elemento primario.
2. *Transmisor*, el cual se conoce como elemento secundario.
3. *Controlador*, que es el cerebro del sistema de control.
4. *Elemento final de control*, frecuentemente se trata de una válvula de control aunque no siempre. Otros elementos finales de control comúnmente utilizados son las bombas de velocidad variable, los transportadores y los motores eléctricos.

La importancia de estos componentes estriba en que realizan las *tres operaciones básicas* que deben estar presentes en todo *sistema de control*; estas operaciones son:

1. Medición (M): la medición de la variable que se controla se hace generalmente mediante la combinación de sensor y transmisor.
2. Decisión (D): con base en la medición, el controlador decide qué hacer para mantener la variable en el valor que se desea.
3. Acción (A): como resultado de la decisión del controlador se debe efectuar una acción en el sistema, generalmente ésta es realizada por el elemento final de control.

Entonces las operaciones M, D y A son obligatorias para *todo* sistema de control. En algunos sistemas la toma de decisión es sencilla, mientras que en otros es más compleja.

2.3 Términos Importantes del Control Automático de Procesos

Algunos de los términos que se son usados dentro de este trabajo y que son también de uso en control automático de procesos son:

El primer término es la *variable controlada*, ésta es la variable que se debe mantener o controlar dentro de algun valor deseado. El segundo término es el *punto de control (set point)*, el valor que se desea tenga la variable controlada. La variable manipulada es la variable que se utiliza para mantener a la variable controlada en el punto de control (punto de fijación o de régimen). Finalmente cualquier variable que ocasiona que la variable de control se desvíe del punto de control se define como *perturbación*.

Los siguientes términos también son importantes. *Circuito abierto o lazo abierto*, se refiere a la situación en la cual se desconecta el controlador del sistema, es decir, el controlador no realiza ninguna función relativa a como mantener la variable controlada en el punto de control. *Control de circuito cerrado o lazo cerrado* se refiere a la situación en la cual se conecta el controlador al proceso; el controlador compara el punto de control (la referencia) con la variable controlada y determina la acción correctiva.

2.4 Razones Principales y Bases Para el Control de Procesos

Como ya se definió, el control automático de procesos es “una manera de mantener a la variable controlada en el punto de control , a pesar de las perturbaciones”. Ahora comentaremos algunas de las razones por las cuales es importante el control en los procesos. Estas razones son producto de la experiencia industrial y tal vez no sean las únicas, pero sí las más importantes.

1. Evitar lesiones al personal de la planta o daño al equipo. La seguridad siempre debe estar en la mente de todos, esta es la consideración más importante.
2. Mantener la calidad del producto (composición, pureza, color, etc.) en un nivel continuo y con un costo mínimo.
3. Mantener la tasa de producción de la planta al costo mínimo.

Por tanto, se puede decir que las razones de la automatización de las plantas de proceso son proporcionar un entorno seguro y a la vez mantener la calidad deseada del producto y alta eficiencia de la planta con reducción de la demanda de trabajo humano.

Ahora para estudiar el control de procesos es importante entender el comportamiento dinámico de los procesos por consiguiente, es necesario desarrollar el sistema de ecuaciones que describe diferentes procesos, esto se conoce como *modelación*. Muchas de las ecuaciones que se desarrollan para describir los procesos son de naturaleza no lineal y, en consecuencia, la manera más exacta de resolverlas es mediante métodos numéricos, es decir, por computadora. La solución por computadora de los modelos de proceso se llama *simulación* (Smith, 1991).

Capítulo 3

Capítulo 3

Capítulo 3

Conceptos para el Análisis de Control

3.1 Introducción

Las técnicas de la Transformada de Laplace y de linealización son particularmente útiles para el análisis de la dinámica de los procesos y el diseño de sistemas de control, debido a que proporcionan una visión general del comportamiento de una gran variedad de procesos e instrumentos. Por el contrario, la técnica de simulación por computadora permite realizar un análisis preciso y detallado del comportamiento dinámico de sistemas específicos, pero rara vez es posible generalizar para otros procesos los resultados obtenidos.

3.2 Transformada de Laplace

La Transformada de Laplace (TLP) de una función del tiempo, $f(t)$, se define mediante la siguiente fórmula:

$$F(s) = \mathcal{L} [f(t)] = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (3.1)$$

donde:

$f(t)$ = Es una función del tiempo

$F(s)$ = Es la transformada de Laplace correspondiente

s = Es la variable de la T.L.P

t = Es el tiempo

En la aplicación de la T.L.P al diseño de sistemas de control, las funciones del tiempo son las variables del sistema, inclusive la variable manipulada y la controlada; las señales del transmisor, las perturbaciones, las posiciones de la válvula de control, el flujo a través de las válvulas de control y cualquier otra variable o señal intermedia. Por lo tanto, *es muy importante darse cuenta que la T.L.P se aplica a las variables y señales, y no a los procesos o instrumentos.*

En el análisis de los sistemas de control se aplican señales a la entrada del sistema (p.ej., perturbaciones, cambios en el punto de control, etc.) para estudiar su respuesta (Smith, 1991). Algunas de las más comunes son:

- a) Una función de escalón unitario
 - b) Un pulso
 - c) Una función de impulso unitario
 - d) Una onda senoidal
- a) *Función de escalón unitario*

La función de escalón unitario es un cambio súbito de magnitud unitaria en un tiempo igual a cero; dicha función se ilustra gráficamente en la Figura 3.1a, y se representa algebraicamente mediante la expresión:

$$u(t) = 0 \text{ si } t < 0$$

y

$$u(t) = 1 \text{ si } t \geq 0$$

y su Transformada de Laplace está dada por:

$$\mathcal{L}[u(t)] = \int_0^{\infty} u(t)e^{-st} dt = -\frac{1}{s}e^{-st} \Big|_0^{\infty} = -\frac{1}{s}(0 - 1)$$

b) *Pulso de magnitud H y duración T*

El pulso se muestra gráficamente en la Figura 3.1b y su representación algebraica es:

$$f(t) = 0 \text{ si } t < 0$$

$$f(t) = 0 \text{ si } t \geq T$$

y

$$f(t) = H \text{ si } 0 \leq t < T$$

su Transformada de Laplace está dada por

$$\begin{aligned} \mathcal{L}[f(t)] &= \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt = \int_0^T H e^{-st} dt \\ &= -\frac{H}{s} e^{-st} \Big|_0^T = -\frac{H}{s} (e^{-sT} - 1) \\ \mathcal{L}[f(t)] &= \frac{H}{s} (1 - e^{-sT}) \end{aligned}$$

c) *Función de impulso unitario*

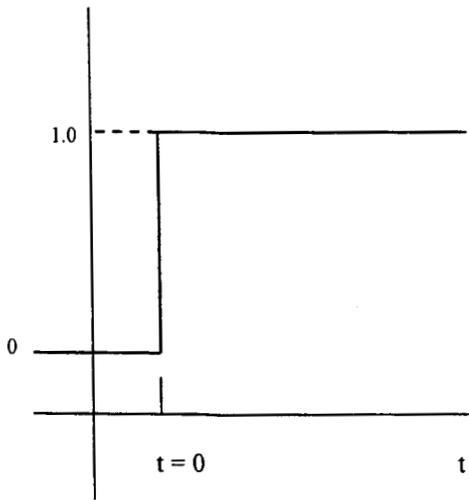
Esta es un pulso ideal de amplitud infinita y duración cero, cuya área es la unidad, en otras palabras, un pulso de área unitaria con toda ella concentrada en un tiempo igual a cero. Esta función se esboza en la Figura 3.1c. Generalmente se usa el símbolo $\delta(t)$ para representarla, y se le conoce como función “delta Dirac”. Su expresión algebraica se puede obtener mediante el uso de los límites de la función pulso de la parte (b):

$$\delta(t) = \lim_{T \rightarrow 0} f(t)$$

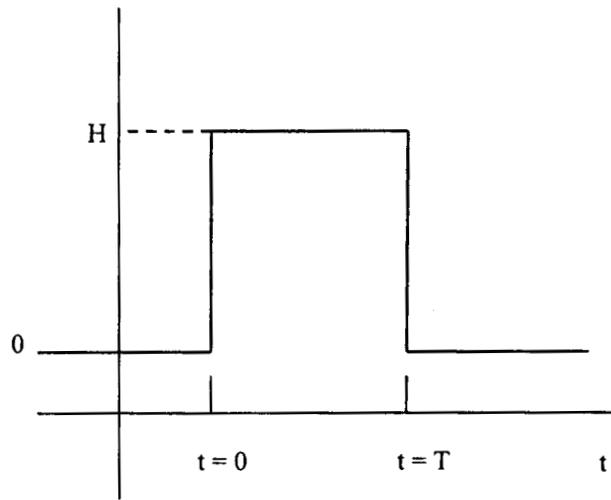
con

$$HT = 1(\text{el área})$$

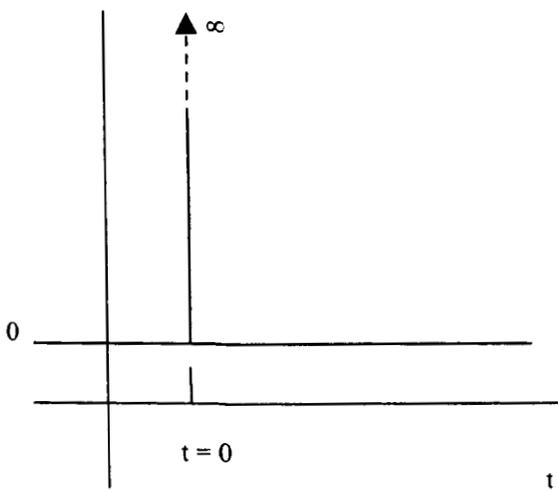
o



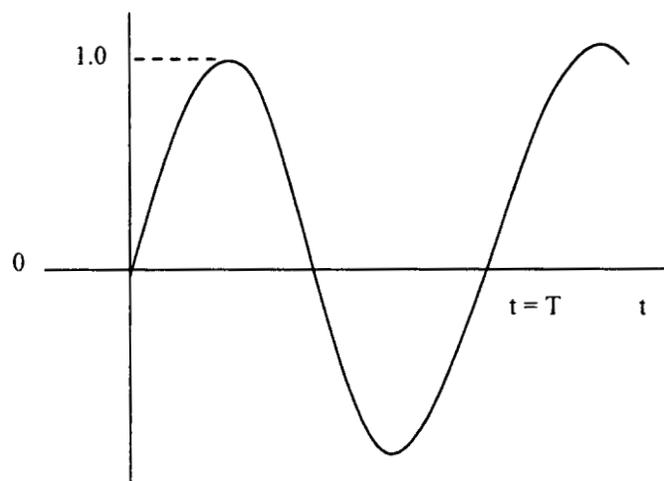
a)



b)



c)



d)

Figura 3.1 Señales de entrada comunes en el estudio de la respuesta de sistemas de control. a) escalón unitario $u(t)$; b) pulso; c) impulso, $\delta(t)$; d) Onda senoidal, $\text{sen } \omega t$ ($\omega=2\pi/T$).

$$H = 1/T$$

la Transformada de Laplace se puede obtener tomando el límite del resultado de la parte b):

$$\mathcal{L}[\delta(t)] = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{1}{Ts} (1 - e^{-sT}) = \frac{1}{0} (1 - 1) = \frac{0}{0}$$

ahora se requiere la aplicación de la regla de L'Hopital para límites indefinidos:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}[\delta(t)] &= \lim_{T \rightarrow 0} \frac{\frac{d}{dT}(1 - e^{-sT})}{\frac{d}{dT}(Ts)} \\ &= \lim_{T \rightarrow 0} \frac{se^{-sT}}{s} \\ \mathcal{L}[\delta(t)] &= 1 \end{aligned}$$

éste es un resultado muy significativo, pues indica que la transformada de Laplace del impulso unitario es la unidad.

d) *Onda senoidal de amplitud y frecuencia ω*

La onda senoidal se muestra en la Figura 3.1d, y su representación en forma exponencial es:

$$\text{sen } \omega t = \frac{e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}}{2i}$$

donde $i = \sqrt{-1}$ es la unidad de los números imaginarios. Su Transformada de Laplace esta dada por

$$\begin{aligned} \mathcal{L}[\text{sen } \omega t] &= \int_0^{\infty} \text{sen } \omega t e^{-st} dt \\ &= \int_0^{\infty} \frac{e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}}{2i} e^{-st} dt \\ &= \frac{1}{2i} \left[\int_0^{\infty} e^{-(s-i\omega)t} dt - \int_0^{\infty} e^{-(s+i\omega)t} dt \right] \\ &= \frac{1}{2i} \left[-\frac{e^{-(s-i\omega)t}}{s-i\omega} + \frac{e^{-(s+i\omega)t}}{s+i\omega} \right] \Big|_0^{\infty} \\ &= \frac{1}{2i} \left[-\frac{0-1}{s-i\omega} + \frac{0-1}{s+i\omega} \right] \\ &= \frac{1}{2i} \frac{2i\omega}{s^2 + \omega^2} \end{aligned}$$

siendo su resultado

$$\mathcal{L}[\text{sen } \omega t] = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$$

con este ejemplo se ilustra el manejo algebraico que implica la obtención de la Transformada de Laplace de una señal.

3.3 Propiedades de la Transformada de Laplace

Se presentara en forma breve algunas de las propiedades importantes de la T.L.P, las cuales son útiles porque permiten a) obtener la transformada de algunas funciones a partir de las más simples; b) establecer la relación de la transformada de una función con sus derivadas e integrales; c) determinar de los valores inicial y final de una función a partir de su transformada.

Linealidad. Esta propiedad, la más importante, establece que la Transformada de Laplace es lineal; es decir, si k es una constante

$$\mathcal{L} [kf(t)] = k\mathcal{L} [f(t)] = kF(s) \quad (3.2)$$

puesto que es lineal, la propiedad distributiva también es válida para la Transformada de Laplace:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} [f(t) + g(t)] &= \mathcal{L} [f(t)] + \mathcal{L} [g(t)] \\ &= F(s) + G(s) \end{aligned} \quad (3.3)$$

ambas propiedades se pueden demostrar fácilmente mediante la aplicación de la definición de Transformada de Laplace, ecuación (3.1).

Teorema de la diferenciación real. Este teorema establece la relación de la Transformada de Laplace de una función con la de su derivada. Su expresión matemática es

$$\mathcal{L} \left[\frac{df(t)}{dt} \right] = sF(s) - f(0) \quad (3.4)$$

de la definición de Transformada de Laplace, ecuación (3.1)

$$\mathcal{L} \left[\frac{df(t)}{dt} \right] = \int_0^{\infty} \frac{df(t)}{dt} e^{-st} dt$$

integrando por partes:

$$\begin{aligned} u &= e^{-st} & dv &= \frac{df(t)}{dt} dt \\ du &= -se^{-st} dt & v &= f(t) \end{aligned}$$

y resolviendo

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} \left[\frac{df(t)}{dt} \right] &= f(t)e^{-st} \Big|_0^\infty - \int_0^\infty f(t)(-se^{-st} dt) \\
&= [0 - f(0)] + s \int_0^\infty f(t)e^{-st} dt \\
&= -f(0) + s\mathcal{L} [f(t)] \\
&= sF(s) - f(0)
\end{aligned}$$

la extensión a derivadas de orden superior es directa:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} \left[\frac{d^2 f(t)}{dt^2} \right] &= \mathcal{L} \left[\frac{d}{dt} \left(\frac{df(t)}{dt} \right) \right] \\
&= s\mathcal{L} \left[\frac{df(t)}{dt} \right] - \frac{df}{dt}(0) \\
&= s^2 F(s) - sf(0) - \frac{df}{dt}(0)
\end{aligned}$$

en general

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} \left[\frac{d^n f(t)}{dt^n} \right] &= s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} \frac{df}{dt}(0) - \dots \\
&\dots - s \frac{d^{n-2} f}{dt^{n-2}}(0) - \frac{d^{n-1} f}{dt^{n-1}}(0)
\end{aligned} \tag{3.5}$$

para el caso más importante, en que la función y sus derivadas tienen condiciones iniciales cero, la expresión se simplifica a

$$\mathcal{L} \left[\frac{d^n f(t)}{dt^n} \right] = s^n F(s) \tag{3.6}$$

para este caso donde las condiciones iniciales son cero, la obtención de transformada de Laplace de una función se hace simplemente mediante la substitución del operador d/dt por la variable s , y la de $f(t)$ por $F(s)$.

Teorema de la integración real. Este teorema establece la relación entre la transformada de una función y la de su integral. Su expresión es

$$\mathcal{L} \left[\int_0^t f(t) dt \right] = \frac{1}{s} F(s) \tag{3.7}$$

Teorema de la diferenciación compleja. Con este teorema se facilita la evaluación de las transformadas que implican la variable de tiempo t , y se expresa mediante

$$\mathcal{L} [tf(t)] = -\frac{d}{ds}F(s) \quad (3.8)$$

Teorema de la traslación real. En este teorema se trabaja con la traslación de una función en el eje del tiempo, como se ilustra en la Figura 3.2. La función trasladada es la función original con retardo en tiempo. El retardo de transporte ocasiona retardos de tiempo en el proceso; este fenómeno se conoce comúnmente como *tiempo muerto*.

Puesto que la transformada de Laplace no contiene información acerca de la función original para tiempo negativo, se supone que la función retardada es cero, para todos los tiempos menores al tiempo de retardo (ver Figura 3.2). El teorema se expresa mediante la siguiente fórmula:

$$\mathcal{L} [f(t - t_0)] = e^{-st_0}F(s) \quad (3.9)$$

Teorema de la traslación compleja. Este teorema facilita la evaluación de la transformada de funciones que implican al tiempo como exponente.

$$\mathcal{L} [e^{at}f(t)] = F(s - a) \quad (3.10)$$

Teorema del valor final. Este teorema permite el cálculo del valor final o de estado estacionario de una función a partir de su transformada. También es útil para verificar la validez de la transformada que se obtiene. Si el límite $t \rightarrow \infty$ de $f(t)$ existe, se puede calcular a partir de la Transformada de Laplace como sigue:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) \quad (3.11)$$

Teorema del valor inicial. Este teorema es útil para calcular el valor inicial de una función a partir de su Transformada de Laplace; además proporciona otra verificación de la validez de la transformada que se obtiene

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s) \quad (3.12)$$

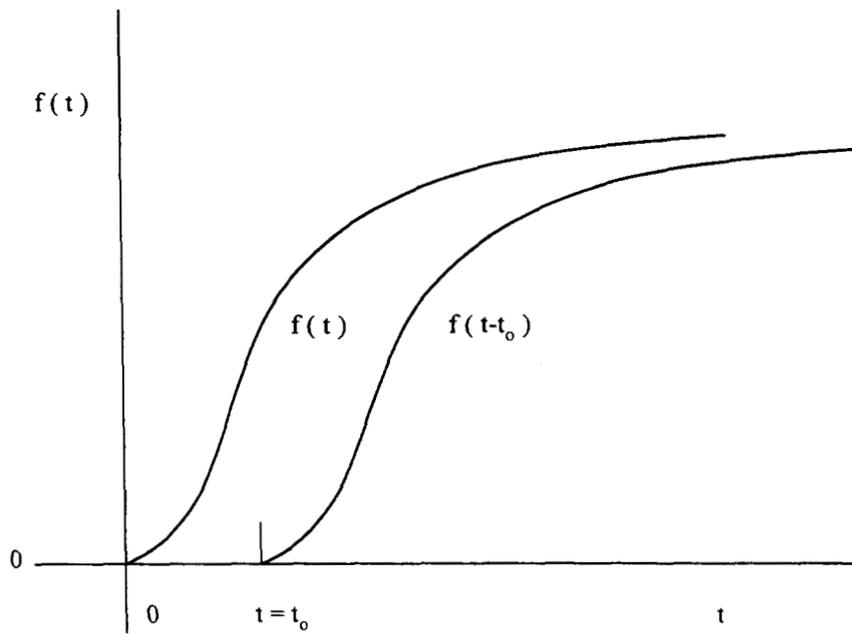


Figura 3.2 La función que se traslada en tiempo es cero para todos los tiempos menores al tiempo de retardo t_0 .

