



Casa abierta al tiempo

Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa
Departamento de Ingeniería de Procesos e Hidráulica



***UNA ESTRUCTURA PARALELA PARA
EL CONTROL DE PROCESOS***

UNIDAD
Iztapalapa

DIVISION
CBI

TESIS

Que para obtener el grado de
Doctor en Ciencias (Ingeniería Química)

Por
Alejandra Velasco Pérez

Asesor

Dr. José de Jesús Álvarez Ramírez

Distrito Federal, México

Mayo de 2005

Con Amor y Respeto

A mi Madre y
Hermanas

Agradecimientos

Quiero agradecer a mi asesor, Dr. José de Jesús Álvarez Ramírez por su orientación y apoyo durante estos cinco años de posgrado. Ha sido para mi un privilegio haber sido su alumna.

A mis revisores de tesis Dr. Oscar Monroy Hermosillo, Dr. Ricardo Aguilar, Dr. Héctor Puebla y Dr. Basilio del Muro, por sus comentarios y sugerencias para la mejora en contenido y presentación de este trabajo.

De manera muy especial a mi Madre porque gracias a su esfuerzo mis hermanas y yo hemos contado con todo lo necesario para lograr nuestras metas. Por el apoyo incondicional a mis proyectos y algunas veces a mis locuras. Por enseñarme a ser perseverante en la vida y a no perder nunca la Fe ante situaciones adversas. Siempre estaré en enorme deuda contigo. Mil gracias mami.

A mis hermanas, Salma y Betsabe por su apoyo y motivación en todos esos momentos difíciles durante mi transcurso por la escuela, por las bonitas experiencias que hemos disfrutado juntas y porque estoy segura que siempre contaré con ustedes en cualquier situación.

Gracias a mi Padre por su apoyo en las decisiones de mi vida. A Juan Carlos, porque a pesar de la distancia y del tiempo siempre he contado con su respeto. A mi cuñado José Luis por estar siempre dispuesto a ayudarnos en cualquier situación.

Deseo agradecer a la vida por haberme dado una familia con la que cuento en cualquier momento que la necesito y la cual esta integrada por mis tíos, Fernando, Gaby, Raymundo, July y Carlos. A mi tía Lolis por su apoyo, por escucharme siempre que lo necesito y por sus consejos. De igual manera, expreso mi agradecimiento a mis primos Bhisadej, Ricardo, Fernando, Angélica, Miguel, Juan Carlos y Belén por los buenos momentos que pasamos juntos.

Al cariñoso y grato recuerdo de mis abuelitos maternos Julia y Manuel, por ser piezas clave en la integración de esta agradable familia.

A mis abuelitos paternos Julián y Teresa por su apoyo.

A mi amiga de toda la vida Rocío, por su compañía y apoyo incondicional durante estos 26 años y por supuesto, por compartir conmigo la experiencia de realizar juntas estudios de posgrado.

A Tere Juárez y a Lázaro, por tenderme la mano cuando llegué a esta ciudad. Por sus atenciones y consejos, mi sincero agradecimiento. Por supuesto, conocerlos no hubiera sido posible sin la ayuda de mi tía Yolanda Juárez y mis primos Nayeli y Edgar a quienes también agradezco su apoyo.

A la M.C. Emma Bueno López del Centro Nacional de Investigación y Capacitación Ambiental, por el apoyo brindado durante el desarrollo de este trabajo, por compartir conmigo los conocimientos de un área que hasta hace poco no conocía y por ser una buena amiga.

A mis profesores del Instituto Tecnológico de Orizaba, de manera particular a la M.C. Edith Cárdenas Uribe por su orientación y recomendación para continuar estudios de posgrado.

Finalmente, agradezco el financiamiento otorgado por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT, Reg.-141835/146809) y Fundación Telmex, mediante el cual fue posible realizar esta investigación.

Índice General

1. Introducción General	3
1.1 Objetivos de la Tesis	6
1.2 Bosquejo de la Tesis	6
1.2.1 Optimización de las Reglas de Sintonizado Control de Modelo Interno	7
1.2.2 Control Paralelo de un Reactor Continuo de Tanque Agitado	7
1.2.3 Control Paralelo de un Reactor Aerobio con una Corriente de Recirculado	8
1.3 Trabajos Publicados Derivados de la Tesis	8
1.4 Referencias	9
2. Optimización de Reglas de Sintonizado de Control de Modelo Interno	
2.1 Introducción	10
2.2 Procedimiento de Sintonizado SIMC	12
2.3 Sintonizado Óptimo PI	14
2.4 Casos de Estudio	18
2.4.1 Procesos de Primer Orden más Tiempo de Retardo	19
2.4.2 Procesos de Orden Mayor	25
2.5 Conclusiones	32
2.6 Referencias	33

3. Control Paralelo de un Reactor Continuo de Tanque Agitado	
3.1 Introducción	35
3.2 Control Paralelo de Procesos	37
3.3 Casos de Estudio	46
3.3.1 Ejemplo 1	46
3.3.2 Ejemplo 2	47
3.3.3 Reactor Continuo de Tanque Agitado	51
3.4 Conclusiones	58
3.5 Apéndice A	59
3.6 Referencias	63
4. Control Paralelo de un Reactor Aerobio con una Corriente de Recirculado	
4.1 Introducción	65
4.2 Modelo Matemático	67
4.2.1 Cinética de Reacción	67
4.2.2 Descripción del Modelo	68
4.2.3 Comportamiento a Lazo Abierto del Reactor Aerobio	71
4.3 Caso de Estudio	72
4.3.1 Diagrama Esquemático del Proceso de Digestión Aerobio con Control	74
4.3.2 Simulaciones	75
4.4 Conclusiones	79
4.5 Referencias	80
5. Conclusiones Generales	81

Capítulo 1

Introducción General

El control automático de procesos se usa fundamentalmente para reducir el costo de operación de procesos industriales. La eliminación de errores de regulación es una contribución positiva del uso del mismo. El principio del control automático basado en retroalimentación de medidas para accionar un mecanismo de control es muy simple, teniendo como objetivo mantener variables importantes del proceso dentro de un valor deseado a través de medidas del valor existente, comparándolas y utilizando la diferencia para proceder a reducirla. Esto permite su empleo en una gran gama de campos, como procesos químicos y petroleros, así como en hornos para fabricación de aceros.

Para realizar lo anterior es necesario diseñar e implementar controladores que permitan alcanzar los objetivos operacionales del proceso en cuestión. Los controladores lineales, incluyendo el proporcional-integral (PI), son controladores dominantes en la mayoría de los procesos químicos industriales prácticos. Su popularidad se debe a su robustez en un amplio rango de condiciones de operación, la simplicidad de su estructura, la familiaridad de diseñadores y operadores con los algoritmos lineales, no es costosa su implementación y funcionan razonablemente bien en la mayoría de sistemas de control industriales. Aunque el controlador PI tiene dos parámetros de ajuste, no es fácil, sin un procedimiento sistemático, hallar buenos valores de ajuste. De hecho, una visita a una planta de procesos revelará que un gran número de controladores están sintonizados de manera inadecuada [1].

El sintonizado “Control de Modelo Interno” (de sus siglas en inglés IMC) se refiere a un conjunto de procedimientos de sintonizado basados en el principio del modelo interno. La idea básica detrás de

las metodologías de modelo interno es calcular un controlador y/o establecer sus valores con relación a una respuesta deseada formulada como un modelo dinámico. Sin embargo, es importante analizar que tan lejos se encuentran las reglas de sintonizado IMC de parámetros de sintonizado óptimos. Es decir, la idea fundamental es obtener un mejor comportamiento del sistema en estudio mediante dichos ajustes. Al realizar un adecuado sintonizado del controlador la respuesta del sistema se ve mejorada, en el sentido del rechazo a perturbaciones externas o a cambios de referencia en el sistema. Pero para esto el controlador requiere de hacer un esfuerzo muy grande para compensar las perturbaciones antes mencionadas. Por lo que para disminuir el esfuerzo de control en el sistema se puede hacer uso de esquemas de retroalimentación, que mediante el uso de mas variables de entrada permitan distribuir el esfuerzo de control. Recientemente, el problema de síntesis de controladores retroalimentados para procesos que emplean más entradas manipuladas que salidas controladas (es decir, sistemas rectangulares) han atraído la atención de la comunidad de control de procesos. La motivación esta en que las entradas de control adicionales estan comunmente disponibles en la práctica, por lo que pueden ser usadas para aligerar el esfuerzo de control por controladores de una entrada. Algunas estrategias han sido propuestas en la literatura de control de procesos. Henson *et al.* [2] han discutido sobre las características y desventajas de estas técnicas de control. Brevemente, estas técnicas incluyen control de posición de valvulas [3], control coordinado [4], control paralelo [5] y control óptimo H_∞ [6]. Henson *et al.* [2] remarcaron que el diseño de los procedimientos propuestos para técnicas posición de válvulas, coordinado y control paralelo son hechos para saturaciones muy particulares. Por otro lado, el control óptimo H_∞ tiene ciertos aspectos heurísticos ya que para obtener un control aceptable involucra un esfuerzo de diseño significativo, tal como la selección de funciones peso en el dominio de la frecuencia. En vista de lo anterior, Henson *et al.* [2] proponen una metodología sistemática de síntesis de controladores motivada por el sistema de control responsable de la regulación de la presión sanguínea. La idea principal es explotar las características específicas y objetivos operacionales de un proceso con dos tipos diferentes de variables manipuladas: (i) una lenta, del tipo económica, y (ii) una rápida, cara. El resultado final es el diseño de una metodología de control paralelo [2].

En este trabajo se propone una factorización para plantas lineales de una entrada-una salida (SISO). La idea es factorizar funciones de transferencia para plantas de multiple entrada-una salida en una arquitectura de control paralelo. La idea fundamental de este esquema de control propuesto es

básicamente hacer uso de más entradas de control manipuladas que salidas reguladas, llevando con esto a problemas de control rectangular. Existen varios procesos químicos que pueden ser controlados mediante dicha estrategia. Como ejemplos de algunos de ellos tenemos: (i) Reactores continuos del tipo tanque agitado (CSTR) donde la temperatura o composición son comunmente controladas mediante manipulaciones del flujo del medio enfriante. Sin embargo, la tasa de dilución del influente, la cual es también conocida como la inversa del tiempo de residencia, puede también ser manipulada como entrada de control complementaria para obtener un desempeño de control más satisfactorio. (ii) Procesos con recirculado, donde las variables de salida (es decir, temperatura, composición) pueden ser reguladas mediante la manipulación del tiempo de residencia y la tasa de recirculado, por ejemplo en procesos aerobios en el tratamiento de aguas residuales, o bien en un proceso de reactor/separador donde la temperatura y flujo de vapor se utilizan como variables manipuladas para regular la composición en los productos de la columna. Este trabajo se propone una estrategia de control retrolalimentado paralelo donde la idea es explotar el uso de dos entradas de control para regular una salida, y donde el sintonizado de los controladores resultantes es realizado mediante reglas de sintonizado IMC. Para estudiar el desempeño y limitaciones de la arquitectura de control propuesta se toman como casos de estudio para este trabajo un reactor continuo tipo tanque agitado (CSTR) y un reactor biológico aerobio.

1.1 Objetivos de la Tesis

En esta tesis el interés de investigación principal es estudiar un esquema de control de procesos paralelo que permita obtener un desempeño aceptable de reactores químicos y biológicos a pesar de perturbaciones externas y cambios de referencia en el sistema. Para realizar lo anterior debemos obtener un buen sintonizado de los controladores resultantes de la estructura de control y utilizar mediciones secundarias dentro de la estructura de control propuesta para mejorar y disminuir el esfuerzo de control. Con este fin, se proponen los siguientes objetivos:

- a) Analizar que tan cerca se encuentran las reglas de sintonizado IMC con parámetros de control óptimos PI/PID.
- b) Explotar el uso de dos entradas de control para regular una salida, dentro de un esquema de control retroalimentado con la finalidad de mejorar el comportamiento del sistema ante cambios de referencia y perturbaciones externas.
- c) Desarrollar una estrategia simple de control retroalimentado para plantas lineales de múltiple entrada-una salida y obtener la función de transferencia de cada entrada de control en una arquitectura de control paralelo.
- d) Ejemplificar el procedimiento de diseño de control en un reactor continuo tipo tanque agitado y un reactor biológico aerobio para tratamiento de aguas residuales.