3.4 Inversa de la Transformada de Laplace Mediante Expansión de Fracciones Parciales

El último paso en el proceso de solución de una ecuación diferencial mediante la Transformada de Laplace es la inversión de la ecuación algebraica de la variable de salida, $Y(s)$, la cual se puede representar mediante

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1} [Y(s)] \quad (3.13)$$

entonces el objetivo es establecer la relación general entre la transformada de la variable de salida $Y(s)$ y su inversa $y(t)$. con este procedimiento se puede realizar el análisis de la respuesta del sistema mediante el análisis de su función transformada $Y(s)$ y $y(t)$, sin tener que invertirla realmente. ahora establecemos la relación entre $Y(s)$ y $y(t)$ por medio del método de expansión de fracciones parciales, la transformada de Laplace de la salida o variable dependiente de una ecuación diferencial lineal de orden n con coeficientes constantes, se puede expresar mediante

$$Y(s) = \left[\frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_o}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_o} \right] X(s) \quad (3.14)$$

donde:

$Y(s)$ es la transformada de Laplace de la variable de salida

$X(s)$ es la transformada de Laplace de la variable de entrada

a_o, a_1, \dots, a_n son los coeficientes constantes de la variable de salida y sus derivadas

b_o, b_1, \dots, b_m son los coeficientes constantes de la variable de salida y sus derivadas.

Si se observa la Tabla 2, se puede ver que la Transformada de Laplace de las funciones más comunes es una relación de polinomios en las variables de la Transformada de Laplace. Si se supone que éste es el caso de $X(s)$, se puede demostrar fácilmente que $Y(s)$ también es la relación de polinomios:

$$Y(s) = \frac{(b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_o) [\text{numerador de } X(s)]}{(a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_o) [\text{denominador de } X(s)]} \quad (3.15)$$

o

$$Y(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$$

donde:

$$N(s) = \beta_j s^j + \beta_{j-1} s^{j-1} + \dots + \beta_1 s + \beta_0$$

y

$$D(s) = s^k + \alpha_{k-1} s^{k-1} + \dots + \alpha_1 s + \alpha_0$$

$\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_j$ son los coeficientes constantes del polinomio numerador $N(s)$ de grado $j (j \geq m)$, $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{k-1}$ son los coeficientes constantes del polinomio denominador $D(s)$ de grado $k (k \geq n)$

Se supuso que el coeficiente de s^k en $D(s)$ es la unidad, lo cual se puede hacer sin pérdida de la generalidad, ya que siempre es posible dividir el numerador y el denominador entre el coeficiente de s^k y cumplir con la ecuación (3.15). El primer paso de la expansión de fracciones parciales es la factorización del polinomio denominador $D(s)$:

$$\begin{aligned} D(s) &= s^k + \alpha_{k-1} s^{k-1} + \dots + \alpha_1 s + \alpha_0 \\ &= (s - r_1)(s - r_2) \dots (s - r_k) \end{aligned} \tag{3.16}$$

donde r_1, r_2, \dots, r_k son las raíces del polinomio, es decir, los valores de s que satisfacen la ecuación

$$D(s) = s^k + \alpha_{k-1} s^{k-1} + \dots + \alpha_1 s + \alpha_0 = 0 \tag{3.17}$$

un polinomio de grado k puede tener hasta k raíces distintas y, siempre se puede factorizar de la manera que se muestra en la ecuación (3.16); si hacemos s igual a cualquiera de las raíces resultantes en uno de los factores $(s - r)$, éste se hace cero, y entonces $D(s) = 0$. Substituyendo, la ecuación (3.16) en la ecuación (3.15) da como resultado

$$Y(s) = \frac{N(s)}{(s - r_1)(s - r_2) \dots (s - r_k)} \tag{3.18}$$

por medio de esta ecuación es posible demostrar que la transformada $Y(s)$ se puede expresar como la suma de k fracciones:

$$Y(s) = \frac{A_1}{s - r_1} + \frac{A_2}{s - r_2} + \dots + \frac{A_k}{s - r_k} \tag{3.19}$$

donde A_1, A_2, \dots, A_k son una serie de coeficientes constantes que se evalúan mediante un procedimiento de series. Este paso se conoce como expansión en “fracciones parciales”.

Una vez que se expande la transformada de la salida, como se muestra en la ecuación (3.19), se puede usar la propiedad distributiva de la transformada inversa para obtener la función inversa:

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1} [Y(s)] \tag{3.20}$$

$$\begin{aligned} &= \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{A_1}{s - r_1} + \frac{A_2}{s - r_2} + \dots + \frac{A_k}{s - r_k} \right] \\ &= A_1 \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{1}{s - r_1} \right] + A_2 \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{1}{s - r_2} \right] + \dots + A_k \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{1}{s - r_k} \right] \end{aligned}$$

las inversas individuales generalmente se pueden determinar mediante el uso de una tabla de Transformadas de Laplace. Para evaluar los coeficientes de las fracciones parciales y completar el proceso de inversión, se deben considerar cuatro casos.

1. Raíces reales no repetidas
2. Pares no repetidos de raíces complejas conjugadas
3. Raíces repetidas
4. Presencia de tiempo muerto

Tiempo Muerto. El uso de la técnica de expansión en fracciones parciales se restringe a los casos en que la transformada de Laplace se puede expresar como una relación de dos polinomios. Como se muestra en la ecuación (3.9), cuando la transformada de Laplace contiene tiempo muerto (retardo de transporte o tiempo de retraso), en la función transformada aparece el término exponencial e^{-st_o} , donde t_o es el tiempo muerto y, puesto que el exponencial es una función trascendental, el procedimiento de inversión se debe modificar de manera apropiada.

Capítulo 4

Capítulo 4

Capítulo 4

Estrategia de Control por Retroalimentación

4.1 Introducción

*El esquema de control que se muestra en la Figura 2.1 se conoce como **control por retroalimentación**, también se le llama **circuito de control por retroalimentación**. Esta técnica la aplicó por primera vez James Watt hace casi 200 años para controlar un proceso industrial que consistía en mantener constante la velocidad de una máquina de vapor con carga variable. En este procedimiento se toma la variable controlada y se retroalimenta al controlador para que éste pueda tomar una decisión.*

4.2 Control por Retroalimentación

Para comprender el principio de operación del control por retroalimentación se presenta el circuito de control del intercambiador de calor en la Figura 2.1. Si la temperatura de entrada al proceso aumenta y en consecuencia crea una perturbación, su efecto se debe propagar a todo el intercambiador de calor antes de que cambie la temperatura de salida. Una vez que cambia la temperatura de salida, también cambia la señal del transmisor al controlador, en ese momento el controlador detecta que debe compensar la perturbación mediante un cambio en el flujo de vapor, el controlador ordena entonces a la válvula cerrar su apertura y de este modo decrece el flujo de vapor.

La ventaja del control por retroalimentación consiste en que es una técnica muy simple, como se muestra en la Figura 2.1, que compensa todas las perturbaciones. Cualquier perturbación puede

afectar a la variable controlada, y cuando ésta se desvía del punto de control, el controlador cambia su salida para que la variable regrese al punto de control. El circuito de control no detecta qué tipo de perturbación entra al proceso, únicamente trata de mantener la variable controlada en el punto de control y de esta manera compensar cualquier perturbación (Smith, 1991). La desventaja del control por retroalimentación estriba en que únicamente puede compensar la perturbación hasta que la variable controlada se ha desviado del punto de control, esto es, la perturbación se debe propagar por todo el proceso antes de que pueda actuar la variable manipulada.

4.3 Controladores por Retroalimentación

La manera en que los controladores por retroalimentación toman una decisión para mantener el punto de control, es mediante el cálculo de la salida con base en la diferencia entre la variable que se controla y el punto de control.

Controlador Proporcional (P). El controlador proporcional es el tipo más simple de controlador. La ecuación con que se describe su funcionamiento es la siguiente:

$$m(t) = \bar{m} + K_c(r(t) - c(t)) \tag{4.1}$$

o

$$m(t) = \bar{m} + K_c e(t) \tag{4.2}$$

donde:

$m(t)$ = salida del controlador

$r(t)$ = punto de control

$c(t)$ = variable que se controla; ésta es la señal que llega del transmisor.

$e(t)$ = señal de error; ésta es la diferencia entre el punto de control y la variable que se controla.

K_c = ganancia del controlador

\bar{m} = valor base o nominal. El significado de este valor es la salida del controlador cuando el error es cero; generalmente se fija durante la calibración del controlador.

En las ecuaciones (4.1) y (4.2) se ve que la salida del controlador es proporcional al error entre el punto de control y la variable que se controla; la proporcionalidad la da la ganancia del controlador, K_c ; con esta ganancia o sensibilidad del controlador se determina cuánto se modifica la salida del controlador con un cierto cambio de error. esto se ilustra graficamente en la Figura 4.1

Los controladores que son únicamente proporcionales tienen la ventaja de que solo cuentan con un parámetro de ajuste, K_c , sin embargo, adolecen de una gran desventaja, operan con una DESVIACIÓN, o “error de estado estacionario” en la variable que se controla.

Controlador Proporcional-Integral (PI). La mayoría de los procesos no se pueden controlar con una desviación, es decir, se debe añadir inteligencia al controlador proporcional, para eliminar la desviación. Este nuevo modo de control es la acción integral o de reajuste y en consecuencia, el controlador se convierte en un controlador proporcional integral (PI). La siguiente es su ecuación descriptiva:

$$m(t) = \bar{m} + K_c [r(t) - c(t)] + \frac{K_c}{\tau_I} \int [r(t) - c(t)] dt \quad (4.3)$$

o

$$m(t) = \bar{m} + K_c e(t) + \frac{K_c}{\tau_I} \int e(t) dt \quad (4.4)$$

donde τ_I = tiempo de integración o reajuste minutos/repetición. Por lo tanto, el controlador PI tiene dos parámetros, K_c y τ_I , que se deben ajustar para obtener un control satisfactorio.

Para entender el significado físico del tiempo de reajuste, τ_I , considérese el ejemplo hipotético que se muestra en la Figura 4.2, donde τ_I es el tiempo que toma al controlador repetir la acción proporcional y, en consecuencia, las unidades son minutos/repetición. Tanto menor es el valor de τ_I , cuanto más pronunciada es la curva de respuesta, lo cual significa que la respuesta del controlador se hace más rápida. Otra manera de explicar esto es mediante la observación de la ecuación (4.4), tanto menor es el valor de τ_I , cuanto mayor es el término delante de la integral, K_c/τ_I , y, en consecuencia se le da mayor peso a la acción integral o de reajuste.

Controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID). Algunas veces se añade otro modo de control al controlador PI, este nuevo modo de control es la acción derivativa, que también se conoce como rapidez de derivación o preactuación; tiene como propósito anticipar hacia dónde va el proceso, mediante la observación de la rapidez para el cambio del error, su derivada. La ecuación descriptiva

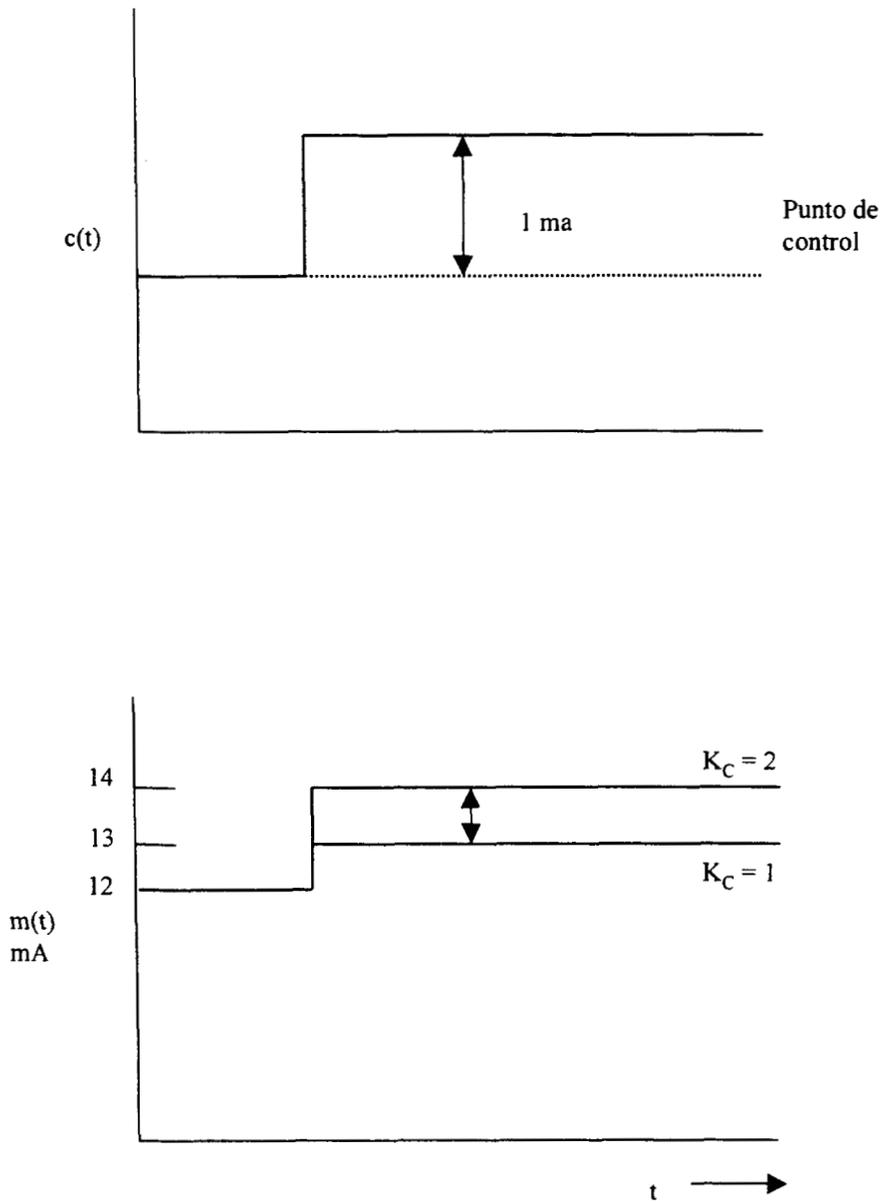


Figura 4.1 Efecto de la ganancia del controlador sobre la salida del controlador.

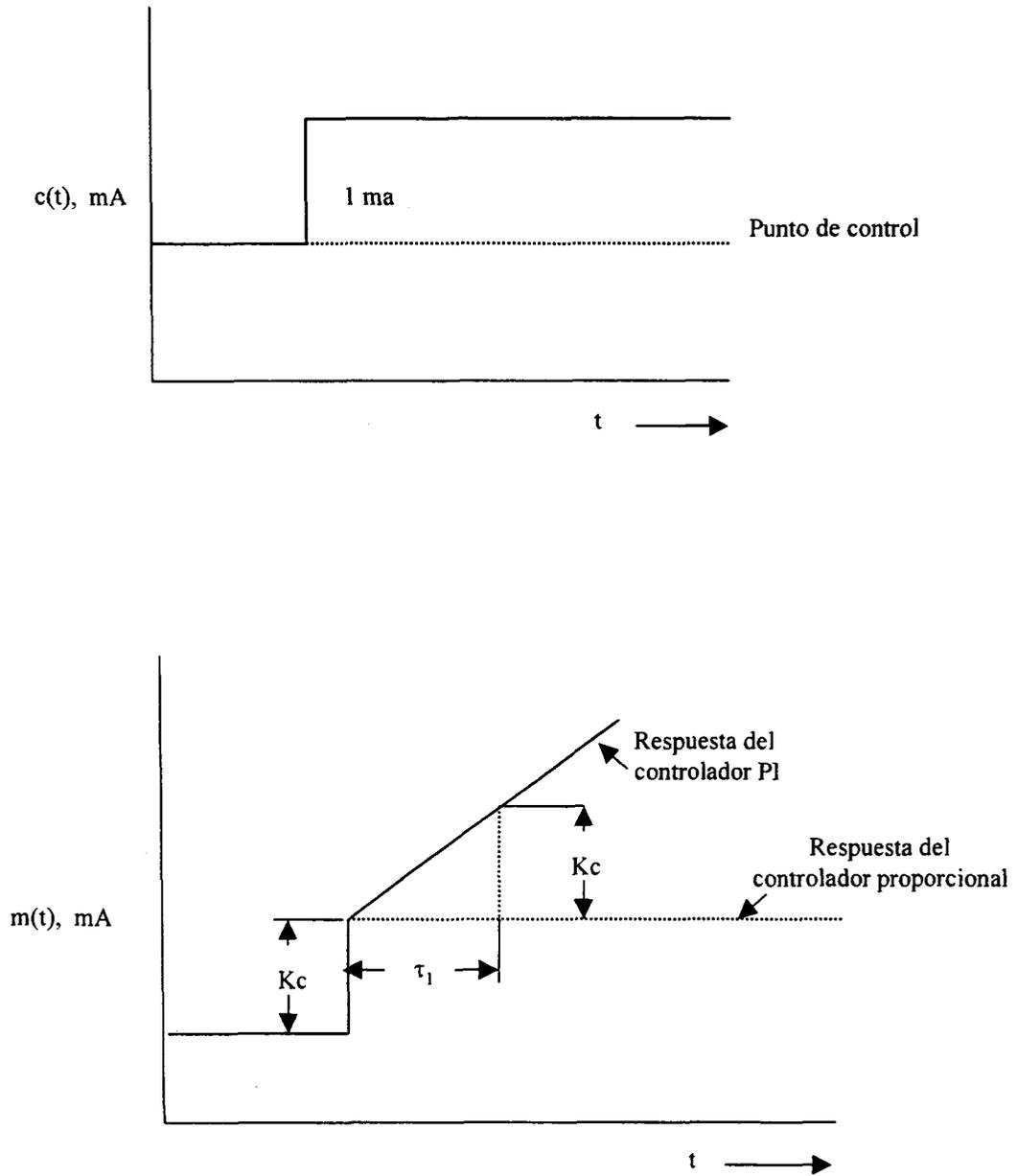


Figura 4.2 Respuesta del controlador proporcional integral (PI) a un cambio escalón.

es la siguiente:

$$m(t) = \bar{m} + K_c e(t) + \frac{K_c}{\tau_I} \int e(t) dt + K_c \tau_D \frac{de(t)}{dt} \quad (4.5)$$

En donde τ_D = rapidez de derivación en minutos. Por lo tanto, el controlador PID tiene tres parámetros, K_c , τ_I , y τ_D , que se deben ajustar para obtener un control satisfactorio. Como se acaba de mencionar, con la acción derivativa se da al controlador la capacidad de anticipar hacia dónde se dirige el proceso, es decir, “ver hacia adelante”, mediante el cálculo de la derivada del error. La cantidad de “anticipación” se decide mediante el valor del parametro de ajuste, τ_D . Los controladores PID se recomiendan para circuitos con constantes de tiempo larga en los que no hay ruido.

Controlador Proporcional-Derivativo (PD). Este controlador se utiliza en los procesos donde es posible utilizar un controlador proporcional, pero se desea cierta cantidad de “anticipación”. La ecuación descriptiva es

$$m(t) = \bar{m} + K_c e(t) + K_c \tau_D \frac{de(t)}{dt} \quad (4.6)$$

una desventaja del controlador PD es que opera con una desviación en la variable que se controla; la desviación solamente se puede eliminar con la acción de integración, sin embargo, un controlador PD puede soportar mayor ganancia, de lo que resulta una menor desviación que cuando utiliza un controlador únicamente proporcional en el mismo circuito.

4.4 Ajuste de los Controladores por Retroalimentación

El ajuste es el procedimiento mediante el cual se adecúan los parámetros del controlador por retroalimentación para obtener una respuesta específica de lazo cerrado. El ajuste del lazo de control por retroalimentación es análogo al del motor de un automóvil o de un televisor; en cada caso la dificultad del problema se incrementa con el número de parámetros que se deben ajustar; por ejemplo, el ajuste de un controlador proporcional simple o de uno integral es similar al del volumen de un televisor, ya que sólo se necesita ajustar un parámetro o perilla; el procedimiento consiste en moverlo en una dirección u otra, hasta que se obtiene la respuesta (o volumen) que se desea.

El siguiente grado de dificultad es ajustar el controlador de dos modos o proporcional-integral (PI), que se asemeja al proceso de ajustar el brillo y el contraste de un televisor en blanco y negro, puesto que se deben ajustar dos parámetros: la ganancia y el tiempo de reajuste; el procedimiento de ajuste

es significativamente más complicado que cuando sólo se necesita ajustar un parámetro. Finalmente, el ajuste de los controladores de tres modos o proporcional-integral-derivativo (PID) representa el siguiente grado de dificultad, debido a que se requiere ajustar tres parámetros: la ganancia, el tiempo de reajuste y el tiempo de derivación, lo cual es análogo al ajuste de los haces verde, rojo y azul en un televisor a color.

A pesar de que se planteó la analogía entre el ajuste de un televisor y un circuito de control por retroalimentación, no se trata de dar la impresión de que en ambas tareas existe el mismo grado de dificultad. La diferencia principal estriba en la velocidad de respuesta del televisor contra la del circuito del proceso; en el televisor se tiene una retroalimentación casi inmediata sobre el efecto del ajuste. Por otro lado, a pesar de que en algunos circuitos de proceso se tienen respuestas relativamente rápidas, en la mayoría de los procesos se debe esperar varios minutos, o aun horas, para apreciar la respuesta que resulta del ajuste, lo cual hace que el ajuste de los controladores con retroalimentación sea una tediosa tarea que lleva tiempo; a pesar de ello, éste es el método que más comúnmente los ingenieros en control e instrumentación en la industria. Para ajustar los controladores a varios criterios de respuesta se han introducido diversos procedimientos y fórmulas de ajuste.

Los valores de los parámetros de ajuste dependen de la respuesta de circuito cerrado que se desea, así como de las características dinámicas o personalidad de los otros elementos del lazo de control, particularmente, del proceso. Si el sistema resulta ser no lineal, como generalmente ocurre, estas características cambian de un punto de operación al siguiente, lo cual significa que un conjunto particular de parámetros de ajuste puede producir la respuesta que se desea únicamente en un punto de operación, debido a que los controladores con retroalimentación estándar son dispositivos básicamente lineales. A fin de operar en un rango de condiciones de operación, se debe establecer un arreglo para lograr un conjunto aceptable de parámetros de ajuste, ya que la respuesta puede ser lenta en un extremo del rango, y oscilatoria en el otro.

4.5 Prueba del Proceso Escalón

Los modelos que comúnmente se utilizan para caracterizar al proceso son los siguientes:

Modelo de primer orden más tiempo muerto (POMTM)

$$G(s) = \frac{K e^{t_0 s}}{\tau_s + 1} \quad (4.7)$$

Modelo de segundo orden más tiempo muerto (SOMTM)

$$G(s) = \frac{K e^{t_0 s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \quad (4.8)$$

$$G(s) = \frac{K e^{t_0 s}}{\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1} \quad (4.9)$$

para procesos subamortiguados ($\xi < 1$), donde :

K = ganancia del proceso en estado estacionario

t_0 = tiempo muerto efectivo del proceso

τ, τ_1, τ_2 = constantes de tiempo efectivas del proceso

ξ = razón de amortiguamiento efectiva del proceso.

De éstos, el modelo POMTM es en el que se basa la mayoría de las fórmulas de ajuste de controladores. En este modelo el proceso se caracteriza mediante tres parámetros: la ganancia K , el tiempo muerto t_0 y la constante de tiempo τ . De modo que el problema consiste en la manera en que se pueden determinar dichos parámetros para un circuito particular; la solución consiste en realizar algunas pruebas dinámicas en el sistema real o la simulación del circuito en una computadora; la prueba más simple que se puede realizar es la de escalón. El procedimiento de la prueba de escalón se puede llevar a cabo de la siguiente manera:

- Con el controlador en la posición manual (es decir, a lazo abierto), se aplica al proceso un cambio escalón en la señal de salida del controlador $m(t)$. La magnitud del cambio debe ser lo suficientemente grande como para que se pueda medir el cambio consecuente en la señal de salida del transmisor, pero no tanto como para que las linealidades del proceso ocasionen la distorsión de la respuesta.

- La respuesta de la señal de salida del transmisor $c(t)$ se grafica contra el tiempo y debe cubrir el período completo de la prueba, desde la introducción de la prueba de escalón hasta que el sistema alcanza un nuevo estado estacionario.

Naturalmente, es imperativo que no entren perturbaciones al sistema mientras se realiza la prueba de escalón. En la Figura 4.3 se muestra una gráfica típica de la prueba, la cual se conoce también como curva de reacción del proceso; la respuesta en forma de S es característica de los procesos de segundo orden o superior, con o sin tiempo muerto. El siguiente paso es hacer coincidir la curva de reacción del proceso con el modelo de un proceso simple para determinar los parámetros del modelo.

Como ejemplo de lo anterior podemos ver el siguiente ejemplo, en el cual utilizaremos un modelo de primer orden más tiempo muerto (POMTM). En ausencia de perturbaciones y para las condiciones de la prueba, tomemos la Figura 4.4. Donde la respuesta de la señal de salida del transmisor se expresa mediante

$$C(s) = G(s)M(s)$$

para un cambio escalón de magnitud Δm en la salida del controlador y un modelo POMTM, de la ecuación (4.7), se tiene

$$C(s) = \frac{Ke^{t_0s}}{\tau s + 1} \cdot \frac{\Delta m}{s} \quad (4.10)$$

al expandir esta expresión en fracciones parciales se obtiene:

$$C(s) = K\Delta me^{-t_0s} \left[\frac{1}{s} - \frac{\tau}{\tau s + 1} \right] \quad (4.11)$$

invirtiendo con transformada de Laplace y aplicando el teorema de traslación real obtenemos:

$$\Delta c(t) = K\Delta mu(t - t_0) \left[1 - e^{-(t-t_0)/\tau} \right] \quad (4.12)$$

se incluye la función escalón unitario $u(t - t_0)$, para indicar explícitamente que para $t \leq t_0$

$$\Delta c(t) = 0$$

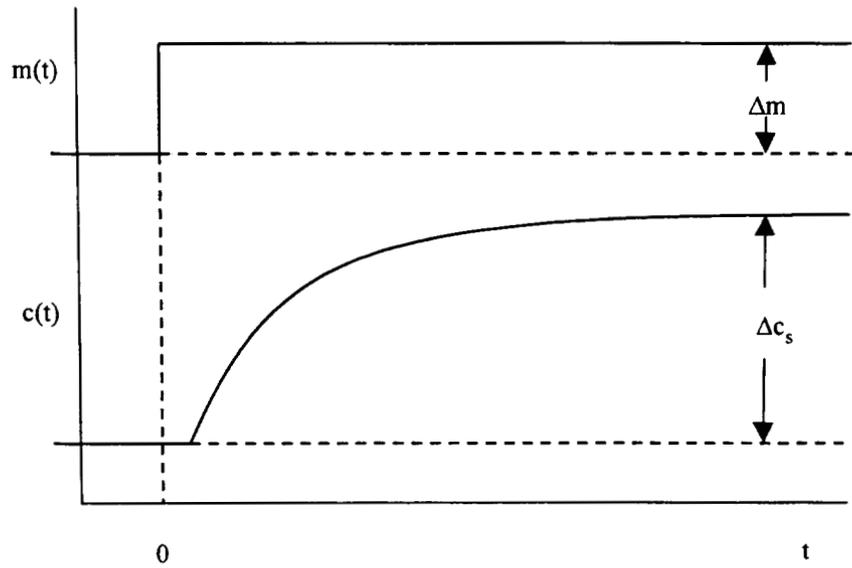


Figura 4.3 Curva de reacción del proceso o respuesta escalón a lazo abierto.

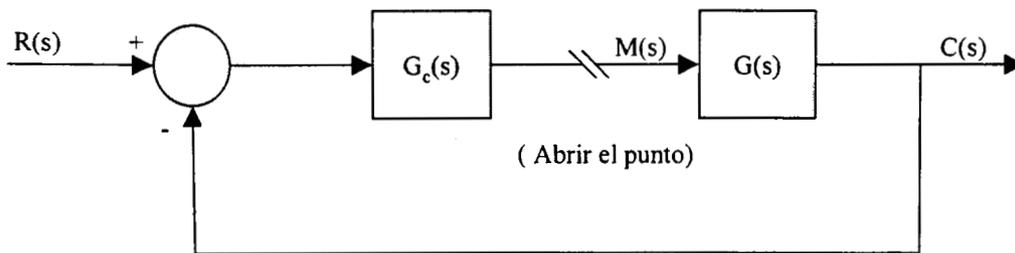


Figura 4.4 Diagrama de bloques para la prueba escalón a lazo abierto.

El término Δc es la perturbación o cambio de salida del transmisor respecto a su valor inicial:

$$\Delta c(t) = c(t) - c(0) \quad (4.13)$$

en la Figura 4.5 se muestra una gráfica de la ecuación (4.12), en ésta el término Δc_s es el cambio, en estado estacionario, de $c(t)$. De la ecuación (4.12) tenemos

$$\Delta c_s = \lim_{t \rightarrow \infty} \Delta c(t) = K \Delta m \quad (4.14)$$

a partir de esta ecuación, y si se tiene en cuenta que la respuesta del modelo debe coincidir con la curva de reacción del proceso en estado estable, se puede calcular la ganancia de estado estacionario del proceso, la cual es uno de los parámetros del modelo:

$$K = \frac{\Delta c_s}{\Delta m} \quad (4.15)$$

el tiempo muerto o retardo t_0 y la constante de tiempo τ se pueden determinar al menos mediante tres métodos, cada uno de los cuales da diferentes valores.

Método 1. En este método se utiliza la línea tangente a la curva de reacción del proceso, en el punto de razón máxima de cambio; para el modelo POMTM esto ocurre en $t = t_0$, como resulta evidente al observar la respuesta del modelo en la Figura 4.5. De la ecuación (4.12) se encuentra que esta razón inicial (máxima) de cambio es

$$\left. \frac{d(\Delta c)}{dt} \right|_{t_0} = K \Delta m \left[\frac{1}{\tau} \right] = \frac{\Delta c_s}{\tau} \quad (4.16)$$

en la Figura 4.5 se aprecia que tal resultado indica que la línea de razón máxima de cambio interseca la línea de valor inicial en $t = t_0$, y la línea de valor final en $t = t_0 + \tau$. De este descubrimiento se deduce el trazo para determinar t_0 y τ que se ilustra en la Figura 4.6a; la línea se traza tangente a la curva de reacción del proceso real, en el punto de reacción máxima de cambio. La respuesta del modelo en que se emplean los valores de t_0 y τ se ilustra con la línea punteada en la figura. Evidentemente, la respuesta del modelo que se obtiene con este método no coincide muy bien con la respuesta real.

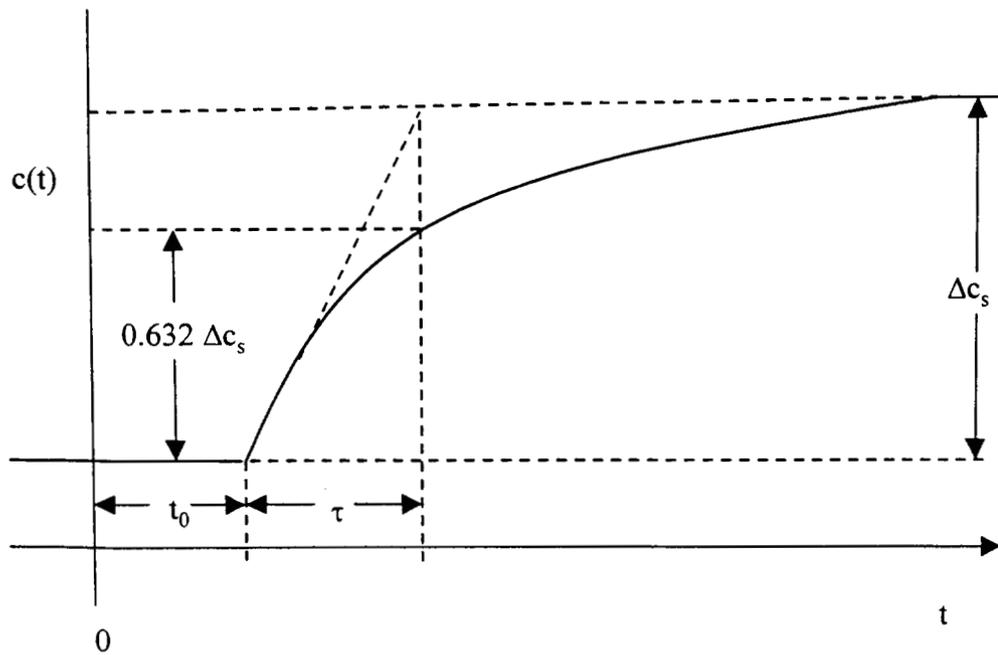


Figura 4.5 Respuesta escalón de un proceso de primer orden más tiempo muerto en la que se ilustra la definición gráfica de tiempo muerto, t_0 , y constante de tiempo, τ .

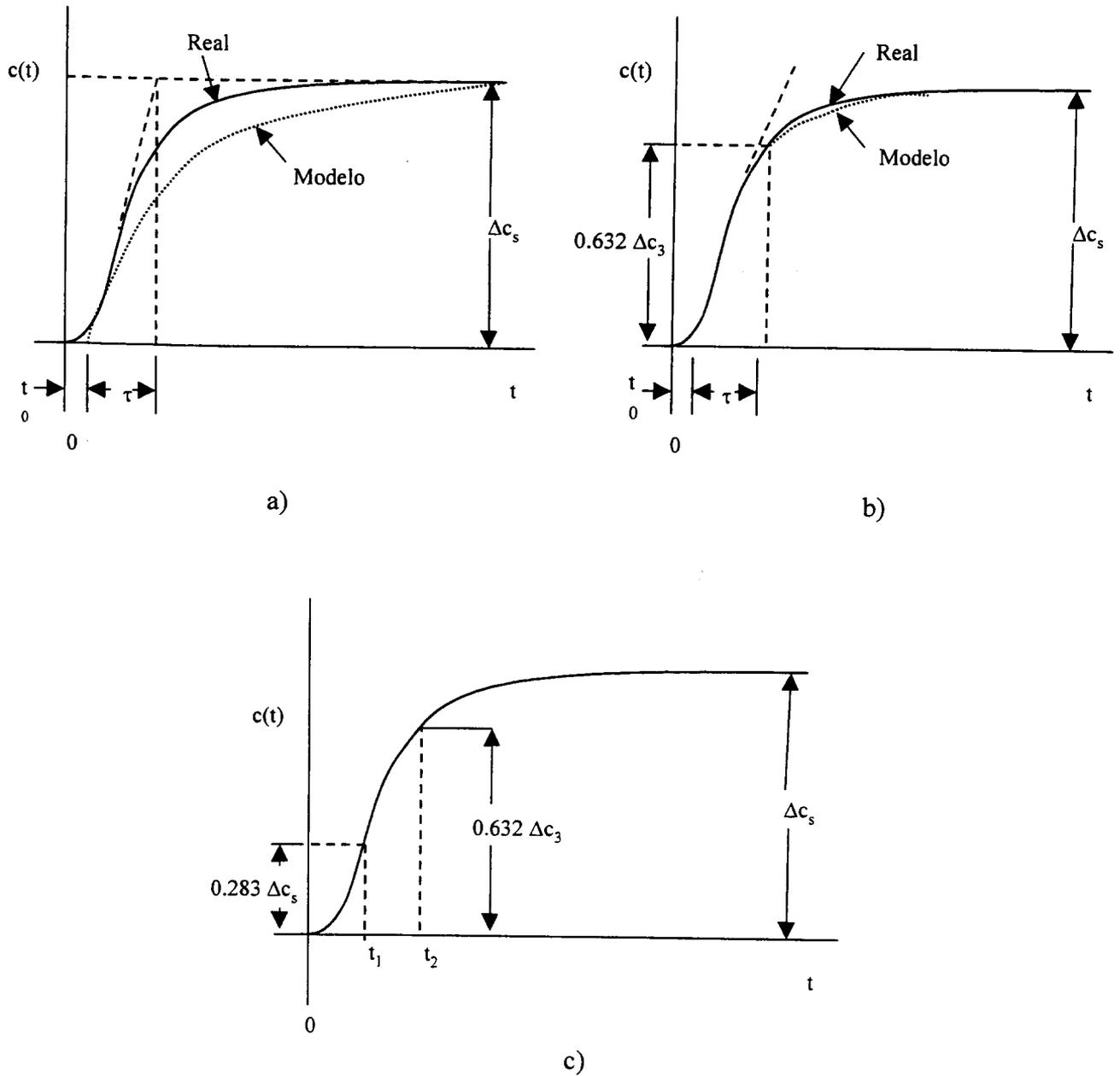


Figura 4.6 Gráficos de los parámetros del modelo POMTM. a) método 1; b) método 2; c) método 3.

Método 2. En este método t_0 se determina de la misma manera que en método 1, pero con el valor de τ se fuerza a que la respuesta del modelo coincida con la respuesta real en $t = t_0 + \tau$. De acuerdo con la ecuación (4.12) este punto es

$$\Delta c(t_0 + \tau) = K \Delta m [1 - e^{-1}] = 0.632 \Delta c_s \quad (4.17)$$

se observa que la comparación entre la respuesta del modelo y la real es mucho más cercana que con el método 1, Figura 4.6b. El valor de la constante de tiempo que se obtiene con el método 2 es generalmente menor al que se obtiene con el método 1.

Método 3. Al determinar t_0 y τ con los dos métodos anteriores, el paso de menor precisión es el trazo de la tangente en el punto de razón máxima de cambio de la curva de reacción del proceso. Aun en el método 2, donde el valor de $(t_0 + \tau)$ es independiente de la tangente, los valores que se estiman para t_0 y τ dependen de la línea. Para eliminar esa dependencia el doctor Smith y Corripio (1991) propone que los valores de t_0 y τ se seleccionen de tal manera que la respuesta del modelo y la real coincidan en la región de alta tasa de cambio. Los dos puntos que se recomiendan son $(t_0 + 1/3 \tau)$ y $(t_0 + \tau)$, y para localizar dichos puntos se utiliza la ecuación (4.12):

$$\begin{aligned} \Delta c(t_0 + \tau) &= K \Delta m [1 - e^{-1}] = 0.632 \Delta c_s \\ \Delta c(t_0 + \frac{1}{3}\tau) &= K \Delta m [1 - e^{-1/3}] = 0.283 \Delta c_s \end{aligned} \quad (4.18)$$

estos dos puntos, en la Figura 4.6c, se denominan t_2 y t_1 , respectivamente. Los valores de t_0 y τ se pueden obtener fácilmente mediante la simple resolución del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} t_0 + \tau &= t_2 \\ t_0 + \frac{1}{3}\tau &= t_1 \end{aligned} \quad (4.19)$$

lo cual se reduce a

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{3}{2}(t_2 - t_1) \\ t_0 &= t_2 - \tau \end{aligned} \quad (4.20)$$

donde:

t_1 = tiempo en el cual $\Delta c = 0.283 \Delta c_s$

t_2 = tiempo en el cual $\Delta c = 0.632 \Delta c_s$

Los resultados obtenidos con este método son más fáciles de reproducir que los que se obtienen con los otros dos y , por lo tanto, se recomienda este método para hacer la estimación de t_0 y τ a partir de la curva de reacción del proceso. Sin embargo, se debe tener en cuenta que algunas correlaciones para los parámetros de ajuste del controlador se basan en diferentes ajustes de modelos POMTM.

Capítulo 5

Capítulo 5

Capítulo 5

Control Cascada

5.1 Introducción

*Uno de los conceptos más utilizados en control avanzado es el **control en cascada**. Una estructura de control en cascada tiene dos controladores retroalimentados con una salida del control primario (maestro) la cual cambia el set point del controlador secundario (esclavo), para que este efectue la corrección necesaria para rechazar alguna perturbación al sistema o bien solamente para mantenerlo funcionando dentro del punto de operación deseado.*

5.2 Esquema Control Cascada

En el capítulo anterior se presentó la técnica de control por retroalimentación, que es la técnica que más comúnmente se utiliza en las industrias de proceso.

En muchos procesos, es posible y ventajoso mejorar el desempeño logrado con el control por retroalimentación mediante control en cascada que es una técnica muy común, ventajosa y útil en las industrias del proceso.

El control cascada es un esquema de control mejorado en el cual más de una (dos) medición es usada para completar más de un (dos) lazo de control pero usando solo una variable manipulada. La idea básica es medir una variable intermedia e iniciar una acción correctiva y no esperar hasta que los efectos de las perturbaciones aparezcan en la salida. Conceptualmente, este esquema prueba que se alcanza el mismo objetivo como en un esquema realimentado, pero la implementación se hace de manera diferente usando el esquema de control retroalimentado. Existen dos propósitos del control en

cascada:

- 1) Eliminar los efectos de algunas perturbaciones, y
- 2) Mejorar el desempeño dinámico del lazo de control.

Para ilustrar el efecto de rechazo de perturbaciones que tienen los controladores tipo cascada considerar el reboiler de una columna de destilación Figura 5.1a (Luyben, 1990), suponer que la presión del suministro de vapor aumenta, el tiempo que el controlador requerirá para manipular la válvula de admisión de vapor será demasiado grande, por lo que el flujo de vapor se incrementará. Con un esquema de control simple no habrá acción correctiva hasta que este elevado flujo de vapor incremente el contenido de los fondos, así como el valor de la temperatura en el medidor de la misma, entonces el sistema estará perturbado por el cambio en la presión de vapor.