1.2 Bosquejo de la Tesis

Esta tesis se divide en cinco capítulos. En el primero se realiza una descripción del contenido de la tesis, así como el planteamiento de los objetivos del trabajo. El segundo capítulo trata la optimización de las reglas de sintonizado de IMC. La idea fundamental es analizar que tan lejos se encuentran estos parámetros de sintonizado IMC de parámetros de control óptimos. En el tercero y cuarto se trata el diseño e implementación de un esquema de control paralelo en un reactor continuo tanque agitado y en un reactor aerobio con una corriente de recirculado, respectivamente. Finalmente el capítulo cinco hace referencia a los resultados obtenidos del trabajo de tesis.

1.2.1 Optimización de las Reglas de Sintonizado Control de Modelo Interno

Las reglas de sintonizado de IMC han demostrado producir propiedades de desempeño y robustez aceptables cuando se usan en el control de procesos típicos (columnas de destilación, reactores químicos, etc.). En general, las reglas analíticas de sintonizado IMC se derivan para compensadores PI/PID haciendo coincidir un modelo de proceso aproximado con un modelo de referencia de baja dimensión. En el caso de procesos con tiempo de retardo, se obtiene un modelo aproximado haciendo una aproximación finita-dimensional al operador de retardo por medio de expansiones de Padé o de Taylor.

En esta parte de la tesis se estudia la optimización de las reglas de sintonizado IMC en controladores PI para hacer coincidir el comportamiento prescrito de lazo cerrado (la respuesta del modelo de referencia) para algunos casos típicos que surgen en el control de procesos, incluyendo plantas de primer orden más tiempo de retardo. Para este fin, se calculan los ajustes óptimos por medio de optimización numérica basada en algoritmos de búsqueda aleatoria, encontrándose pequeñas desviaciones entre el sintonizado IMC y el óptimo para tiempos de retardo moderados. Sin embargo, se muestran desviaciones significativas para tiempos de retardo mayores, lo cual motiva el uso de técnicas de sintonizado basadas en optimización numérica para refinar los ajustes IMC.

1.2.2 Control Paralelo de Proceso Reactor Continuo de Tanque Agitado

Algunos procesos tienen grados de libertad adicionales para el diseño de controladores. Es decir, podemos encontrar más entradas manipuladas que salidas reguladas. El propósito del Capítulo 4 es proponer una factorización para un control paralelo de plantas lineales de una salida. La idea es factorizar las funciones de transferencia de la planta de múltiple entrada-una salida dentro de dos factores llamados: un factor estable y de fase no mínima y un posible factor estable de fase mínima. Mediante la adición de un filtro pasa bajas de dimensión conveniente, se puede obtener una factorización donde el factor de fase mínima tiene una inversa propia y estable. Una vez que la planta ha sido factorizada en esta forma, el método de síntesis de control propuesto está compuesto por los siguientes pasos: i) Regulación de la salida basada en el factor de fase no mínima; ii) Diseño de un divisor basado en un optimizador que calcula el valor correspondiente a las múltiples salidas, y iii) Inversión de los factores de la fase mínima. De esta forma, se obtiene la función de transferencia de

cada entrada de control en una arquitectura de control paralelo. Esto es, cada controlador se deriva por el mismo error de regulación a la salida. El resultado final es una metodología de diseño que es aplicada para una gran variedad de procesos rectangulares (ej. inestables, fase no mínima, etc.), y se puede extender al caso de más de dos entradas de control.

1.2.3 Control Paralelo de un Reactor Aerobio con una Corriente de Recirculado

El objetivo del Capítulo 4 es ilustrar la estrategia de control paralelo para plantas lineales de multiple entrada-una salida (MISO) en donde el esquema de control paralelo esta dirigido a mejorar las capacidades de rechazo a las perturbaciones del proceso controlado. Se utiliza una variable secundaria en el esquema para un rechazo efectivo en las perturbaciones del proceso biológico. De esta manera, el uso de la tasa de dilución recirculada como entrada de control secundaria es con la finalidad de distribuir y mejorar el esfuerzo de control.

1.3 Trabajos Publicados Derivados de la Tesis

- a) Jose Alvarez-Ramirez, Alejandra Velasco and Guillermo Fernandez-Anaya. *A Note on the Stability of Habituating Process Control*, Journal of Process Control., **2004**, 14, 939-945.
- b) Jose Alvarez-Ramirez, Rosendo Monroy-Loperena, Alejandra Velasco and Rafael Urrea. *Optimality of Internal Model Control Tuning Rules*, Ind. Eng. Chem. Res., **2004**, 43(24),7951-7958.
- c) Alejandra Velasco-Pérez and José Álvarez-Ramírez. *Algoritmo de Control Paralelo para un Reactor Aerobio con una Corriente de Recirculado*, Revista Mexicana de Ingeniería Química. Sometido Septiembre 2004.

1.4 Referencias

- [1] Skogestad S. Simple analytical rules for model reduction and PID controller tuning, *J. Process Control* **2003**, *13*, 291-309.
- [2] Henson M.A.; Ogunnaike B.A. and Schwaber J.S. Habituating Control strategies for process control, *AIChE J.* **1995**, *41*, 604-618.
- [3] Luyben W.L. *Process Modeling, Simulation and Control for Chemical Engineers*, Mc Graw Hill, New York, 1990.
- [4] Chia T.L. and Brosilow C.B. Modular multivariable control of a fractionator, *Hydrocarbon Processing* **1991**, *61*, June.
- [5] Balchen J.G. and Mimme K.I. *Process Control: Structures and Application*, Van-Nostrand Reinold, New York, 1998.
- [6] Williams S.J.; Hrovat D.; Davey C.; Maclay D.; Crevel J.W.V. and Chen L.F. Idle speed control design using an H_∞ approach, *Proc. Amer. Control Conf., Chicago*, 1992, 1950-1955.