Sin embargo este problema se puede evitar mediante el uso de un esquema de control en cascada. En la Figura 5.1b se muestra dicho esquema donde el controlador de flujo de vapor a la entrada detectará inmediatamente el cambio en la temperatura la cual es proporcional al cambio de presión y entonces este mandará la acción de control a la válvula de admisión de vapor para que el flujo de vapor regrese nuevamente a su punto de operación (set point). Entonces el reboiler y la columna son afectados de manera insignificante por la perturbación de la presión en el suministro de vapor.

Otro ejemplo es el que se muestra en la Figura 5.1c y donde se hace uso de este tipo de estructura pero ahora en un RTAC (Reactor en Tanque Agitado Continuo), y donde el controlador de temperatura es el controlador primario; el controlador de temperatura en la chaqueta es el controlador secundario. Entonces esta estructura permitirá al control de temperatura rechazar las perturbaciones en la temperatura del agua de enfriamiento a la entrada. Este sistema también es un buen ejemplo ilustrativo para la mejora en el desempeño dinámico que el control en cascada puede proveer en algunos sistemas. La constante de tiempo a lazo cerrado para la temperatura del reactor será más pequeña cuando se usa el esquema en cascada que cuando utilizamos una estructura simple de control, en la cual directamente la temperatura del reactor genera la acción de control sobre la válvula de admisión del agua de enfriamiento. Entonces el desempeño ha sido mejorado por el uso del control en cascada. Existen dos tipos de control en cascada: cascada en serie y cascada en paralelo.

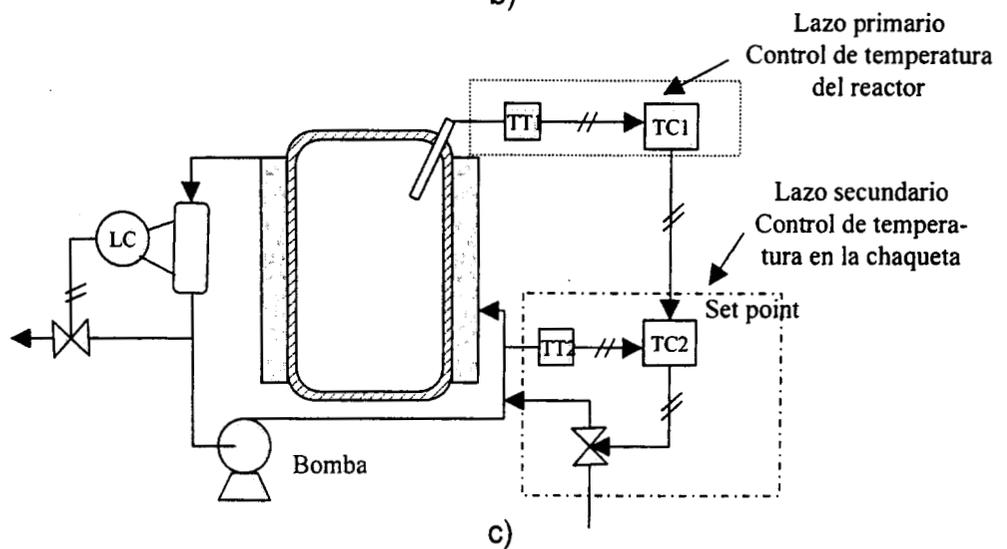
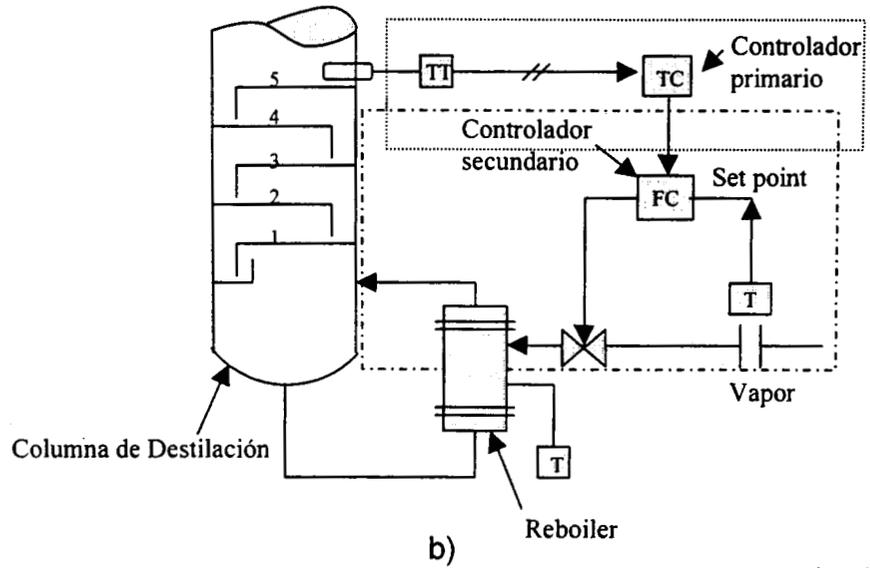
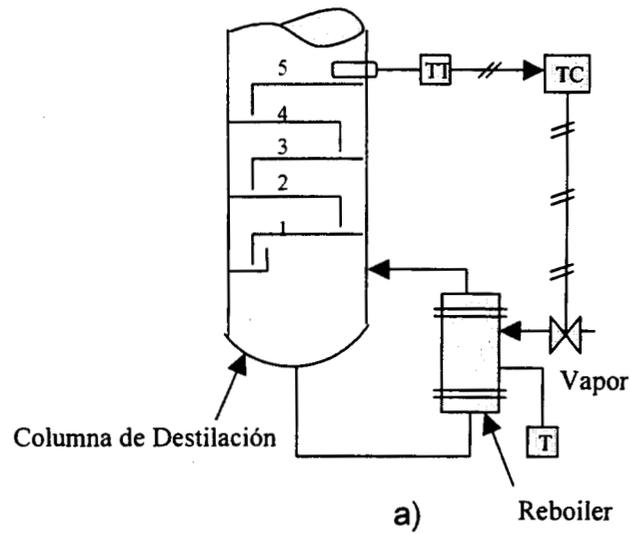


Figura 5.1 Control de temperatura. a) reboiler de una columna de destilación a lazo simple; b) reboiler de una columna de destilación en cascada; c) CSTR en cascada.

Los ejemplos mencionados anteriormente ambos son sistemas de cascada en serie porque la variable manipulada afecta a la variable controlada secundaria, y esta a su vez afecta a la variable primaria. En el sistema cascada en paralelo la variable manipulada afecta directamente a las variables de ambos controladores el primario y el secundario. Entonces, los dos procesos son diferentes básicamente y resultan con características dinámicas diferentes.

5.3 Control Cascada en Serie

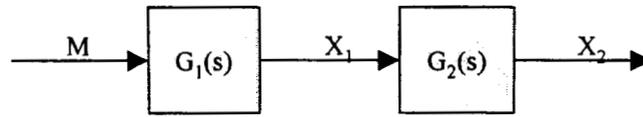
En la Figura 5.2a se muestra un proceso a lazo abierto en el cual dos funciones de transferencia G_1 y G_2 están conectadas en serie. La variable manipulada M entra a G_1 y produce un cambio en X_1 . La variable X_1 entonces entra a G_2 y cambia a X_2 .

La Figura 5.2b muestra un sistema de control retroalimentado convencional donde un controlador simple B identifica a la variable X_2 y la compara con un punto de referencia X_2^{set} , para que cambie el control B a la variable manipulada y ésta a través de G_1 haga el cambio necesario en X_1 , la que después a través de G_2 lleve a la variable X_2 hacia el valor de referencia deseado. La ecuación característica a lazo cerrado para este sistema es la siguiente:

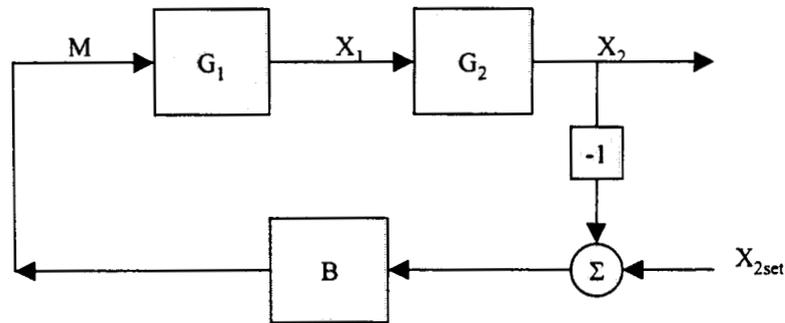
$$1 + G_1(s) + G_2(s)B(s) = 0 \quad (5.1)$$

la Figura 5.2c muestra un sistema de cascada en serie, en donde ahora hay dos controladores. Observamos que ahora la variable X_2 es comparada con el punto de referencia X_2^{set} , la diferencia entre estas se alimenta al controlador B_2 , que es el controlador primario o maestro del cual sale la variable de referencia X_1^{set} y la cual es ahora comparada con la variable del proceso X_1 generada por G_1 . La diferencia entre X_1^{set} y X_1 se alimenta al controlador B_1 que es el controlador secundario o esclavo, el cual realiza los cambios que sean necesarios en la variable manipulada M para obtener el valor de referencia (X_1^{set}) en X_1 para que cuando X_1 entre a G_2 lleve el valor de X_2 al valor pedido por la referencia al inicio (X_2^{set}). Entonces la ecuación característica para este sistema es:

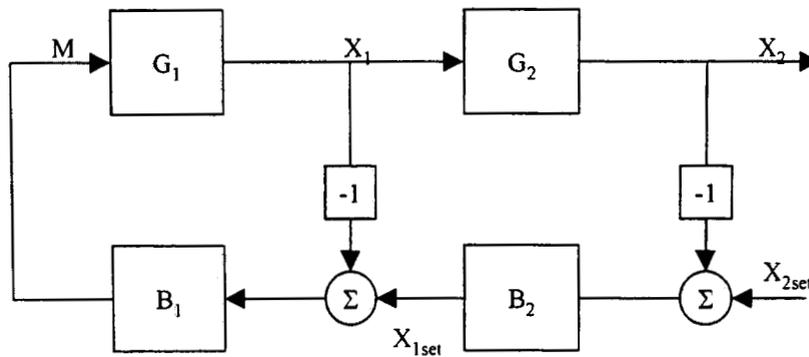
$$1 + G_2B_2\left(\frac{G_1B_1}{1 + G_1B_1}\right) = 0 \quad (5.2)$$



a)



b)



c)

Figura 5.2 Diagrama de bloques. a) proceso a lazo abierto; b) control retroalimentado; c) cascada en serie.

5.4 Control Cascada en Paralelo

La Figura 5.3a muestra un proceso donde la variable manipulada afecta a las dos variables controladas X_1 y X_2 en paralelo. Un ejemplo importante del control es en una columna de destilación donde el reflujo afecta tanto a la composición del destilado como a la temperatura del plato. El proceso tiene una estructura en paralelo y esto genera un sistema de control cascada en paralelo.

Si solamente un controlador simple B_2 es usado para controlar a X_2 mediante la manipulación de M , la ecuación característica a lazo cerrado es:

$$1 + G_2(s) + B_2(s) = 0 \quad (5.3)$$

pero, sin embargo, si un sistema en control cascada es usado, como se muestra en la Figura 5.3b, la ecuación característica a lazo cerrado no está dada por la ecuación (5.3). Para derivar esta, se empieza con el lazo secundario

$$X_1 = G_1 M = G_1 B_1 (X_1^{set} - X_1) \quad (5.4)$$

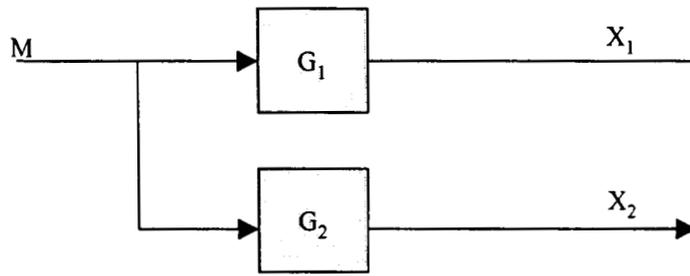
$$X_1 = \frac{G_1 B_1}{1 + G_1 B_1} X_1^{set} \quad (5.5)$$

combinando las ecuaciones (5.4) y (5.5) dadas por las relaciones a lazo cerrado entre M y X_1^{set}

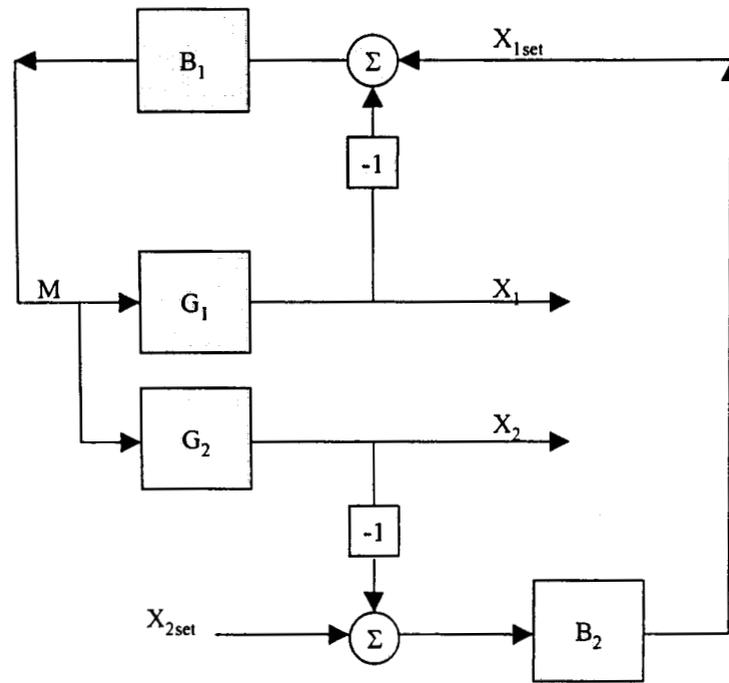
$$M = \frac{1}{G_1} X_1 = \frac{1}{G_1} \frac{G_1 B_1}{1 + G_1 B_1} X_1^{set} = \frac{B_1}{1 + G_1 B_1} X_1^{set} \quad (5.6)$$

ahora resolveremos para la función de transferencia a lazo cerrado para el lazo primario con el lazo secundario en automático. La Figura 5.3c muestra un diagrama de bloques simplificado. Entonces, podemos darnos cuenta que la ecuación característica a lazo cerrado es

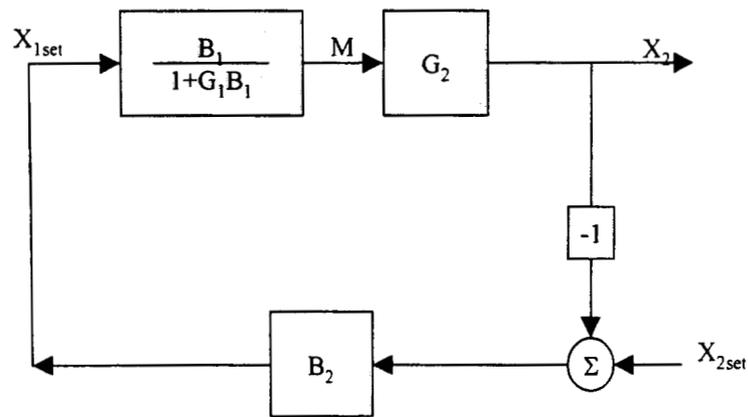
$$1 + G_2 B_2 \left(\frac{B_1}{1 + G_1 B_1} \right) = 0 \quad (5.7)$$



a)



b)



c)

Figura 5.3 Diagrama de bloques. a) proceso a lazo abierto; b) control Cascada en paralelo; c) diagrama reducido.

Capítulo 6

Capítulo 6

Capítulo 6

Caso de Estudio (Proceso Biológico para el Tratamiento de Lodos Residuales)

6.1 Introducción.

El gran desarrollo de las sociedades industrializadas en los últimos veinte años ha llevado consigo una serie de ventajas indiscutibles, el nivel y la calidad de vida han aumentado considerablemente, estableciéndose una sociedad más consumista, lo que ha implicado una mayor necesidad de ofrecer por parte de las diferentes industrias nuevos productos manufacturados, estos factores han sido la causa principal de la aparición de residuos de diferentes tipos, que deben ser tratados con el fin de eliminarlos o bien para ser reutilizables. Entonces, el objetivo de cualquier tratamiento es eliminar los componentes definidos como contaminantes.

*El tratamiento de las aguas residuales se ha convertido en una necesidad de primer orden debido a la escasez de este elemento vital y al requerimiento de mantener el entorno en condiciones salubres. Un sistema de tratamiento de aguas residuales está formado por: (1) **tratamiento preliminar**, en este se retienen los sólidos de mayor tamaño, que podrían provocar un mal funcionamiento de los equipos posteriores, (2) **tratamiento primario**, preparan las aguas para su tratamiento biológico y eliminan sólidos suspendidos, orgánicos coloidales y se genera un lodo primario, (3) **tratamiento secundario biológico**, puede ser anaerobio o aerobio, en un tratamiento biológico las bacterias y otros microorganismos destruyen y metabolizan la materia orgánica soluble, además se genera un lodo*

secundario formado principalmente por células. Los productos finales principales del tratamiento de las aguas residuales son: (1) el agua producida o efluente de la planta de tratamiento y (2) los lodos como subproductos. El efluente de la planta de tratamiento se descarga hacia las aguas receptoras o a los suelos receptores; el agua producida y el efluente de las plantas de tratamiento son productos terminados, mientras que los lodos no lo son. Debido a su origen, volumen y putrescibilidad, la mayor parte de ellos requieren procesarse antes de ser evacuados. Un proceso de estabilización biológico anaerobio tiene como fin reducir el volumen y peso de los materiales que se van a manejar o evacuar.

6.2 Definición de los Procesos Biológicos

En esta sección se definen algunos de los términos de los tratamientos que se pueden utilizar para el tratamiento de lodos residuales.

- Eliminación de DBO carbonosa. Es la conversión, por métodos biológicos, de la materia orgánica carbonosa del lodo residual en tejido celular y diversos productos gaseosos. Se supone que en esta conversión el nitrógeno presente en el agua residual pasa a amoníaco.
- * Procesos anaerobios. Son los procesos de tratamiento biológico que sólo se dan en ausencia de oxígeno. A las bacterias que únicamente pueden sobrevivir en ausencia de oxígeno se les conoce con el nombre de anaerobias obligadas.
- * Procesos aerobios. Son los procesos de tratamiento biológico, que sólo se dan en presencia de oxígeno. A las bacterias que únicamente pueden sobrevivir en presencia de oxígeno se les conoce con el nombre de aerobias obligadas.
- Eliminación de Nitrógeno
 - * Nitrificación. Es un proceso biológico en el cual el amoníaco NH_4^+ se transforma en NO_3^- nitrato.
 - * Desnitrificación. Es el proceso de tratamiento biológico por el cual el NO_3^- , se transforma en NO_2^- y en gas N_2 en ausencia de oxígeno.
- Estabilización de sólidos biológicos. Es el proceso biológico por el que se estabiliza la materia orgánica de los lodos producidos en la decantación primaria y en el tratamiento biológico; ello sucede a través de la conversión de la materia orgánica en gas metano y dióxido de carbono. La estabilización se puede realizar en condiciones aerobias o anaerobias.
- Sustrato. es el término empleado para indicar la materia orgánica o los nutrientes que sufren una conversión o que pueden ser un factor limitante en el tratamiento biológico.

6.3 Digestión Anaerobia de Lodos

La fuerza motriz en la digestión de los lodos es el consumo de la materia orgánica hecho por los microorganismos presentes en los mismos lodos. Un modelo de la digestión anaerobia (Pavlostathis y

Gosset, 1986) clasifica a dos grupos de bacterias responsables del consumo de la materia orgánica; el primer grupo de microorganismos son las bacterias facultativas y anaerobias obligadas llamadas acidogénicas que hidrolizan y fermentan los compuestos orgánicos complejos a ácido acético e hidrógeno; el segundo grupo de microorganismos son bacterias anaerobias estrictas, las metanogénicas, que convierten los productos intermedios en metano y dióxido de carbono. Una representación esquemática para la digestión anaerobia de lodos biológicos en los cuales se basa el modelo cinético se muestra en la Figura 6.1.