Capítulo 2

Optimización de las Reglas de Sintonizado Control de Modelo Interno

2.1 Introducción

Un sintonizado tipo Control de Modelo Interno (de sus siglas en inglés IMC) se refiere a un conjunto de procedimientos de sintonizado basados en el principio del modelo interno. La idea básica detrás de las metodologías de modelo interno es calcular un controlador y/o establecer sus valores con relación a una respuesta deseada formulada como un modelo dinámico. De esta manera, el diseño IMC pertenece a la clase de control basado en modelos, cuyo origen se remonta a los métodos de sintonizado propuestos por Dahlin [1]. De hecho, el enfoque de sintonizado ha originado un gran flujo de investigación (ver, por ejemplo, O'Dwyer [2]). En el campo de control de procesos hay algunos trabajos sobre estas líneas de investigación, incluyendo el artículo de sintonizado IMC PI/PID de Rivera *et al.* [3], y las reglas de síntesis de sintonizado de Smith and Corripio [4]. Las guías de sintonizado IMC existentes para procesos típicos han sido investigadas por Chien y Fruehauf [5]. Algunos trabajos posteriores en sintonizado IMC se han enfocado al problema de refinación en los resultados clásicos del enfoque IMC. Por ejemplo, Horn *et al.* [6] proponen una mejora en el diseño de un filtro para el manejo de controladores de bajo orden con el propósito de proveer una efectiva mejora en el rechazo a perturbaciones.

Inspirado en el trabajo de Isaksson and Graebe, Skogestad [9] utiliza el esquema IMC para derivar

reglas para la reducción de modelos y sintonizado de controladores PI/PID. Las reglas de sintonizado IMC de Skogestad (SIMC abreviando) se derivan analíticamente, son sencillas y se trabajan en un rango muy amplio de procesos. Una característica sobresaliente es, ya que SIMC están dirigidas a controladores PI/PID, se deben obtener modelos de primer o segundo orden para el proceso. Para este fin, Skogestad ha propuesto un procedimiento simple basado en “regla-media” para obtener un modelo aproximado del proceso. El resultado es una aproximación del modelo de proceso de primero o segundo orden más un tiempo de retardo. Obtenida la aproximación del modelo de orden reducido, se calculan las ganancias del controlador PI/PID para ajustar la respuesta a lazo cerrado de la respuesta del modelo de referencia de primer o segundo orden.

Este procedimiento mejora el grupo simple de reglas de sintonizado analíticas PI/PID. En resumen, para la aproximación se involucra un procedimiento de reducción de modelo y se introduce otra aproximación durante el cálculo de los parámetros del control PI/PID. De hecho, el procedimiento de ajuste de la respuesta a lazo cerrado a la respuesta del modelo de referencia genera un controlador de dimensión infinita con una estructura de un predictor de Smith. A fin de obtener una estructura de control PI/PID, el operador del tiempo de retardo se desarrolla como primer orden (mediante aproximación de Taylor). Dadas estas dos fuentes de aproximación y el hecho que las reglas de sintonizado IMC están orientadas a ajustar la respuesta de un modelo de referencia preescrito, surge una pregunta muy natural hasta este punto: ¿Que tan lejos están las reglas de sintonizado SIMC del marco óptimo PI/PID? Mediante un marco óptimo queremos decir parámetros de control PI/PID que minimicen la distancia de la respuesta a lazo cerrado de la respuesta del modelo de referencia [10]. Este capítulo explora este problema mediante la comparación del marco SIMC con uno óptimo correspondiente a plantas típicas, incluyéndose procesos de primer orden con un integrador más tiempo de retardo. Se muestra que los métodos existentes para reducción de modelo y los procedimientos para sintonizar controladores PI/PID, uno de ellos siendo el método de Skogestad, proveen respuesta aceptable para la mayor parte de las condiciones. Sin embargo, las reglas de sintonizado IMC óptimo proveen una herramienta adicional para refinar los procedimientos analíticos a expensas de esfuerzos computacionales modestos.

2.2 Procedimiento de Sintonizado SIMC

Esta sección presenta una breve descripción del procedimiento de sintonizado IMC en controladores PI/PID como esta descrito por Skogestad [9] (para un procedimiento similar, ver Horn *et al.* [6] o Isaksson y Graebe [7]). El procedimiento sigue dos etapas:

- i) *Obtener un modelo aproximado de primer o segundo orden más retardo.* Los modelos de primero y segundo orden no son nada mas que una abstracción útil de las dinámicas actuales del proceso, y que tales modelos de orden reducido son convenientes para obtener reglas de sintonizado simples para controladores industriales PI/PID [7]. De esta forma, la primer etapa es diseñar un procedimiento para la reducción de modelos que contengan las principales características de los procesos.

Esto es, dada una planta descrita por

$$g_o(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{k \prod_j (-T_{o,j}^{inv} s + 1)}{\prod_i (\tau_{o,i} s + 1)} \exp(-\theta_o s) \quad (2.1)$$

donde $T_{o,j}^{inv}$'s son la inversa de las constantes de tiempo, $\tau_{o,j}$'s son las constantes de tiempo a lazo abierto ordenadas de acuerdo a su magnitud, y θ_o es el tiempo de retardo a lazo abierto, la primer etapa es obtener una aproximación de un modelo de primer o segundo orden $g(s)$ en la forma

$$g(s) = \frac{k}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \exp(-\theta s) \quad (2.2)$$

La regla media de Skogestad establece que la constante de tiempo más grande sea distribuida homogéneamente como un retraso, y que la constante de tiempo más pequeña sea retenida. Entonces para obtener un modelo de primer orden (es decir, $\tau_2 = 0$), se usa la siguiente relación es utilizada:

$$\tau_1 = \tau_{o,1} + \frac{\tau_{o,2}}{2}$$

y

$$\theta = \theta_o + \frac{\tau_{o,2}}{2} + \sum_{i \geq 3} \tau_{o,i} + \sum_j T_{o,j}^{inv} + \frac{h}{2}$$

donde h es el periodo de muestreo. Por otro lado, para obtener un modelo de segundo orden, usamos las relaciones

$$\tau_1 = \tau_{o,1} \quad (2.3a)$$

y

$$\tau_2 = \tau_{o,2} + \frac{\tau_{o,3}}{2} \quad (2.3b)$$

y

$$\theta = \theta_o + \frac{\tau_{o,3}}{2} + \sum_{i \geq 4} \tau_{o,i} + \sum_j T_{o,j}^{inv} + \frac{h}{2} \quad (2.3c)$$