La porción biodegradable de las células vivas de lodos biológicos se considera esta formada por dos sustratos: un sustrato como partículas no solubles y otro como partículas solubles. El remanente intracelular de DBO soluble de una célula muerta esta sujeto a hidrólisis. Las partículas de células muertas son sometidas adicionalmente a una hidrólisis extracelular. El sustrato soluble disminuye por la microflora en el digester, especialmente por las bacterias formadoras de ácidos.

6.4 Modelo Matemático de la Digestión Anaerobia

En el desarrollo de la cinética biológica, los modelos siguen las dos fases clásicas de un esquema de digestión anaerobia: acidogénesis y metanogénesis. El proceso de células muertas, rompimiento, hidrólisis y disminución de la biomasa se describen por reacciones de primer orden. El consumo de sustrato soluble y ácidos grasos volátiles (AGV) y el crecimiento de los microorganismos anaerobios se asume que obedecen a la cinética del tipo Monod. Para ilustrar el diseño del control retroalimentado y el desempeño del controlador ante perturbaciones reales, así como a condiciones de cambios de set point, un modelo matemático del sistema de crecimiento en suspensión para sistemas de digestión anaerobia es utilizado. Con esta finalidad, las ideas de modelado descritas por Pavlostathis y Gosset (1986), Bello-Mendoza y Sharratt (1998) serán seguidas, al igual que los parámetros de dicho modelo.

Existe cierta inseguridad en cuanto a los modelos matemáticos que describen las dinámicas de los procesos anaerobios. La complejidad inherente en los procesos biológicos, además de la ingeniería que implica el bioreactor, hace más difícil el desarrollo de modelos matemáticos que reflejen la realidad. Como consecuencia, en el modelamiento se recurre a simplificaciones. Sin embargo, esta no es una desventaja para el estudio de control. De hecho, un modelo matemático que conserva las principales características de las dinámicas del proceso es en general suficiente para valorar las capacidades del control. Esto es porque un controlador retroalimentado bien diseñado es capaz de hacer frente a perturbaciones muy grandes y errores de modelado (Morari y Zafiriou, 1989).

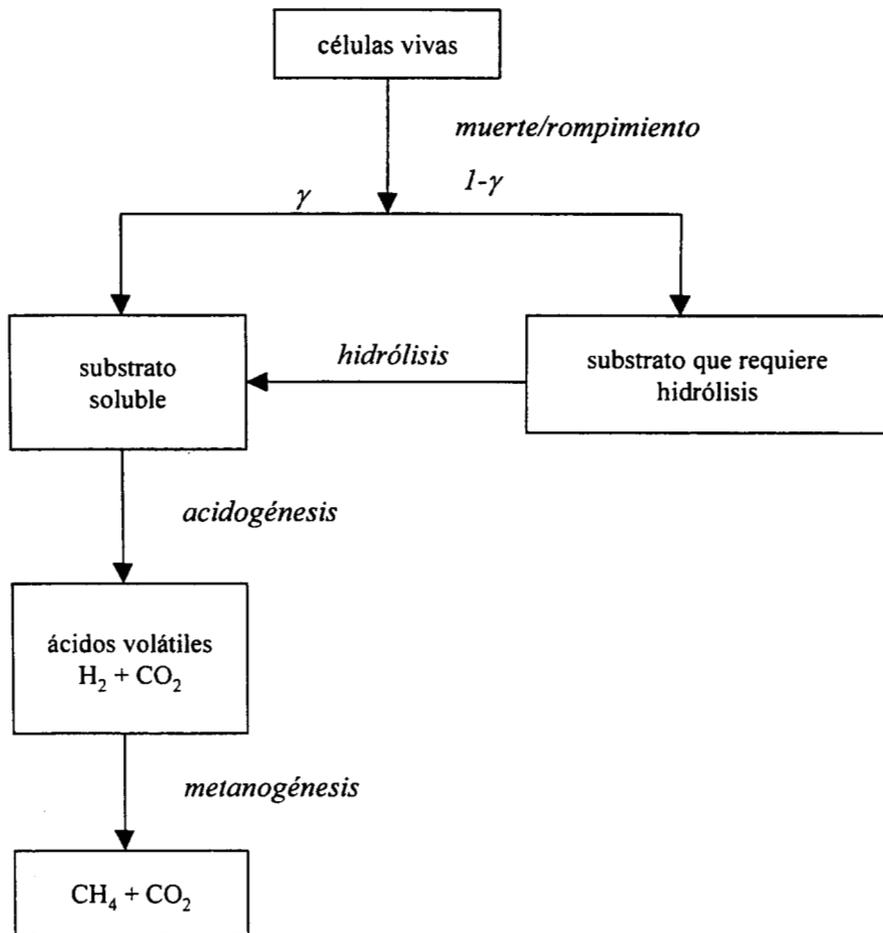


Figura 6.1 Representación esquemática para la digestión anaerobia de lodos biológicos.

Para simplificar la presentación, se asumen condiciones de un reactor continuo tipo tanque agitado. De esta manera, los balances de materia producen un juego de ecuaciones diferenciales ordinarias las cuales constituyen el modelo dinámico. El subíndice “o” se referirá a las condiciones del influente.

- Balance de masa en microorganismos vivos de los lodos anaerobios (X_{AS}):

$$\frac{dX_{AS}}{dt} = D(X_{AS,o} - X_{AS}) - R_{DL} \quad (6.1)$$

donde D es la tasa de dilución, R_{DL} es la tasa de muerte y rompimiento de biomasa para lodos biológicos

$$R_{DL} = k_{DL} X_{AS} \quad (6.2)$$

- Balance de masa en partículas sólidas (P):

$$\frac{dP}{dt} = D(P_o - P) + (1 - \gamma)R_{DL} - R_H \quad (6.3)$$

donde γ es la fracción de células solubles degradables a DQO soluble y R_H es la tasa de células muertas que se hidrolizan

$$R_H = k_H P \quad (6.4)$$

- Balance de masa en sustrato soluble por formadores de ácidos (S):

$$\frac{dS}{dt} = D(S_o - S) + R_H + \gamma R_{DL} - R_{FS} \quad (6.5)$$

donde R_{FS} es la tasa de fermentación del sustrato soluble

$$R_{FS} = \frac{k_{FS} S X_A}{K_{FS} + S} \quad (6.6)$$

y X_A es la concentración de microorganismos acidogénicos activos.

- Balance de masa en biomasa acidogénica (X_A):

$$\frac{dX_A}{dt} = D(X_{A,o} - X_A) + Y_A R_{FS} - R_{DA} \quad (6.7)$$

donde Y_A es el coeficiente de rendimiento para formadores de ácidos, y R_{DA} es la tasa de disminución de biomasa acidogénica

$$R_{DA} = k_{DA} X_A \quad (6.8)$$

- Balance de masa en AGV para metanogénicas (A):

$$\frac{dA}{dt} = D(A_o - A) + R_{FS} - R_{GA} + f_d R_{DA} - R_{AU} \quad (6.9)$$

donde f_d es la fracción neta biodegradable de la biomasa activa, y R_{AU} es la tasa de ácido utilizado por los microorganismos metanogénicos

$$R_{AU} = \frac{k_{AU} A X_M}{K_{AU} + A} \quad (6.10)$$

y X_M es la concentración de biomasa metanogénica.

- Balance de masa en la biomasa metanogénica (X_M):

$$\frac{dX_M}{dt} = D(X_{M,o} - X_M) + Y_M R_{AU} - R_{DM} \quad (6.11)$$

donde Y_M es el coeficiente de rendimiento para metanogénicas y R_{DM} es la tasa de disminución de biomasa metanogénica

$$R_{DM} = k_{DM} X_M \quad (6.12)$$

- Balance en metano (M):

$$\frac{dM}{dt} = D(M_o - M) + R_{MG} \quad (6.13)$$

donde R_{MG} es la tasa de generación de metano

$$R_{MG} = (1 - Y_M)R_{AU} \quad (6.14)$$

todas las concentraciones en el modelo están dadas en unidades de $g\ DQO\ dm^{-3}$ y la tasa de dilución en $días^{-1}$. En conclusión en los balances aparece que el sustrato utilizado es convertido ya sea a material celular o a productos (Bello-Mendoza y Sharrat, 1998).

6.5 Implementación Computacional

El modelo de digestión anaerobia descrito está compuesto por siete ecuaciones diferenciales ordinarias. Una vez que las condiciones iniciales han sido suministradas, el modelo describe la evolución de los sustratos y biomasa en el tiempo. Las ecuaciones del modelo fueron resueltas simultáneamente usando un programa en FORTRAN en una PC Pentium-III. Fue usado un método numérico de Runge-Kutta de cuarto orden para aproximar las derivadas en el tiempo. Los parámetros del modelo, reportados por Bello-Mendoza y Sharratt (1998), se muestran en la Tabla 1 (ver apéndice).

Capítulo 7

Capítulo 7

Capítulo 7

Diseño de Estrategia de Control

7.1 Introducción

Se propone el diseño de una estrategia de control para un proceso de digestión anaerobia. Enfocandonos en el diseño de un controlador retroalimentado directo, donde la variable regulada o variable de control es la concentración de DQO total (S_T) en el efluente y la variable manipulada es la tasa de dilución (D). El diseño del control está basado en un simple modelo de respuesta escalón para el proceso, con un retardo a la entrada, que permite explicar los tiempos muertos inducidos por los aparatos de medición. El controlador retroalimentado resultante tiene una tradicional estructura de control lineal PI. Ahora, puesto que la concentración de ácidos grasos volátiles puede ser medida fácil y rápidamente comparada con la concentración de DQO (S_T), es usada como una medida secundaria que es incorporada dentro del esquema de control retroalimentado. Este procedimiento lleva a un control retroalimentado (PI) cascada, el cual tiene muchas ventajas sobre el control simple PI, que incluye mucha mayor resistencia en la presencia de perturbaciones en el influente. Para ilustrar el desempeño del controlador propuesto, se usa un modelo matemático que describe las dinámicas de crecimiento en suspensión de un sistema de digestión anaerobio.

7.2 Dinámicas sin Control

Se realizaron simulaciones en la computadora para evaluar los efectos de las condiciones iniciales y perturbaciones externas en el influente durante el desempeño de los procesos de digestión anaerobia. La Figura 7.1 muestra un ejemplo de la simulación en un flujo de lodos residuales. Las condiciones

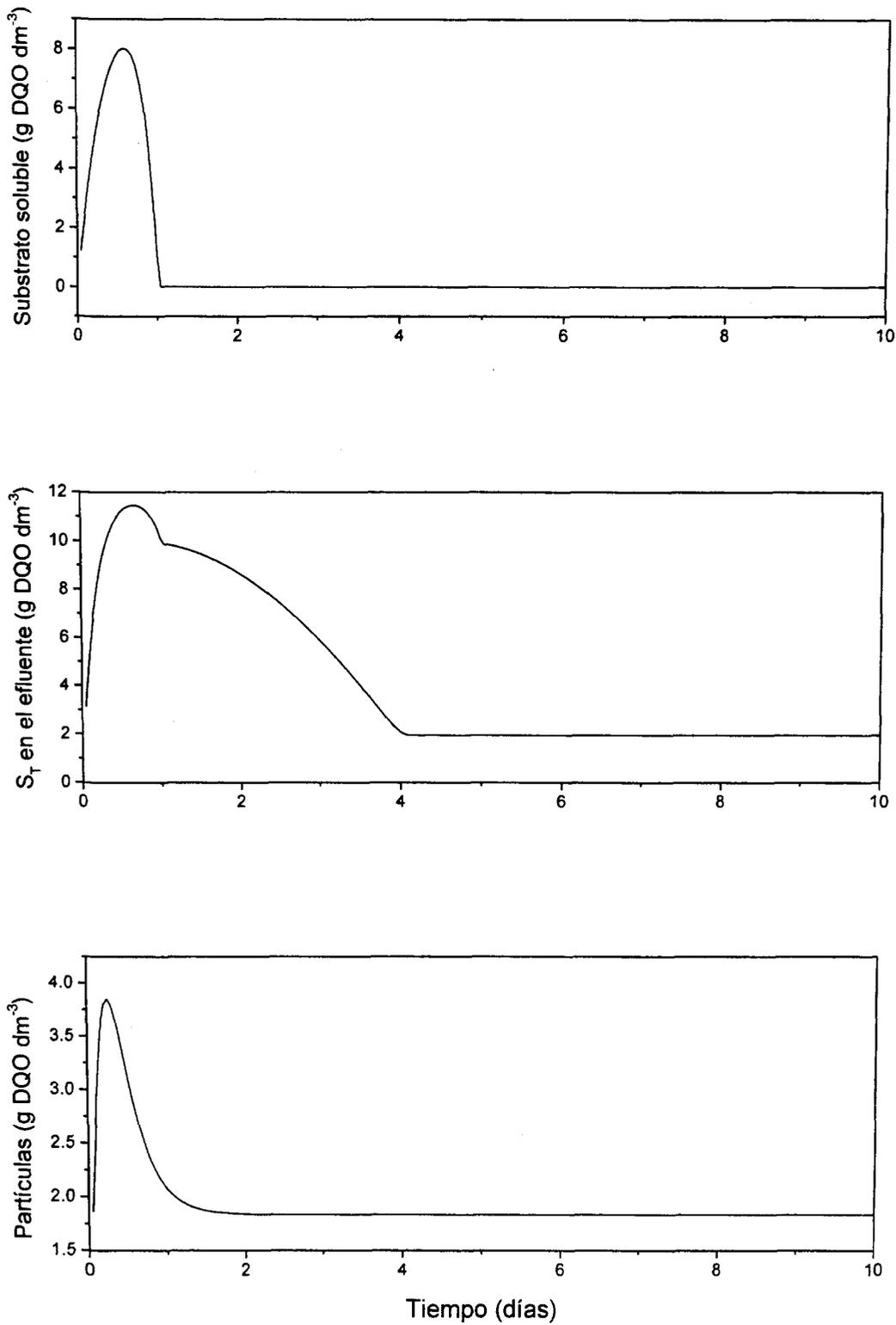


Figura 7.1 Desempeño típico de un proceso de digestión anaerobio sin control. Para valores $X_{AS,o}=10$, $P_o=1$, $S_o=5$, $X_{A,o}=0.05$, $A_o=2$, $X_{M,o}=0.04$, $M_o=0$ en unidades de gDQO dm^{-3}

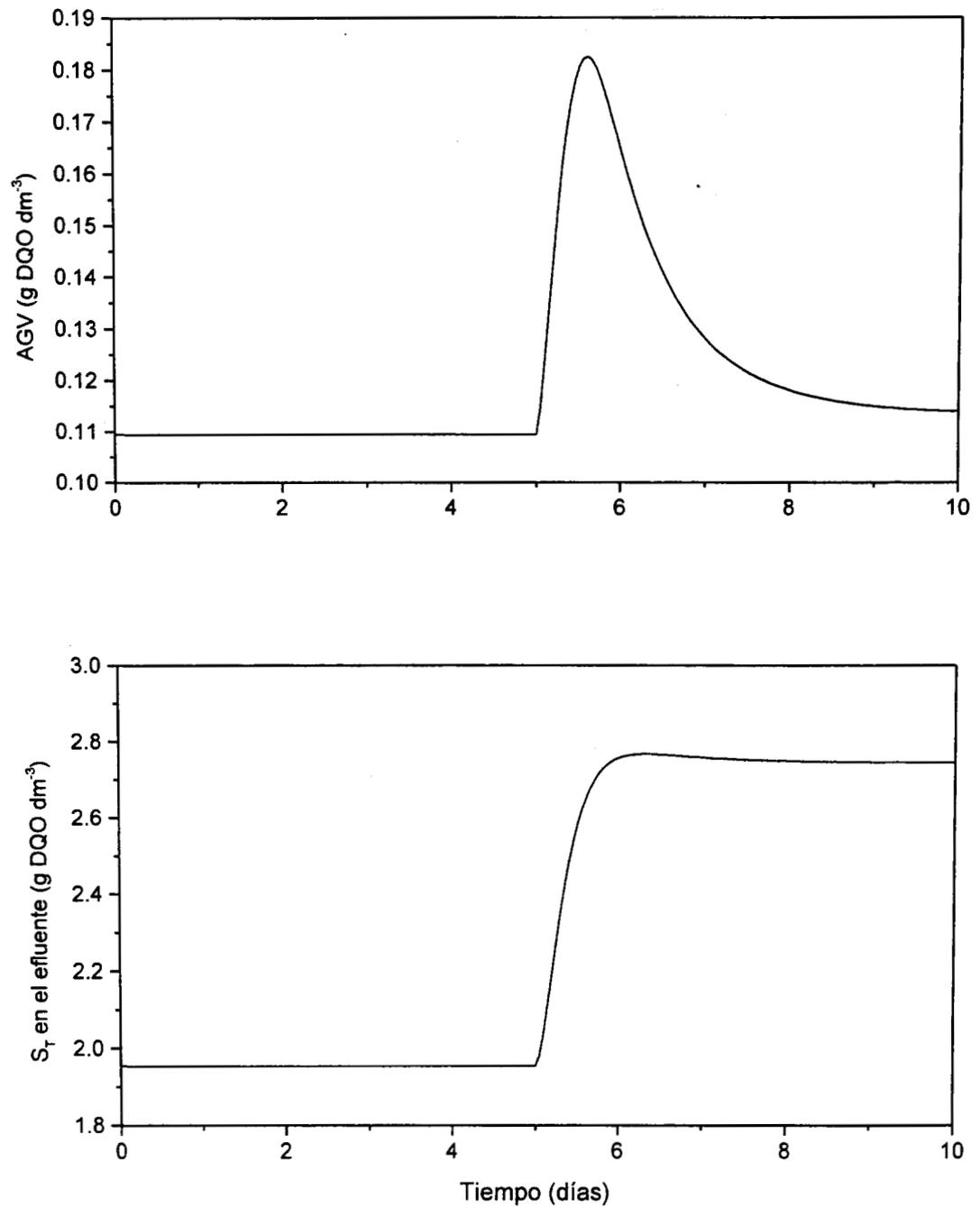


Figura 7.2 Dinámica del proceso cuando una perturbación en escalón de un 10% en la S_T se presenta en el influente. Para valores $X_{AS,0}=10$, $P_o=1$, $S_o=5$ $X_{A,0}=0.05$, $A_o=2$, $X_{M,0}=0.04$, $M_o=0$ en unidades de gDQO dm⁻³

para el influente fueron tomadas como: $X_{AS,o} = 10.0$, $P_o = 1.0$, $S_o = 5.0$, $X_{A,o} = 0.05$, $A_o = 2.0$, $X_{M,o} = 0.04$ y $M_o = 0$, todas las concentraciones tienen unidades de $g\ DQO\ dm^{-3}$. Las condiciones iniciales en el reactor fueron tomadas como $X_{AS,0} = 11.31$, $P_0 = 0$, $S_0 = 0$, $X_{A,0} = 0.1$, $A_0 = 0$, $X_{M,0} = 0.12$ y $M_0 = 0$, todas las concentraciones tienen unidades de $g\ DQO\ dm^{-3}$. La tasa de dilución se tomó como $D = 1.2\ días^{-1}$.

Las dinámicas del proceso son estables en el sentido de que se logra conseguir un punto de operación constante en ausencia de perturbaciones externas. Bajo las condiciones de operación definidas, la eficiencia de remoción de la DQO total (S_T), calculada como $100(S_{in} - S)/S_{in}$, es alrededor del 90%, el cual es un valor de eficiencia del reactor bastante aceptable. Sin embargo, si una perturbación muy grande actúa sobre la S_{in} del proceso, la eficiencia de remoción de S_T en el efluente puede salirse de los valores establecidos. La Figura 7.2 muestra la dinámica del proceso cuando una perturbación en escalón de un 10% en S_{in} se presenta en el influente. Nótese que la eficiencia de remoción en S_T disminuye de un 90% a un 80% aproximadamente.

En la práctica, un efluente con una alta concentración de S_T no es aceptable, y tiene que ser reciclada o diluida para conseguir las especificaciones ambientales. Una alternativa más sistemática para evitar este problema es reducir la tasa de dilución para permitir que el proceso de digestión anaerobia disminuya el contenido de S_T . Esto puede hacerse por cualquiera de las dos formas manualmente vía prueba y error, o vía control retroalimentado para mediciones retardadas de S_T . En la siguiente sección, se muestra un procedimiento para el diseño de controladores retroalimentados lineales para regular la concentración de S_T en el efluente sobre un valor deseado.