Similar a la aproximación del modelo reducción propuesto por Isaksson y Graebe [7], las relaciones descritas arriba están orientadas a mantener ciertas propiedades de robustez de las reglas de sintonizado PI/PID. Esto es, al retener el polo dominante, el modelo reducido provee una cota superior de la magnitud de la planta.

ii) *Derivar los ajustes del controlador basados en el modelo.* El modelo aproximado (2.2) es el punto de partida para derivar las reglas de sintonizado SIMC. Un modelo de segundo orden lleva a un compensador PID y el modelo de primer orden produce un compensador PI. Debido a que la acción derivativa se utiliza menos en control de procesos, restringimos nuestro caso a un compensador PI. Mediante el uso de $y_{ref}(s)$ nos referimos al valor de referencia, las reglas de sintonizado SIMC se obtienen mediante la especificación de una respuesta de primer orden deseada, de la forma,

$$\frac{y_m(s)}{y_{ref}(s)} = \frac{1}{\tau_c s + 1} \exp(-\theta s) \quad (2.4)$$

la cual lleva al controlador

$$c(s) = \frac{\tau_1 s + 1}{k(\tau_c s + 1 - \exp(-\theta s))} \quad (2.5)$$

Nótese que $c(s)$ tiene la estructura de un compensador predictor Smith. Un compensador dimensional finito se obtiene cuando el operador de retardo $\exp(-\theta s)$ se aproxima mediante expansiones de Taylor alrededor de $\theta = 0$. En el caso SIMC, esto se realiza con expansiones de primer orden

$\exp(-\theta s) \approx 1 - \theta s$. De esta manera, se obtiene

$$c(s) = \frac{\tau_1}{k(\tau_c + \theta)} \left[1 + \frac{1}{\tau_1 s} \right]$$

llegando a un controlador PI con ganancia y tiempo integral dado por $K_c = \frac{\tau_1}{k(\tau_c + \theta)}$ y tiempo integral $\tau_I = \tau_1$. Para obtener una respuesta rapida con buena robustes, la recomendacion es la elecci3n de la constante de tiempo a lazo cerrado de $\tau_c = \theta$. Adicionalmente, para procesos dominados por un polo dominante con $\tau_1/\theta \gg 1$, se recomienda el tiempo integral modificado $\tau_I = 4(\tau_c + \theta)$. La regla de sintonizado SIMC resultante es

$$\begin{aligned} K_c &= \frac{1}{k} \frac{\tau_1}{2\theta} \\ \tau_I &= \min \{ \tau_1, 8\theta \} \end{aligned} \tag{2.6}$$

La etapa clave para obtener la regla de sintonizado SIMC (2.6) es el ajuste entre la respuesta de la planta y la respuesta del modelo (2.4). Sin embargo, como se discuti3 en la secci3n de introducci3n, se utilizan dos aproximaciones son utilizadas para llegar a las reglas SIMC finales: i) aproximaci3n del modelo de reducci3n (2.2) y ii) la expansion de Taylor $\exp(-\theta s) \approx 1 - \theta s$ para obtener una estructura de control PI. Tambi3n si la planta original $g_o(s)$ es un proceso de primer orden m3s tiempo de retardo, el modelo exacto de ajuste con una estructura de control PI no se puede obtener ya que el operador de tiempo de retardo $\exp(-\theta s)$ es la principal obstrucci3n. Sin embargo, sospechamos la existencia de par3metros de control 3ptimos PI $\{K_c^{opt}, \tau_I^{opt}\}$ que minimizan la distancia del proceso $y(t)$ a la respuesta del modelo $y_m(s)$. En la siguiente secci3n, se estudia la cercan3a de los par3metros SIMC (2.6) a par3metros 3ptimos PI. En otras palabras, ser3 explorada la optimalidad de las reglas de sintonizado SIMC (2.6).

2.3 Sintonizado 3ptimo PI

El objetivo de esta secci3n es describir la formulaci3n de un control 3ptimo PI. Se prefiere el dominio del tiempo que el dominio de la frecuencia porque el problema de optimizaci3n corresponde a encontrar ajustes 3ptimos entre trayectorias. Una realizaci3n en espacio de estados de la planta $g_o(s)$ lleva a un

controlador retardado PI $c(s) = K_c(1 + 1/\tau_I s)$ y se puede describir como sigue:

$$\begin{aligned}\dot{x}_t &= Ax_t + bK_c [e_{t-\theta} + \tau_I^{-1}z_{t-\theta}] \\ \dot{z}_t &= e_t \\ y_t &= Cx_t\end{aligned}\tag{2.7}$$

donde A , b , C son matr ices de dimensión conveniente, $e_t = y_{ref} - y_t$ es el error de regulación, y $y_t = Cx_t$ es la salida regulada. Para ser consistentes con la descripción del dominio de Laplace (2.1), se consideran las condiciones iniciales

$$x_t = 0 \text{ y } z_t = 0, \text{ para todo } t \in (-\theta, 0)\tag{2.8}$$

Por otro lado, la realización del estado espacio de la respuesta del modelo de primer orden (2.4) esta dada por

$$\dot{y}_{m,t} = -\tau_c^{-1}(y_{m,t} - y_{ref,t-\theta}^*)\tag{2.9}$$

con condiciones iniciales

$$y_{m,t} = 0 \text{ para } t = 0\tag{2.10}$$

donde

$$y_{ref,t}^* = \begin{cases} 0 & \text{si } t < \theta \\ y_{ref} & \text{si } t \geq \theta \end{cases}\tag{2.11}$$

El problema de sintonizado consiste en la selección de los parámetros del control PI $\{K_c, \tau_I\}$ tal que la trayectoria y_t sea lo más cercana posible a la respuesta deseada $y_{m,t}$. Tenemos que

$$\varepsilon_t = y_t - y_{m,t}$$

es el error de ajuste instantáneo. Tomaremos el error integral cuadrado (2-norma) $\|\varepsilon\|_2^2 = \int_0^\infty \varepsilon_t^2 dt$ para medir la distancia entre las trayectorias. El error integral cuadrado (de sus siglas en inglés, SIE) provee una medición absoluta de la cercanía de la trayectoria de respuesta y_t a la trayectoria del modelo $y_{m,t}$. Un SIE relativo se define por la comparación $\|\varepsilon\|_2^2$ de la distancia en la trayectoria

del modelo $y_{m,t}$ a la constante de referencia y_{ref} . Como $y_{m,0} = 0$, para $y_{ref} = 1$ tal que la distancia pueda ser calculada como $\int_0^\infty (y_{ref} - y_{m,t})^2 dt$. De ésta manera, la función objetivo es el error integral relativo (RSIE) dado por

$$J_2 \stackrel{def}{=} \frac{\|\varepsilon\|_2^2}{\int_0^\infty (y_{ref} - y_{m,t})^2 dt}$$

Resolviendo la ecuación (2.9), se obtiene

$$J_2 = \frac{2 \|\varepsilon\|_2^2}{\tau_c} \quad (2.12)$$

De esta manera, J_2 dá una medida de la velocidad de convergencia de la respuesta y un ajuste relativo de las trayectorias del modelo con respecto a la respuesta deseada por la constante de tiempo a lazo cerrado τ_c . Los parámetros del control óptimo PI $\{K_c, \tau_I\}$ se obtienen por la solución del siguiente problema de optimización no restringido:

$$\min_{\{K_c, \tau_I\}} J_2 \quad (2.13)$$

sujeto a las dinámicas (2.7)-(2.11). Debe tomarse en cuenta que la entrada del controlador PI es el error de regulación $e_t = y_t - y_{ref}$. El procedimiento de optimización se lleva a cabo en el error instantáneo $\varepsilon_t = y_t - y_{m,t}$ porque el diseño del control IMC corresponde a un problema de ajuste aproximado con respecto a la trayectoria deseada $y_{m,t}$. De hecho, se considera la minimización del ISE del ajuste en el error de modelado $y_t - y_{m,t}$ porque como se describe en los artículos de sintonizado IMC, los parámetros de control PI/PID se seleccionan para ajustar la respuesta del proceso controlado a la respuesta de un modelo interno (referencia). Encontrar una solución analítica al problema de optimización (2.13) no es tarea fácil. Por lo tanto, procedemos a usar técnicas numéricas. En un primer intento, tratamos con técnicas tradicionales de optimización basadas en la información del gradiente. Sin embargo, como los gradiente analíticos no estan disponibles, calcular los gradientes numéricamente (es decir, diferencias hacia atras) llevan a un desempeño muy pobre (acoplado a su extremo local) y tambien a inestabilidades. Por lo tanto se ha optado por técnicas de optimización heurísticas basadas en algoritmos de búsqueda aleatoria reportadas por Zabinsky [11]. Para este fin, se utilizo la siguiente aproximación numérica para las dinámicas (2.7)-(2.11):

- i) Las trayectorias y_t y $y_{m,t}$ se calcularon con un método Runge-Kutta de 4/5 orden. El paso de integración máximo fué de un valor alrededor de 0.001 veces la constante de tiempo dominante del proceso $g_o(s)$.
- ii) El cuadrado del error integral $\|\varepsilon\|_2^2$ se aproximó como $\int_0^T \varepsilon_t^2 dt$, para T suficientemente grande. Sugerimos usar $T = 100\tau_c$ con la finalidad de obtener completa la respuesta del sistema de control.

Respecto al procedimiento de sintonizado numérico descrito antes, se hacen los siguientes comentarios:

- En la práctica, es frecuente que la salida de referencia $y_{ref,t}$ sea conocida pero no constante, por ejemplo, cambios de referencia tipo rampa. En tales casos, podemos considerar el ajuste del error instantáneo como $\varepsilon_t = y_t - y_{ref,t-\theta}$, con $\varepsilon_t = 0$, para todo $t \leq \theta$.
- Aunque los algoritmos de búsqueda aleatoria son menos eficientes comparados con procedimientos basados en el gradiente, tienen la ventaja que: i) su implementación es muy sencilla, ya que requieren de un generador aleatorio portable, y ii) no se requiere información del gradiente. De esta manera, debe ser claro que al resolver el problema de optimización (2.13), buscamos una optimización computacional eficiente; mejor dicho, se busca una implementación fácil con estabilidad, la cual es generada por los algoritmos de búsqueda aleatoria [11].
- Buscamos la solución global al problema de optimización (2.13) sujeto a las dinámicas (2.7)-(2.11). Sin embargo, esta clase de problemas de optimización ésta comunmente plagada de mínimos locales. Para reducir la probabilidad de quedar anclado en un mínimo local, similar a los algoritmos genéticos, los algoritmos de búsqueda aleatoria propuestos por Zabinsky [11] usan i) muestreo aleatorio para exploración, los cuales examinan las características macroscópicas de la función objetivo, el uso es para identificar areas prometedoras en el espacio paramétrico, y ii) muestreo aleatorio recursivo para explotación, el cual se enfoca a las características microscópicas. Esto se lleva a cabo al efectuarse un muestreo aleatorio de números en el tiempo, moverse y reescalar la muestra e iniciar otro muestreo aleatorio en una nueva región. De esta manera, la probabilidad de escapar de un mínimo local se aumenta.

- Nótese que la complejidad computacional en el cálculo de un sintonizado óptimo PI/PID es significativamente alto cuando se compara con reglas de sintonizado analíticas. De hecho, el segundo puede ser utilizado in situ y requiere solo una calculadora manual. El calculo computacional requiere para correr un programa en algun lenguaje de computación estándar, el cual lo hace poco atractivo para usarlo en condiciones industriales. Sin embargo, con la ventaja de computadoras portátiles, se puede evitar tal inconveniente para los procedimientos de sintonizado basados en optimización.