7.3 Diseño de Control Retroalimentado

El diseño del control retroalimentado se realizó en base a modelos lineales heurísticos obtenidos de la respuesta al escalón para el proceso anaerobio. Para realizar la respuesta en escalón del proceso anaerobio, consideraremos el modelo descrito en la Sección 6.4 como el proceso de digestión anaerobio, es decir, el proceso de digestión anaerobio es simulado con el modelo descrito por las ecuaciones (6.1)-(6.14).

La respuesta de la planta al escalón puede realizarse como sigue. Una vez que la planta está funcionando en un punto de operación nominal dado por la tasa de dilución nominal \bar{D} y la concentración nominal de S_T en el efluente \bar{S}_{T1} , una perturbación en escalón es aplicada en la tasa de dilución, es decir, ΔD . La concentración de S_T muestra una respuesta dinámica de $S_T(t)$ y, puesto que el proceso anaerobio es estable en el sentido descrito en la Figura 7.1, la $S_T(t)$ alcanza una nueva constante como punto de operación, es decir, \bar{S}_{T2} . Un modelo lineal conveniente es usado para la respuesta del proceso. Los modelos propuestos son de naturaleza entrada/salida (Morari and Zafiriou, 1989) en el sentido de que solo la señales de entrada $D(t)$ y la salida $S_T(t)$ son usadas para la construcción del modelo.

La Figura 7.3 presenta la respuesta escalón del proceso de digestión anaerobia con los parámetros de la Tabla 1, $\bar{D} = 1.0 \text{ días}^{-1}$, y $\Delta D = +0.05 \text{ días}^{-1}$. Para completar, la Figura 7.3 también muestra una respuesta escalón para la concentración de AGV. Como se espera para una prueba experimental, la concentración de S_T en el efluente incrementa la $S_T(t)$ cuando se incrementa la tasa de dilución $D(t)$. Además, la respuesta dinámica de $S_T(t)$ incrementa monotónicamente en el punto de operación nominal \bar{S}_{T1} para lograr el nuevo punto de operación \bar{S}_{T2} . Sea, $s = d/dt$ la variable de la Transformada de Laplace. La respuesta al escalón mostrada en la Figura 7.3 puede ajustarse a un modelo lineal estable de primer orden como el siguiente (Morari y Zafiriou, 1989):

$$\frac{\Delta S_T(s)}{\Delta D(s)} = \frac{S_T - \bar{S}_T}{D - \bar{D}} = \frac{K_{DS_T}}{\tau_{DS_T}s + 1} \quad (7.1)$$

donde K_{DS_T} es la ganancia en estado estable de la tasa de dilución con respecto a la tasa de dilución y esta dada por

$$K_{DS_T} = \frac{\bar{S}_{T2} - \bar{S}_{T1}}{\Delta D} \quad (7.2)$$

y τ_{DS_T} es la constante de tiempo de la dinámica de respuesta al escalón exponencial. Para los retardos de medición, el modelo se completa como sigue:

$$\frac{\Delta S_T(s)}{\Delta D(s)} = \frac{K_{DS_T} \exp(-\theta_{DS_T}s)}{\tau_{DS_T}s + 1} \quad (7.3)$$

donde $\theta_{DS_T} \geq 0$ es la tasa de dilución de la concentración de S_T retardada. La ecuación (7.3) es un modelo heurístico que representa la dinámica de conexión entre la variable manipulada D y la variable regulada S_T . En base a la respuesta de la Figura 7.3, los parámetros calculados son: $K_{DS_T} = 319.58$

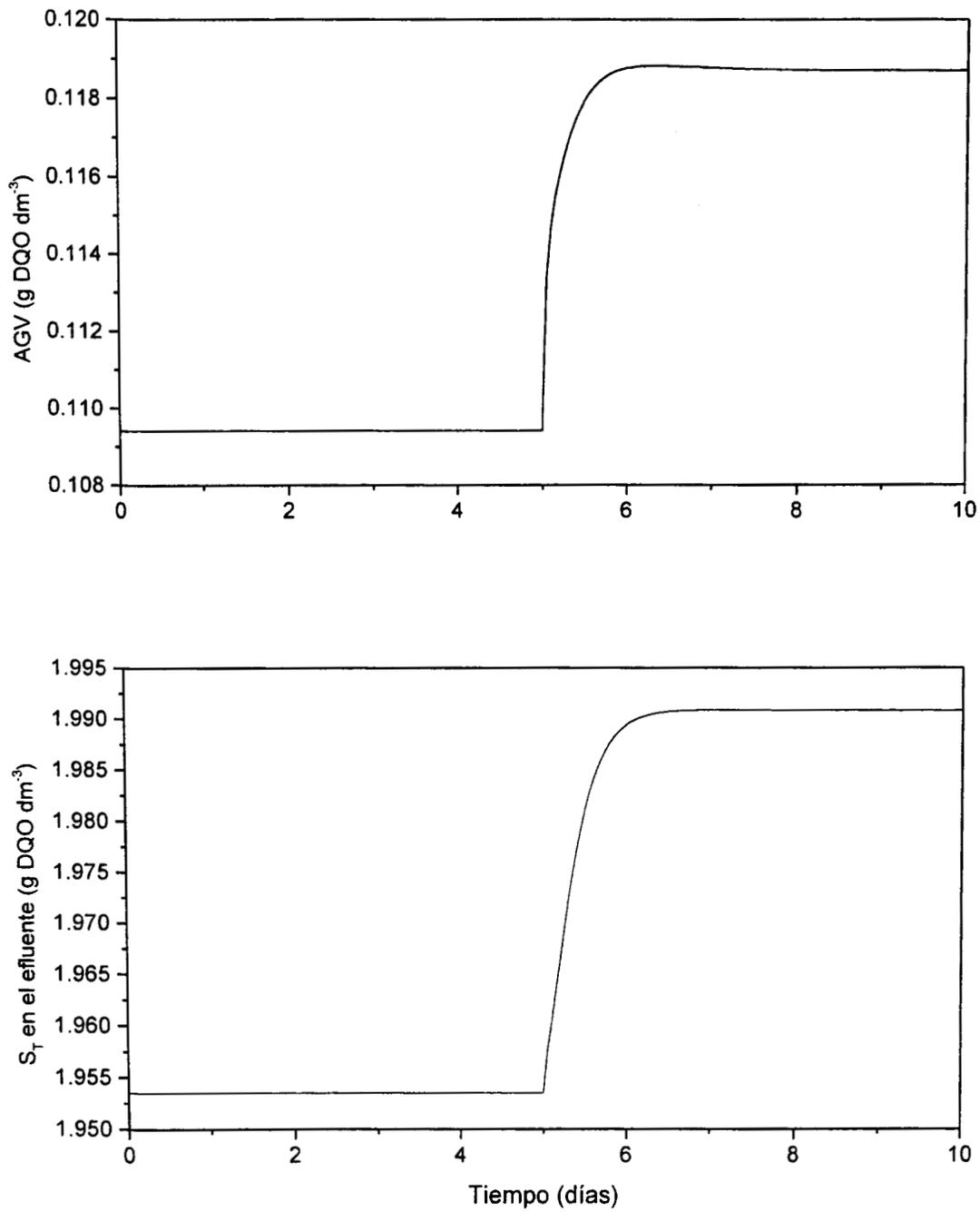


Figura 7.3 Respuesta escalón del proceso de digestión anaerobio con parámetros de Tabla1, $D=1.0$ días⁻¹, y $\Delta D=+0.05$ días⁻¹. Para valores $X_{AS,o}=10$, $P_o=1$, $S_o=5$, $X_{A,o}=0.05$, $A_o=2$, $X_{M,o}=0.04$, $M_o=0$ en unidades de gDQO dm⁻³

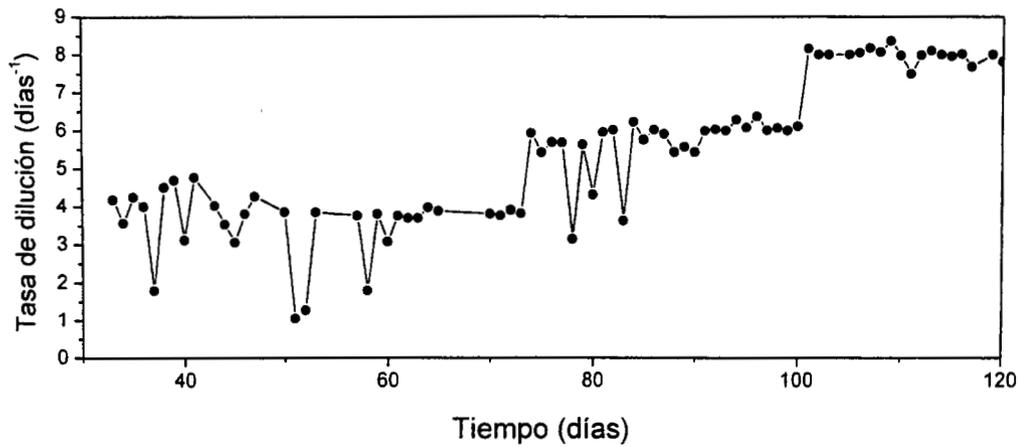
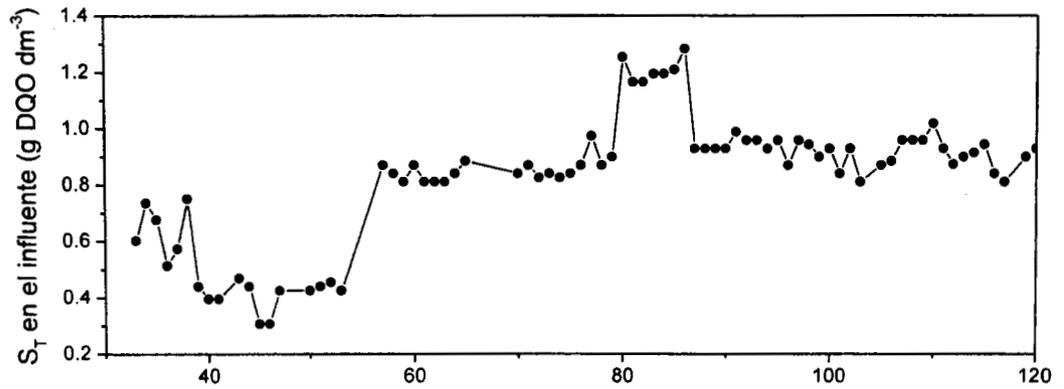
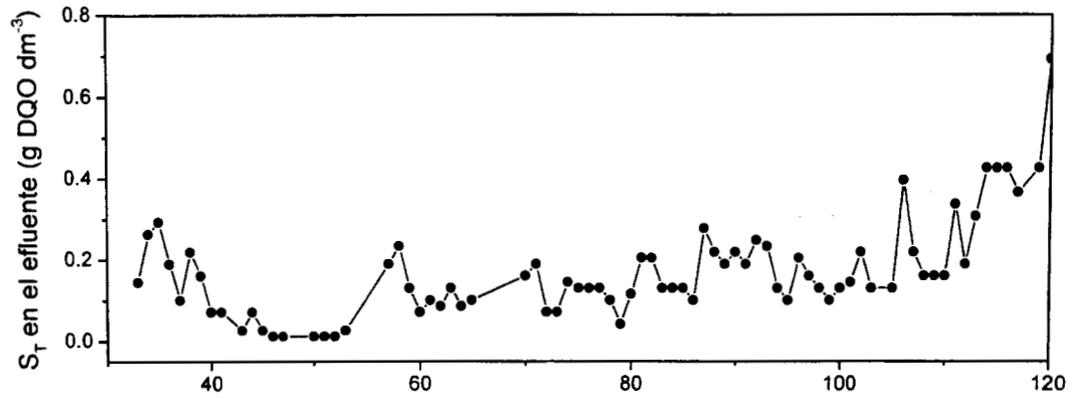


Figura 7.4 Respuesta de un reactor anaerobio de lecho fluidizado inverso a diferentes valores de la tasa de dilución y la concentración de S_T en el influente.

$g \text{ DQO } dm^{-3} \text{ días}^{-1}$ y $\tau_{DS_T} = 0.4 \text{ días}$. Las medidas de concentración de S_T toman alrededor de 30 minutos, nosotros consideramos en el peor de los casos un tiempo de retardo de $\theta_{DS_T} = 60 \text{ min}$.

La respuesta de forzamiento descrita en la parte de arriba se puede obtener de manera experimental, prueba de ello es la Figura 7.4 donde se presenta la respuesta de un reactor anaerobio de lecho fluidizado inverso (Castilla *et al.*, 2000) para diferentes valores de tasa de dilución y concentración de S_{in} en el influente, con la ayuda de la caja de herramientas del MATLAB se estimaron los parámetros de K_{DS_T} y τ_{DS_T} para este sistema. Comparando los parámetros estimados a partir del modelo simulado (6.1)-(6.14) el cual representa el comportamiento de un reactor continuo tipo tanque agitado anaerobio de lodos y el reactor de lecho fluidizado inverso tenemos:

Reactor	K (g DQO dm^{-3})	τ (días)
RCTA	319.58	0.4
RALFI	686.5	0.134

Se observa de los parámetros anteriores la ganancia en estado estable del RALFI es más grande y la constante de tiempo es más pequeña que los del RCTA. Estos valores reflejan el hecho de que el reactor lecho fluidizado inverso es un sistema en el cual crecen las bacterias anaerobias adheridas al soporte, y debido a que el lecho se encuentra expandido dentro del reactor permite un mejor contacto del flujo con el soporte y en consecuencia tiene una resistencia difusional pequeña, y se pueden manejar tasas de dilución grandes (Buffiere *et al.*, 2000). Por el contrario en un RCTA se manejan tasas de dilución no muy grandes, debido a que la hidrólisis de las partículas es muy lenta, esto se ve reflejado en el bajo valor de la ganancia y la constante de tiempo grande.

7.4 Diseño de Estrategia Control Lineal PI en la Concentración de DQO del Efluente

A pesar de los grandes esfuerzos de investigación en técnicas de control no lineal y adaptable (Denac *et al.*, 1988; Renard *et al.*, 1988; Dochain and Perrier, 1993; Heinzle *et al.*, 1993; Johnson *et al.*, 1995), los controladores lineales proporcional-integral (PI) y el proporcional-integral-derivativo (PID) son dominantes en los procesos industriales y seguirán siéndolo por largo tiempo. Hay muchas razones para esto, incluyendo su larga historia probada en operación, el hecho es que son muy bien entendidos por muchas operaciones industriales. Además, en muchas aplicaciones, el diseño apropiado y un buen sintonizado en controladores PI/PID encuentra o excede los objetivos de control. Un controlador industrial PI/PID tiene muchas ventajas que lo hacen práctico para la operación de un sistema de proceso. Por ejemplo, tiene un arranque en automático y manual, seguimiento de un punto de referencia (set point) y un modo manual de emergencia. Como consecuencia, el trabajo restante se concentra en el diseño de controladores lineales tipo PI.

El modelo (7.3) es el punto de partida para el diseño del control. Para este fin, haremos uso de los resultados presentados por Alvarez Ramirez *et al.*, (1998), el cual trata sobre el diseño de controladores robustos lineales PI para procesos con errores de modelado. La idea básica es usar un esquema de estimación de error de modelado para contrarrestar los efectos adversos de las incertidumbres, incluyendo incertidumbres paramétricas y perturbaciones externas. En resumen, el controlador PI resultante para el proceso de digestión anaerobia descrito por el modelo lineal (7.3) puede escribirse como sigue:

$$D(t) = \bar{D} + K_P e_{S_T,r}(t) + K_I \int_0^t e_{S_T,r}(\sigma) d\sigma \quad (7.4)$$

donde la concentración de S_T para el error de regulación $e_{DQO,r}$ está dado por

$$e_{S_T,r} = S_T - S_{Tref} \quad (7.5)$$

y S_{Tref} es la concentración de S_T en el efluente deseada (referencia). La ganancia proporcional K_P y la ganancia integral $K_I > 0$ están dadas por

$$\begin{aligned} K_P &= K_{DS_T}^{-1} \left(\tau_{DS_T,d}^{-1} + \tau_{DS_T,e}^{-1} - \tau_{DS_T}^{-1} \right) \\ K_I &= (K_{DS_T} \tau_{DS_T,d} \tau_{DS_T,e})^{-1} \end{aligned} \quad (7.6)$$

donde $\tau_{DS_T,d}$ es la constante de tiempo deseada para el sistema controlado y $\tau_{DS_T,e}$ es una constante de tiempo de estimación. El valor de $\tau_{DS_T,e}^{-1}$ determina el valor en el cual el error de modelado es estimado. Esto es, mientras más pequeño sea el valor de $\tau_{DS_T,e}$, la rapidez de estimación de la señal de error de modelado será más rápida (7.3). Por otro lado, el valor de $\tau_{DS_T,d}$ determina el valor nominal del error de regulación $e_{S_T,r}(t)$. Por consiguiente, la estructura de las ganancias del controlador PI (7.6) generan un procedimiento de sintonizado fácil de usar, el cual puede describirse como:

- i) Seleccionar la constante de tiempo a lazo cerrado de acuerdo a un criterio de desempeño (p.ej. tiempo de asentamiento, etc.). Una regla heurística puede ser un valor cercano al de la constante de tiempo estimada τ_{DS_T} : para evitar un esfuerzo excesivo de control, seleccionar $\tau_{DS_T,d}$ alrededor de 0.5 a 0.75 veces τ_{DS_T} .
- ii) Seleccionar un valor suficientemente pequeño de $\tau_{DS_T,e}$, que permita obtener un desempeño estable a lazo cerrado y un desempeño transitorio. Además la estimación de incertidumbres y señales de errores de modelado (reflejado en la acción integral) no podrá ser más rápida que el tiempo de retardo θ_{DS_T} , es decir, la constante del tiempo de estimación no deberá ser más pequeña que θ_{DS_T} .
- iii) Calcular las ganancias del controlador PI con las identidades (7.6).

De esta forma, el sintonizado de las ganancias del controlador PI es fácil realizarlo.

7.4.1 Simulaciones y Discusión de la Estrategia Control Lineal PI

Para ilustrar el desarrollo del controlador PI (7.4)-(7.6), tomamos $\tau_{DS_T,d} = 0.75 \tau_{DS_T} = 0.3$ días y $\tau_{DS_T,e} = 0.4$ días. Entonces para el valor de $\theta_{DS_T} = 0.05$ días, el valor de $\tau_{DS_T,e}$ cumple con las guías de sintonizado descritas anteriormente. La Figura 7.5 muestra el desempeño del controlador cuando ocurre un cambio escalón en la referencia de 2.0 a 4.0 g DQO dm^{-3} en un tiempo de $t = 12.5$ días, y una perturbación de un 20% en S_{in} en un tiempo de $t = 25$ días. El controlador es capaz de regular la concentración de S_T en el efluente al valor de referencia a pesar de las perturbaciones externas en la concentración de S_{in} del influente. De esta manera, el controlador PI (7.4)-(7.6) adapta automáticamente la tasa de dilución D por retroalimentación de las medidas retardadas de la concentración de S_T en el efluente. Observar que el rechazo completo de las perturbaciones se logra en aproximadamente 2 días.