2.4 Casos de Estudio

El objetivo de esta sección es ilustrar los efectos de la aproximación del operador tiempo de retardo y el proceso de reducción del modelo en el desempeño del controlador PI sintonizado con reglas SIMC.

2.4.1 Procesos de Primer Orden más Tiempo de Retardo

A continuación, se compara el sintonizado SIMC (2.6) con el sintonizado óptimo calculado para resolver (numéricamente) el problema de optimización (1.13), para procesos de primer orden mas tiempo de retardo. La idea es mostrar los efectos de la aproximación del operador de tiempo de retardo $\exp(-\theta s) \approx 1 - \theta s$ en la optimización del sintonizado PI. Además, los modelos de primer orden más tiempo de retardo se utilizan con mayor frecuencia en la práctica para aproximar la dinámica de procesos de alto orden y para sintonizar controladores PI. Dado que $g(s) = \frac{k}{\tau_1 s + 1} \exp(-\theta s)$, e introduciendo el cambio de variable $\tau_1 s \rightarrow s$ los resultados normalizados pueden ser obtenidos mediante el uso de las siguientes variables reducidas:

$$\begin{aligned}
 \theta_r &= \theta / \tau_1 \\
 K_{c,r} &= k K_c \\
 \tau_{I,r} &= \tau_I / \tau_1 \\
 \tau_{c,r} &= \tau_c / \tau_1
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

de tal forma que el proceso normalizado pueda se expresa como $g(s) = \frac{1}{s+1} \exp(-\theta_r s)$. De ésta manera, el tiempo de retardo reducido θ_r es el único parámetro de la planta y la constante de tiempo reducida a lazo cerrado $\tau_{c,r}$ es el único parámetro del controlador. Además estamos siguiendo las recomendaciones de Skogestad para el valor τ_c , teniendo que $\tau_{c,r} = \theta_r$. De esta manera, el tiempo de retardo reducido θ_r es el único parámetro libre.

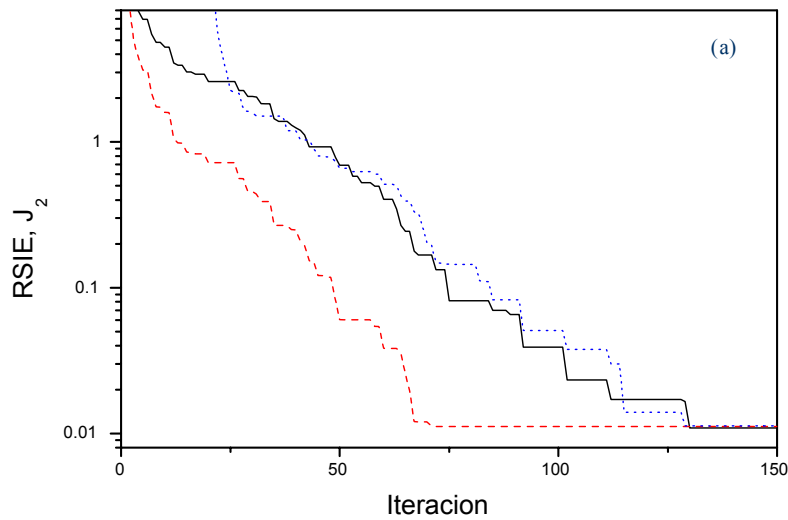


Figura 2.1 Evolución del RSIE J_2 para tres condiciones iniciales diferentes de $K_{c,r}$.

La *Figura 2.1(a)* muestra el retrato fase $(K_{c,r}, \tau_{I,r})$ que corresponde a la evolución del RSIE descrita anteriormente.

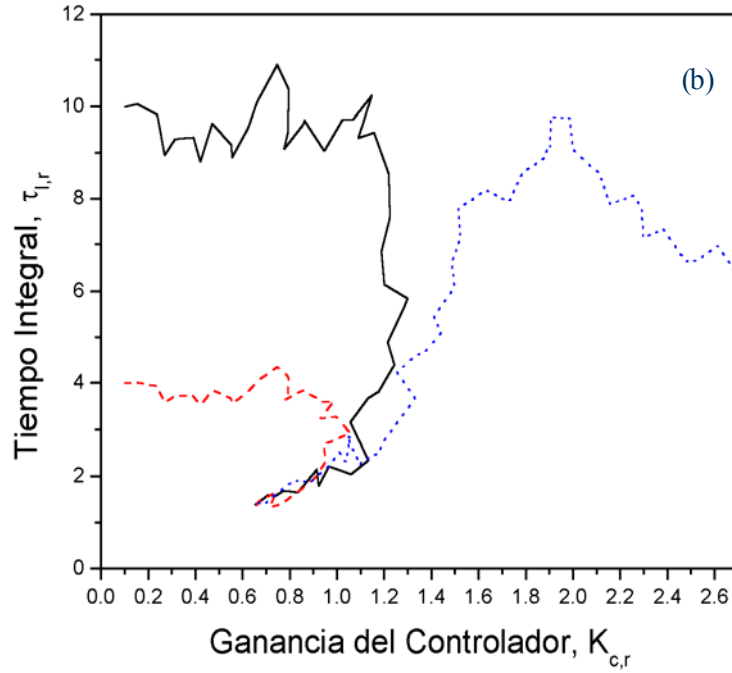


Figura 2.1 Evolución del RSIE J_2 para tres condiciones iniciales diferentes de $K_{c,r}$.

Para $\theta_r = 1$ y $y_{ref} = 1$, la *Figura 2.1(b)* muestra la evolución del RSIE J_2 para tres condiciones iniciales diferentes $K_{c,r}$. Como una consecuencia de la búsqueda aleatoria, el RSIE muestra intervalos constantes y decrementos. Notese que todas las trayectorias convergen en el mismo punto $K_{c,r} = 0.725$ y $\tau_{I,r} = 1.623$, el cual es considerado como el ajuste óptimo. Se debe enfatizar que el ajuste SIMC (2.6) se ha tomado como la suposición inicial, la cual lleva a la convergencia alrededor de 200 iteraciones. El algoritmo de búsqueda aleatoria se ha implementado en una Pentium III, y cada corrida dura alrededor de un minuto.