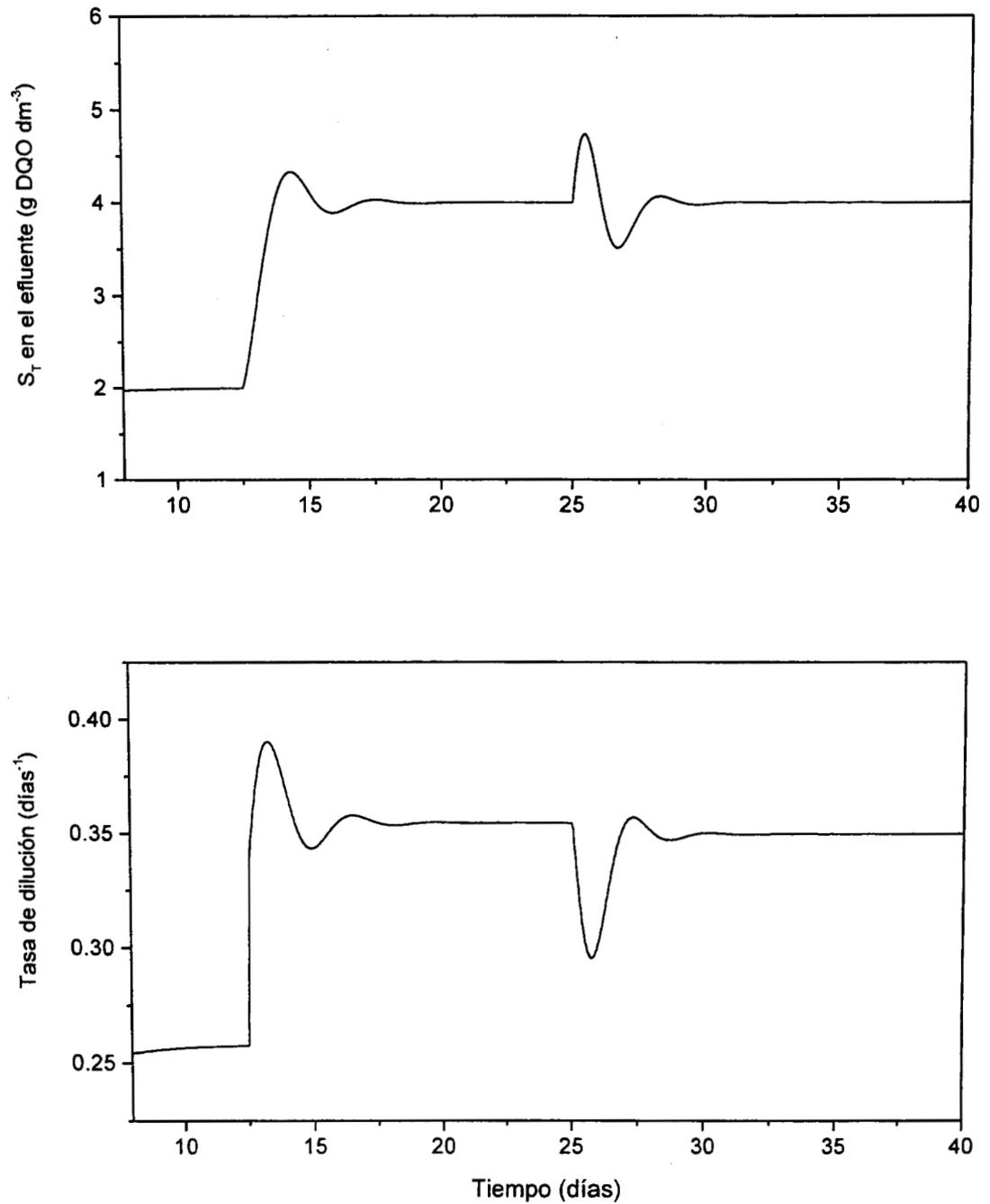


Figura 7.5 Desempeño del control con un cambio escalón en la referencia de 2.0 a 4.0 gCOD dm⁻³ en tiempo $t = 12.5$ días, y una perturbación de un 20% en S_o en tiempo $t = 25$ días. Para valores $X_{AS,o} = 10$, $P_o = 1$, $S_o = 5$, $X_{A,o} = 0.05$, $A_o = 2$, $X_{M,o} = 0.04$, $M_o = 0$ en unidades de gDQO dm⁻³

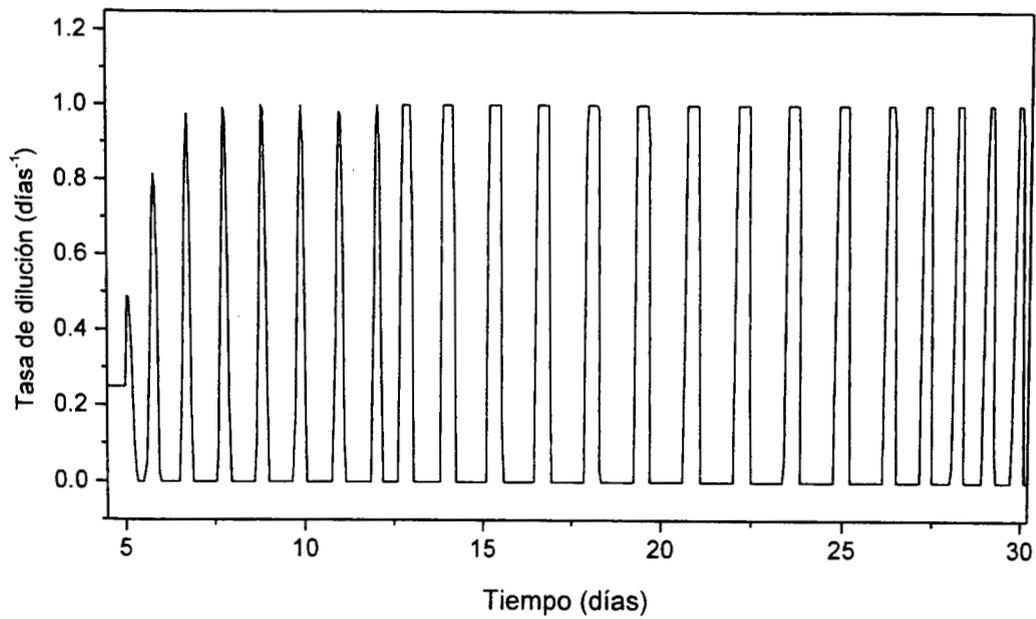
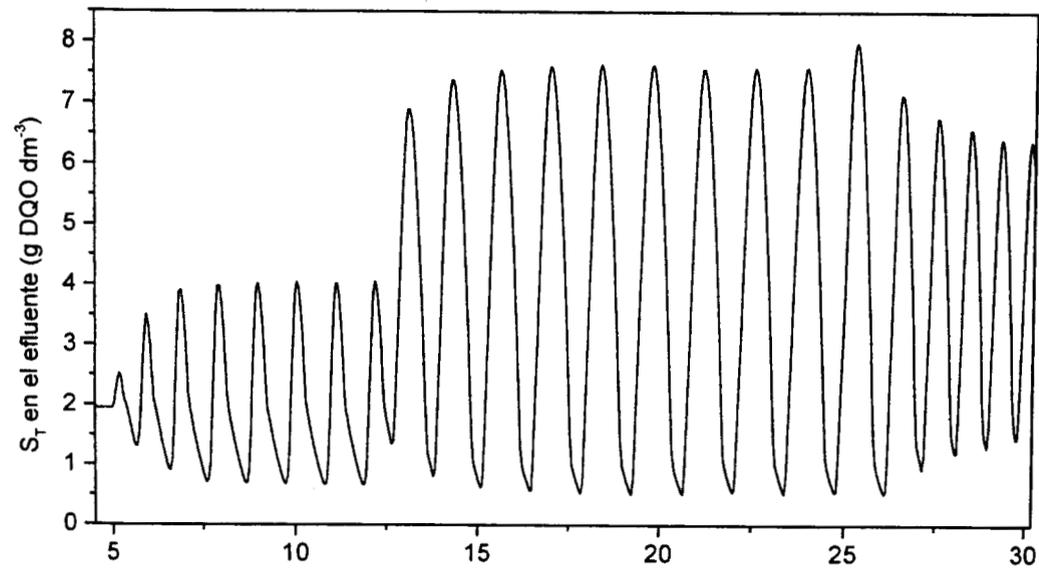


Figura 7.6 Desempeño inestable del sistema controlado para un valor de $\tau_{DC,e} = 0.1$ días. Para valores $X_{AS,o} = 10$, $P_o = 1$, $S_o = 5$, $X_{A,o} = 0.05$, $A_o = 2$, $X_{M,o} = 0.04$, $M_o = 0$ unidades de $gDQO\ dm^{-3}$

Desde el punto de vista práctico, se desea que el rechazo de la perturbación sea más rápida, para que la concentración de S_T del efluente estuviera lo más cerca posible del valor de referencia. En principio, esto puede realizarse si las incertidumbres son estimadas más rápido, esto es disminuyendo el valor de la constante de tiempo de estimación. Sin embargo, debido a la presencia de retardos en la medición θ_{DS_T} , esta acción de control puede generar inestabilidades en la operación del proceso de digestión anaerobia. La Figura 7.6 presenta el desempeño del sistema controlado para $\tau_{DS_T,e} = 0.1$ días. Se nota que la concentración de S_T en el efluente y la tasa de dilución manipulada sufren un comportamiento oscilatorio inestable. Por supuesto, tal comportamiento oscilatorio no es aceptado en la práctica.

7.5 Diseño de Estrategia Control Cascada Vía Medidas de AGV (ácidos grasos volátiles)

Las Figuras 7.5 y 7.6 han mostrado que el retardo en las medidas de concentración de S_T en el efluente limita severamente el desempeño del controlador retroalimentado PI. Para superar este problema, la mayoría de los autores han propuesto el uso de regulación indirecta de la concentración de S_T en el efluente vía monitoreo de una medida rápida por ejemplo, concentración de AGV, biogas, etc., (ver por ejemplo Steyer *et al.*, (1999) y referencias similares al tema). Una desventaja de la regulación indirecta es la falta de garantía de un buen desempeño del control ante perturbaciones no caracterizadas, tales como una inesperada sobre carga orgánica. Además, la relación dinámica entre la concentración de S_T y las señales monitoreadas puede cambiar drásticamente como una consecuencia a los cambios en la composición del influente.

En este trabajo se propone el uso indirecto de una medición más rápida dentro del control retroalimentado directo, en lugar de un control retroalimentado indirecto. Esta medición más rápida es llamada medición secundaria y la cual es relativa a una medición primaria (lenta); conocida como medida de concentración de DQO (S_T). Específicamente, el seguimiento del uso de la concentración de AGV como medida secundaria para aumentar el buen desempeño del control será explorado.

Las mediciones de concentraciones de AGV inducen tiempos de retardo pequeños en el sistema de control. De hecho, una medición de concentración de AGV en general puede hacerse por cromatografía o un dispositivo electroquímico con un tiempo de retardo de aproximadamente 5 *min*. La razón biológica detrás del uso de la concentración de AGV como una medida secundaria para el control retroalimentado es la siguiente, los AGV son un producto intermedio en el esquema de la digestión anaerobia ver Figura 6.1. Además la etapa acidogénica es más rápida que la etapa metanogénica (Pavlostathis and Gosset, 1986), una acumulación de AGV con respecto a la concentración de S_T indicaría una acumulación de sustrato en la primer sección del esquema de la digestión anaerobia. Esto implica una conexión entre la dinámica de concentración de S_T y la dinámica de concentración de AGV. Evidentemente esta conexión puede observarse en la Figura 7.3 de este trabajo y en la Figura 3 del artículo Buffiere *et al.*'s (2000). Como conclusión, la manipulación de AGV induce a cambios en la concentración de S_T .

La incorporación de las mediciones de AGV en el lazo de control retroalimentado directo puede hacerse en forma de una configuración en cascada (Marlin, 2000). El control en cascada es esencial-

mente una configuración retroalimentada multilazo donde la concentración de AGV en el efluente es usada como una variable manipulada “ virtual ” para regular la concentración de S_T en el efluente. Esto es llamado lazo de control maestro. La manipulación de la concentración de AGV para regular la concentración de S_T es posible por la conexión entre las dinámicas de AGV y S_T . En un segundo lazo, llamado lazo de control esclavo, la tasa de dilución es usada como una variable manipulada para regular la concentración de AGV del efluente. En principio, la estructura de control en cascada es más robusto que un simple lazo, además hace uso de mediciones rápidas como concentración de AGV en el efluente, para detectar los efectos de las perturbaciones en el influente sobre la composición del efluente. De esta manera, el control retroalimentado cascada genera una mejor protección ante perturbaciones (p ej., acumulación) de concentración de AGV, las cuales pueden generar una acidificación irreversible en los lodos activados.

El motivo para el uso del control en cascada es que en su diseño involucra tiempos de retardo pequeños. En principio, los tiempos de retardo son las principales limitaciones para el desempeño del control, por lo que una estructura de control en cascada inducirá un mejor desempeño del control para el proceso de digestión anaerobio. El mejoramiento en el desempeño del control esta reflejado en la rápida convergencia de la concentración de S_T deseada en el efluente y el rápido rechazo de las perturbaciones en el influente.

Para implementar una estructura de control en cascada, un modelo que describe la dinámica de conexión entre la tasa de dilución D y la concentración de AGV es usado. Esto puede hacerse ajustando la repuesta escalón de $AGV(t)$ de la Figura 7.3 a un modelo lineal como sigue:

$$\frac{\Delta AGV(s)}{\Delta D(s)} = \frac{K_{DAGV} \exp(-\theta_{DAGV}s)}{\tau_{DAGV}s + 1} \quad (7.7)$$

donde los parámetros K_{DAGV} , τ_{DAGV} y θ_{DAGV} tienen significado similar como en la ecuación (7.3). Los parámetros correspondientes calculados son $K_{DAGV} = 18.8 \text{ g DQO } dm^{-3} \text{ días}^{-1}$ y $\tau_{DAGV} = 0.4 \text{ días}$. Para el tiempo de retardo θ_{DAGV} , $\theta_{DAGV} = 10.0 \text{ min}$ ha sido tomado.

El diseño del control maestro está basado en la dinámica de la relación entre los AGV y la concentración de S_T . Tal relación es obtenida de (7.3) y (7.7) por eliminación de la señal de $D(s)$ para dar:

$$\frac{\Delta S_T(s)}{\Delta AGV(s)} = K_{AD} \frac{\tau_{DAGV}s + 1}{\tau_{DS_T}s + 1} \exp(-\theta_{DS_T} + \theta_{DAGV}) \quad (7.8)$$

donde

$$K_{AD} = \frac{K_{DS_T}}{K_{DAGV}} \quad (7.9)$$

Notamos que $\tau_{DAGV} \approx \tau_{DS_T}$, tal que una aproximación razonable del modelo (7.8) para dinámicas con frecuencias bajas puede darse como sigue:

$$\frac{\Delta S_T(s)}{\Delta AGV(s)} = K_{AD} \exp(-\theta_{DS_T} + \theta_{DAGV}) \quad (7.10)$$

notese que el tiempo de retardo inducido $\theta_{DS_T} - \theta_{DAGV}$ es más pequeño que θ_{DS_T} en el caso no cascada. esto es, la relacion (7.10) establece que la conexión entre la concentración de AGV y S_T . En principio, dado un valor de referencia S_{Tref} para la concentración de S_T , la correspondiente concentración de AGV puede calcularse como $\overline{\Delta S_T} = K_{AD} \Delta S_{Tref}$. Por supuesto esto no es posible porque el modelo (7.10) es solo una aproximación con incertidumbres de las dinámicas de digestión anaerobia. Entonces, para realizar la regulación robusta de la concentración de S_T un control retroalimentado directo será usado. Para el diseño del control maestro, la concentración de AGV se toma como una entrada de control “virtual” que puede manipularse para regular la concentración de S_T a un valor deseado S_{Tref} . De esta forma, consideraremos el siguiente modelo para el diseño del control maestro:

$$\frac{\Delta S_T(s)}{\Delta AGV_{ref}(s)} = K_{AD} \exp(-\theta_{DS_T} + \theta_{DAGV}) \quad (7.11)$$

donde $\Delta AGV_{ref}(s)$ ha sido usada en (7.10) en lugar de $\Delta AGV(s)$. Usamos la notación de $\Delta AGV_{ref}(s)$ porque el cálculo en la entrada de control porque el valor calculado para la entrada de control en el controlador maestro será la señal de referencia del controlador esclavo que será diseñado más tarde. La metodología del diseño de control reportada por Alvarez Ramirez *et al.*, (1998) puede ser usada para diseñar el controlador maestro en base al modelo (7.11). En tal caso, el controlador resultante es un control retroalimentado lineal integral dado por

$$AGV_{ref}(t) = \overline{AGV} + K_I^M \int_0^t e_{S_T, \tau}(\sigma) d\sigma \quad (7.12)$$

donde \overline{AGV} es el valor nominal de la concentración de la concentración de AGV y la ganancia integral K_I^M del lazo de control maestro está dado por

$$K_I^M = (K_{AD\tau_{VC,e}})^{-1} \quad (7.13)$$

y $\tau_{VC,e} > 0$ es la constante de tiempo de estimación del lazo de control maestro. Como en el caso no cascada, un valor de $\tau_{VC,e}$, es la rapidez de estimación del error de modelado (p ej., incertidumbres) y está será una señal asociada a las dinámicas de concentración de AGV y S_T . Siguiendo de manera similar las ideas que discutieron arriba, las guías de sintonizado para seleccionar la ganancia integral del lazo de control maestro puede darse como sigue:

M.i) Seleccionar un valor suficientemente pequeño de $\tau_{VC,e}$ tal que permita un desempeño estable a lazo cerrado y desempeño transitorio. Además la estimación de las incertidumbres y señales de errores de modelado (reflejado en la acción integral) no podrá ser más rápida que el tiempo de retardo $\theta_{DS_T} - \theta_{DAGV}$, la constante del tiempo de estimación no deberá ser mas pequeña que $\theta_{DC} - \theta_{DV}$.

M.ii) El cálculo de la ganancia integral K_I^M se realiza con la identidad (7.13).

Dada la trayectoria de concentración de AGV deseada $AGV_{ref}(t)$, el segundo paso es el diseño del controlador esclavo que satisfaga la disposición comandada por el controlador maestro. El diseño del controlador esclavo hace uso de el modelo (7.7) para adaptar la tasa de dilución. La idea principal sobre el diseño del controlador esclavo es calcular la entrada de control para el controlador maestro $AGV_{ref}(t)$ ver ecuación (7.12), para convertirse en la concentración de AGV deseada (p ej., la referencia de concentración de AGV en el efluente). De esta manera, si el control es capaz de proveer un control retroalimentado tal que $AGV(t)$ siga a la señal de referencia $AGV_{ref}(t)$ la cual será manipulada con la tasa de dilución, entonces la concentración de $S_T(t)$ converge al valor deseado S_{Tref} . Nuevamente, haremos uso de la metodología reportada por Alvarez Ramirez *et al.*, (1998) para obtener el siguiente controlador esclavo retroalimentado PI:

$$D(t) = D + K_P^S e_{AGV,r}(t) + K_I^S \int_0^t e_{AGV,r}(\sigma) d\sigma \quad (7.14)$$

donde el error de regulación $e_{AGV,r}(t)$ de la concentración de AGV del effuente es definida como

$$e_{AGV,r}(t) = AGV(t) - AGV_{ref}(t) \quad (7.15)$$

y la ganancia proporcional K_P^S y la ganancia integral K_I^S del controlador esclavo son dados como siguen:

$$K_P^S = K_{DAGV}^{-1}(\tau_{DAGV,d}^{-1} + \tau_{DAGV,e}^{-1} - \tau_{DAGV}^{-1})$$

$$K_I^S = (K_{DAGV} \tau_{DAGV,d} \tau_{DAGV,e})^{-1} \quad (7.16)$$

las constantes de tiempo $\tau_{DAGV,d}$, $\tau_{DAGV,e}$ y τ_{DAGV} tienen el mismo significado que la ecuación (7.6). Las guías de sintonizado para el controlador esclavo pueden darse de manera similar como para el controlador PI (7.6).

- S.i) Seleccionar una constante de tiempo a lazo cerrado $\tau_{DS\tau,cl}$ de acuerdo a un criterio de desempeño (p ej., tiempo de asentamiento, etc.). Para evitar un esfuerzo excesivo de control, seleccionar $\tau_{DAGV,d}$ aproximadamente de 0.5 a 0.75 veces τ_{DAGV} .
- S.ii) Seleccionar un valor suficientemente pequeño de $\tau_{DAGV,e}$, que permita un desempeño estable a lazo cerrado y un desempeño transitorio. Además la estimación de las incertidumbres y las señales de error de modelado (reflejado en la acción integral) no podrá ser más rápida que el tiempo de retardo θ_{DAGV} , la constante del tiempo de estimación no deba ser más pequeña que θ_{DAGV} .
- S.iii) Calcular las ganancias del controlador PI con las identidades (7.16).

Resumiendo, el controlador resultante generalmente es un cascada con un controlador retroalimentado integral puro (ec.(7.12)) para el lazo de control maestro y un controlador retroalimentado PI (ec.(7.14)) para el lazo de control esclavo.

7.5.1 Simulaciones y Discusión de la Estrategia Control Cascada

En la Figura 7.7 se presenta la dinámica del proceso de digestión anaerobio controlado con las mismas perturbaciones que en la Figura 7.5. Notese que la convergencia para la concentración de S_T en el efluente es más rápida que en un no cascada y la perturbación en la concentración del influente es rechazada con desviaciones pequeñas en el punto de operación. Los parámetros de control usados en estas simulaciones fueron $\tau_{DAGV,d} = 0.2 \text{ días}$, $\tau_{DAGV,e} = 0.1 \text{ días}$ y $\tau_{VC,e} = 0.2 \text{ días}$.

Estas simulaciones demuestran que el control cascada proporciona un mejor desempeño en el proceso de digestión anaerobio con un esfuerzo mínimo en el diseño e implementación de control. De hecho, ya que la configuración cascada resultante está compuesta por bloques tradicionales del tipo PI, su implementación puede hacerse vía tecnologías de control estandar (p ej. controladores lógicos programables).

Una acumulación de AGV o variaciones imprevistas en el pH del influente puede ser muy peligrosas para la estabilidad estructural y biológica de los lodos activados. Una configuración simple de control retroalimentado como el que se describe en la Sección 7.4 no puede mejorar estas situaciones de emergencia porque hace uso solamente de mediciones en la concentración de S_T en el efluente, Steyer *et al.*, (1999) usaron el pH y el biogás para manejar condiciones de operación de emergencia. Nosotros podemos ver que hasta cierto grado, la configuración del control en cascada puede manejar eficientemente la acumulación de AGV. De hecho, una característica de la estructura de control en cascada es que está puede cambiarse para operar como un lazo simple en el nivel de concentración de AGV. Esto puede hacerse fácilmente desconectando el lazo de control maestro y proporcionando una trayectoria de referencia externa $AGV_{ref}(t)$ para el lazo esclavo. En un caso simple, $AGV_{ref}(t)$ puede ser un valor constante suficientemente pequeño.

La Figura 7.8 presenta el desempeño de la estructura del control en cascada cuando una acumulación de AGV ocurre de manera imprevista en un tiempo de $t = 12.5 \text{ días}$. La configuración de control en cascada opera un modo de emergencia hasta que la concentración de AGV alcanza un valor cercano al establecido $AGV_{ref} = 0.25 \text{ g COD dm}^{-3}$. El esfuerzo al que se sometió la operación en modo de emergencia se hace sin una reconfiguración adicional y sintonizado de los lazos individuales.

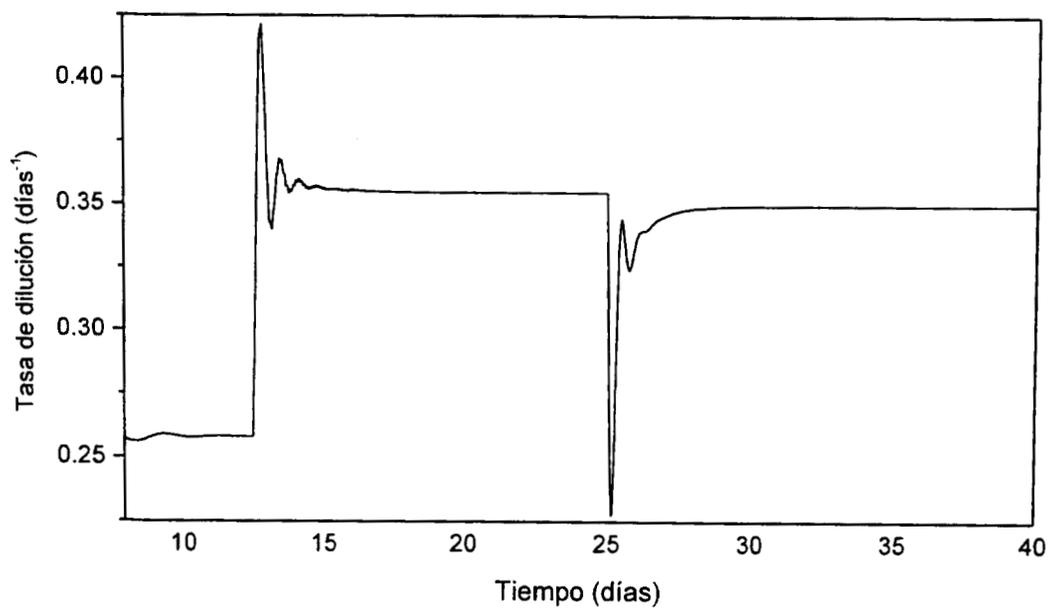
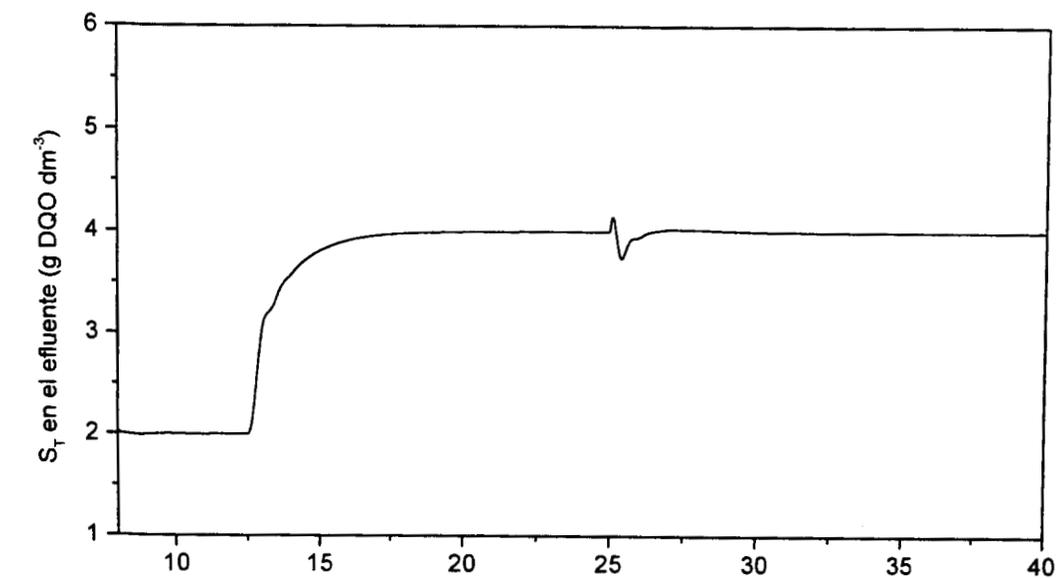


Figura 7.7 Desempeño en el control cascada para las mismas condiciones que en la figura 7.5

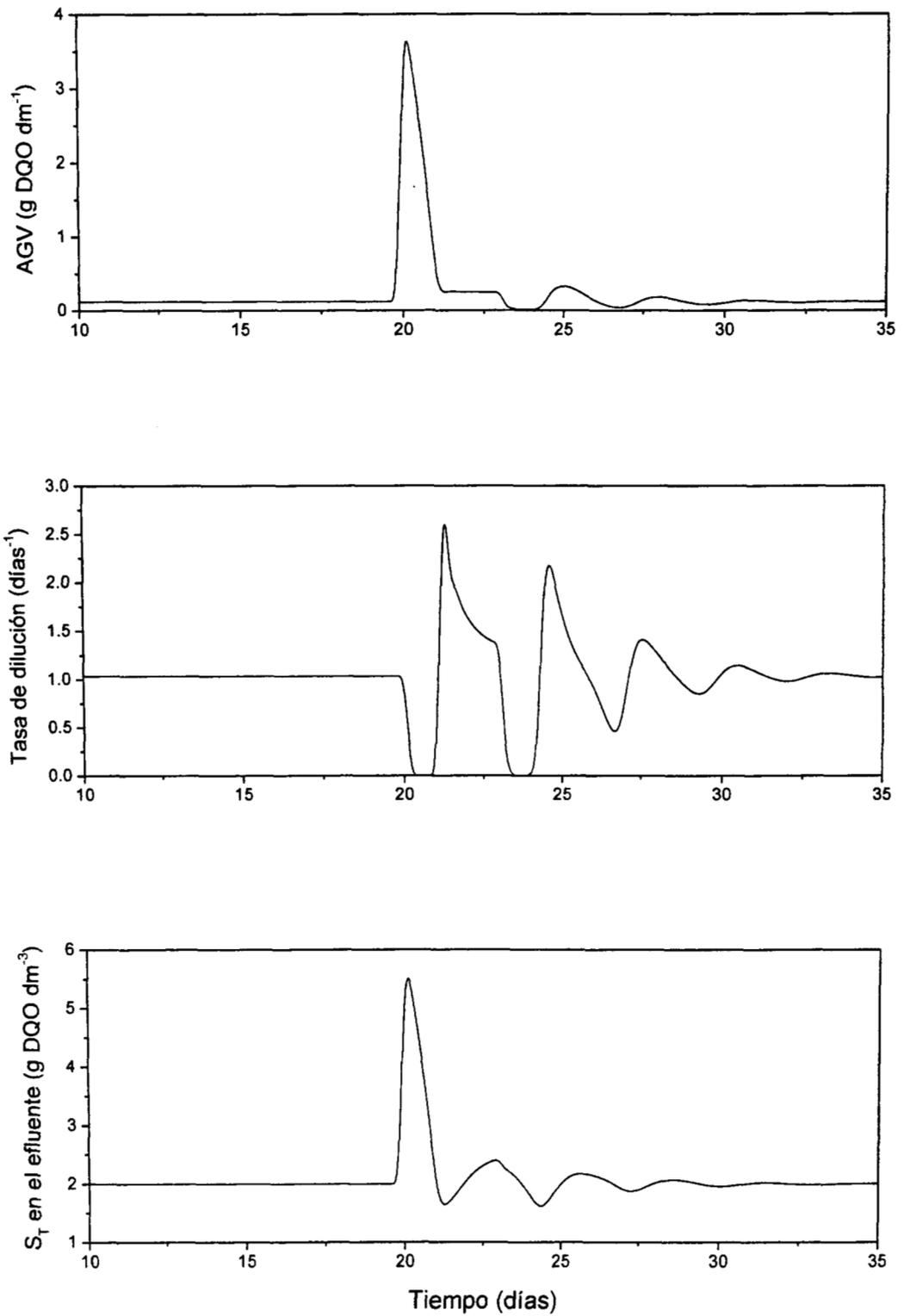


Figura 7.8 Desempeño de la configuración del control cascada cuando una repentina acumulación de AGV ocurre en $t = 12.5$ días. Para valores $X_{AS,0} = 10$, $P_o = 1$, $S_o = 5$, $X_{A,0} = 0.05$, $A_o = 2$, $X_{M,0} = 0.04$, $M_o = 0$ unidades de $gDQO\ dm^{-3}$

Capítulo 8

Capítulo 8

Capítulo 8

Conclusiones

Se analizó un sistema de crecimiento en suspensión de un proceso de digestión anaerobio de lodos, el cual, como se mencionó anteriormente es un proceso importante para reducir el volumen y peso del material a evacuar, además con el uso de este proceso se obtienen buenas eficiencias de remoción. Sin embargo, el proceso de digestión anaerobio es inestable cuando se presentan variaciones en la tasa de dilución y en la carga orgánica del influente, por lo que a raíz de este problema se propuso el desarrollo de una estructura de control que permitiera mantener estable la operación de este sistema, a pesar de la presencia de perturbaciones externas.

- a) En este trabajo, se exploró la aplicación del control retroalimentado directo para regular la composición del efluente para el proceso de digestión anaerobio. El diseño del control está basado en modelos lineales obtenidos de la respuesta al escalón obtenida del proceso de digestión anaerobio. Por medio de la simulación del modelo de crecimiento en suspensión de un proceso de digestión anaerobio.
- b) Se demostró que un controlador retroalimentado PI tradicional provee una regulación de la concentración de DQO (S_T) en el efluente aproximada al punto de operación deseado.

- c) En ausencia de retardos a la entrada de control retroalimentado PI, es obtenido un rechazo aceptable en la perturbación. Sin embargo, los tiempos de retardo de las mediciones que están siempre presentes en la práctica limitan severamente el desempeño del controlador. Para reducir o disminuir los efectos adversos de los retardos de las mediciones, se propuso el uso de una estructura de control en cascada.
- d) En la estructura en cascada se explotó el hecho de que las concentraciones de AGV pueden medirse más rápido que las concentraciones de DQO (S_T). Los controladores resultantes llegan a ser una configuración en cascada con una retroalimentación integral y con un control maestro y esclavo retroalimentado PI.
- e) Las simulaciones resultantes muestran que la estructura de control en cascada permite obtener una mejor convergencia y rechazo de perturbaciones, propiedades que no se dan en un no cascada.
- f) La estructura en cascada puede operar en un modo manual de emergencia. Es decir, cuando una acumulación severa de AGV se presenta en el sistema de digestión anaerobia.

Los resultados del trabajo han mostrado que un control retroalimentado directo con un simple controlador retroalimentado lineal (Tipo PI) tiene una aplicación potencial para la operación óptima de los procesos de digestión anaerobia. Sin embargo, una estrategia de control más robusta para esta clase de procesos es una combinación conveniente del control retroalimentado directo, como la presentada en este trabajo, en donde podemos observar que la estructura en cascada nos permite un mejor rechazo de las perturbaciones que entran al sistema, en comparación con una estructura simple de control retroalimentado directo.



Apéndice

Apéndice

Apéndice

Tabla 1. Valores para el Proceso de Digestión Anaerobio.

Parámetros	Valor	Significado
f_d	0.73 (adimensional)	fracción biodegradable de la biomasa activa
k_{DL}	2.0 $días^{-1}$	coeficiente de células muertas de los lodos anaerobios
γ	0.68 (adimensional)	fracción de células solubles en DQO
k_H	0.15 $días^{-1}$	coeficiente de hidrólisis
k_{FS}	8.0 g DQO utilizado g^{-1} biomasa DQO $días^{-1}$	tasa de sustrato utilizado por formadores de ácidos
K_{FS}	0.045 g DQO dm^{-3}	coeficiente de velocidad para acidogénesis
Y_A	0.2 g biomasa DQO g^{-1} DQO utilizado	coeficiente de rendimiento de formadores de ácidos
k_{DA}	0.1 $días^{-1}$	coeficiente de disminución en formadores de ácidos
k_{AU}	6.2 g DQO utilizado g^{-1} biomasa DQO $días^{-1}$	tasa de sustrato utilizado por metanogénicas
K_{AU}	0.045 g DQO dm^{-3}	coeficiente de velocidad media para metanogénicas
k_{DM}	0.015 $días^{-1}$	coeficiente de disminución en metanogénicas
Y_M	0.057 g biomasa DQO g^{-1} DQO utilizado	coeficiente de rendimiento de metanogénicas

Tabla 2. Transformada de Laplace Funciones más Usuales

$f(t)$	$F(s) = \mathcal{L}[f(t)]$
$\delta(t)$	1
$u(t)$	$\frac{1}{s}$
t	$\frac{1}{s^2}$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$
$t^n e^{-at}$	$\frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$
$\text{sen } \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
$\text{cos } \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
$e^{-at} \text{sen } \omega t$	$\frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$
$e^{-at} \text{cos } \omega t$	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$

Notación

Modelo Matemático

t : tiempo (*días*)

X_{AS} : concentración de biomasa de DQO en lodos activados vivos ($g\ dm^{-3}$)

$X_{AS,o}$: concentración de biomasa de DQO en lodos activados vivos en el influente ($g\ dm^{-3}$)

D : tasa de dilución ($días^{-1}$)

R_{DL} : tasa de muerte y rompimiento de la biomasa de AS (lodos activados) ($días^{-1}g\ dm^{-3}$)

P : concentración de DQO de partículas degradables ($g\ dm^{-3}$)

P_o : concentración de DQO de partículas degradables en el influente ($g\ dm^{-3}$)

R_H : tasa de hidrólisis de partículas de células muertas ($días^{-1}g\ dm^{-3}$)

S : concentración de DQO en sustrato soluble ($g\ dm^{-3}$)

S_o : concentración de DQO en sustrato soluble en el influente ($g\ dm^{-3}$)

R_{FS} : tasa de fermentación de sustrato ($g\ DQO\ utilizada\ g^{-1}biomasa\ de\ DQO\ días^{-1}$)

X_A : concentración de microorganismo acidogénico activo ($g\ DQO\ dm^{-3}$)

$X_{A,o}$: concentración de microorganismo acidogénico activo en el influente ($g\ DQO\ dm^{-3}$)

R_{DA} : tasa de dilución de la biomasa acidogénica ($días^{-1}g\ DQO\ dm^{-3}$)

A : concentración de ácidos volátiles ($g\ DQO\ dm^{-3}$)

A_o : concentración de ácidos volátiles en el influente ($g\ DQO\ dm^{-3}$)

R_{AU} : tasa de ácido utilizado por microorganismos metanogénicos ($g\ DQO\ utilizada\ g^{-1}biomasa\ de\ DQO\ días^{-1}$)

X_M : concentración de biomasa metanogénica ($g\ dm^{-3}$)

$X_{M,o}$: concentración de biomasa metanogénica en el influente ($g\ dm^{-3}$)

R_{DM} : tasa de disminución de biomasa metanogénica ($días^{-1}g\ DQO\ dm^{-3}$)

M : concentración de metano ($g\ DQO\ dm^{-3}$)

M_o : concentración de metano en el influente ($g\ DQO\ dm^{-3}$)

R_{MG} : tasa de generación de metano ($g\ DQO\ utilizada\ g^{-1}biomasa\ de\ DQO\ días^{-1}$)

Referencias

Referencias

Referencias

- Alvarez-Ramirez J, Morales A and Cervantes I, Robust proportional-integral control, *Ind. Eng. Chem. Res.*, 37: 4740-4747 (1998).
- Bello-Mendoza R and Sharratt P N, Modelling the effects of imperfect mixing on the performance of anaerobic reactors for sewage sludge treatment, *J. Chem. Tech. Biotechnol.*, 70: 121-130 (1998).
- Buffiere P, Bergeon J P and Moletta R, The inverse turbulent bed: a novel bioreactor for anaerobic treatment, *Wat. Res.* 34: 673-677 (2000).
- Castilla P, Meraz M, Monroy O and Noyola A, Anaerobic treatment of low concentration waste water in an inverse fluidized bed reactor, *Water Sci. Tech.*, 41: 245-251 (2000).
- Denac M, Miguel A and Dunn I J, Modelling dynamic experiments on the anaerobic degradation of the molasses wastewater, *Biotechnol. and Bioeng.*, 31: 1-10 (1988).
- Dochain D and Perrier P, Control design for nonlinear wastewater treatment plant, *Water Sci. and Technol.*, 28: 283-293 (1993).
- Establen M, Polit M and Steyer J P, Fuzzy control for an anaerobic digester, *Control Eng. Practice* 5: 1303-1310 (1997).
- Heinzle E, Dunn I and Ryhiner G, Modelling and control for anaerobic wastewater treatment. *Advances in Biochemical Engineering/Biotechnology* 48: 79-114 (1993).
- Johnson K A, Wheatley A D and Fell C J, An application of adaptive control algorithm for the anaerobic treatment of an industrial effluent. *Trans. IChemE* 73: 203-211 (1995).
- Lapeña R M, *Tratamiento de Aguas Industriales*, Marcombo, S.A, España, (1989).
- Luyben W, *Process Modeling, Simulation and Control for Chemical Engineers*, 2nd. ed, McGraw Hill, New York (1990).
- Morari M and Zafriou E, *Robust Process Control*, Prentice-Hall, New York, (1989).

- Muller A, Marsili-Libeli S, Aiviasidi A and Wandrey C, Development of an integrated process control system for a multi-stage wastewater treatment plant, *10th Forum for Applied Biotechnology* 27-29 September: 2467-2473 (1995), Gent, Belgium.
- Marlin T E, Process Control: *Designing Processes and Control Systems for Dynamic Performance*, 2nd. ed, Mc Graw Hill, New York (2000).
- Monroy O, Fama G, Meraz M, Montoya L and Macarie H, Anaerobic digestion wastewater treatment in Mexico: state of the technology, *Wat. Res.* , 34: 1803-1816 (2000).
- McCarthy P L, The development of anaerobic treatment and its future, in *Anaerobic Digestion for Sustainable Development*, Ed. J. van Lier, Wageningen University, p163-170 (2001).
- Patry G and Chapman D, *Dynamic Modelling and Expert Systems in Wastewater Engineering*, Lewis Publisher, Michigan (1981).
- Pavlostathis S G and Gosset J M, A kinetic model for anaerobic digestion of biological sludge, *Biotechnol. and Bioeng.*, 28: 1519-1530 (1986).
- Renard R, Dochain D, Bastin G, H Naveau and E Nyns, Adaptive control of anaerobic digestion processes: a pilot scale application. *Biotechnol. and Bioeng.*, 31: 287-294 (1998).
- Smith C and Corripio A B, *Control automático de procesos*, Limusa, México D F, (1991)
- Steyer J Ph, Buffiere P, Rolland D and Moleta R, Advanced control of anaerobic digestion processes through disturbance monitoring, *Wat. Res.* 33: 2059-2068 (1999)
- Tchobanoglous G and Burton F, *Wastewater Engineering-Treatment, Disposal and Reuse*, Metcalf & Eddy, Inc., 3rd. edn, McGraw-Hill Series in Water Resources and Environmental Engineering, NY (1991).