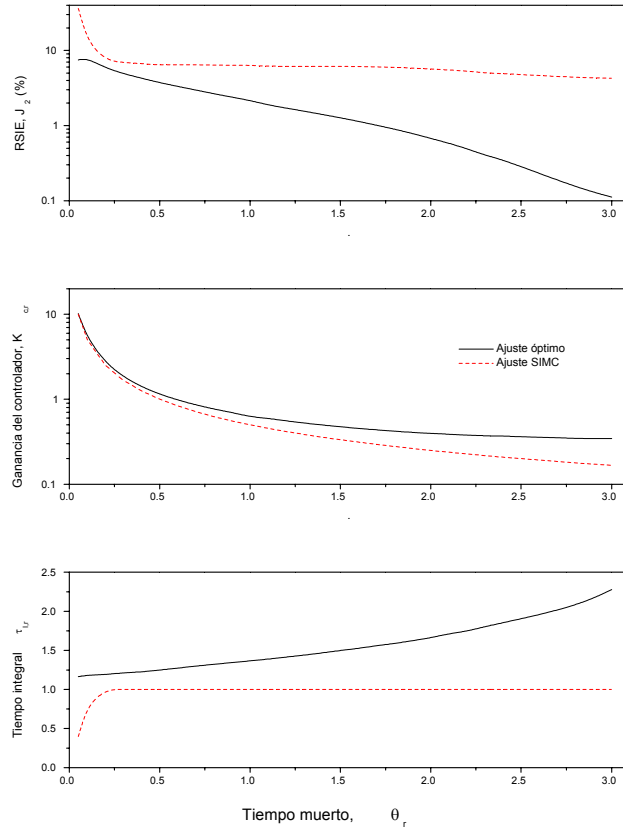


Figura 2.2 Ajuste óptimo $\{K_c^{opt}, \tau_I^{opt}\}$ y el valor correspondiente de RSIE J_2 como función del tiempo de retardo θ_r para el proceso de primer orden.

La *Figura 2.2* muestra el ajuste óptimo $\{K_{c,r}^{opt}, \tau_{I,r}^{opt}\}$ y el correspondiente RSIE J_2^{opt} óptimo como una función del tiempo de retardo reducido. Nótese que en los gráficos correspondientes a J_2^{opt} y $K_{c,r}$, se ha utilizado escala semilogarítmica para una mejor visualización. Se encuentra un desempeño similar para θ_r pequeño, el cual puede corresponder a un tiempo de retardo pequeño o a una constante de tiempo τ_1 grande. El último caso se puede ver como un proceso que se comporta de manera aproximada a un proceso con un integrador [12]. Se puede observar lo siguiente:

- i) Respecto al ajuste SIMC, el ajuste óptimo se obtiene aumentando la ganancia del controlador K_c y el tiempo integral τ_I . Esto es, el ajuste óptimo produce una ganancia del controlador y un tiempo integral mayor que el ajuste SIMC.
- ii) A medida que aumenta el tiempo de retardo θ_r el RSIE J_2^{opt} decae más rápido que el RSIE correspondiente al sintonizado SIMC. Esto muestra que se espera cierto aumento en el desempeño para tiempos de retardo grandes. Notese que para valores relativamente grandes del tiempo de retardo reducido ($\theta_r > 0.75$) la ganancia integral $K_{I,r} = K_{c,r}^{opt} / \tau_{I,r}^{opt}$ es muy similar para los dos ajustes (ver *Figura 2.3*). Esto es porque para el retardo del proceso dominante, el compensador óptimo PI es esencialmente un control integrador puro.

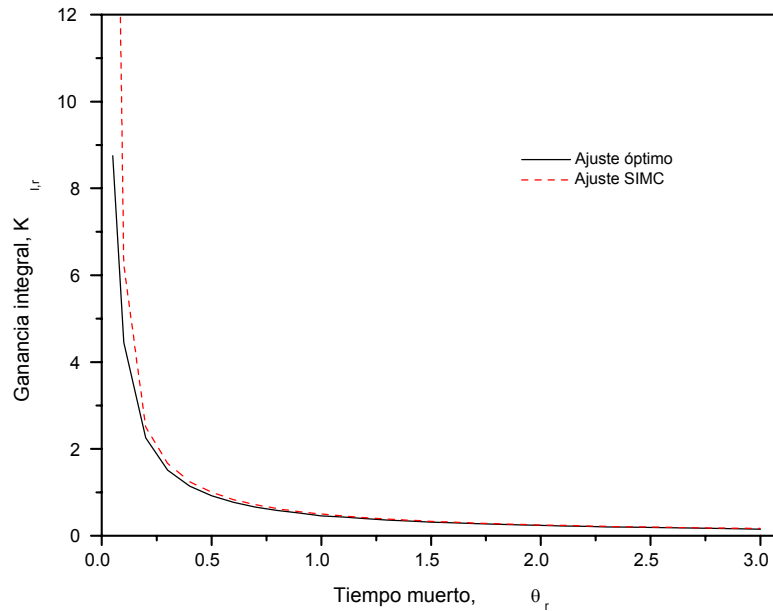


Figura 2.3 Ganancia integral reducida $K_{I,r}$ correspondiente a los ajustes de la Figura 2.2

- iii) Para $\theta_r > 0.125$, el RSIE de ambos ajustes es menor que el 10%. Para $\theta_r > 1.5$, el RSIE para el ajuste óptimo es menor de 1% y alrededor de 7% para el ajuste SIMC. Esto significa que el sintonizado SIMC y el sintonizado óptimo deben dar un desempeño similar.
- iv) Para $\theta_r < 0.125$, el ajuste SIMC produce un RSIE alrededor del 40%, mientras que el ajuste óptimo da un RSIE alrededor del 10%. Nótese que este desempeño puede corresponder a un proceso que se comporta como un integrador. En esta situación, el tiempo integral para el ajuste SIMC se reduce a fin de mejorar la respuesta a perturbaciones, la cual como se muestra en la *Figura 2.2*, muestra un deterioro de la respuesta al seguimiento de la referencia medida por J_2 .

Excepto para tiempos de retardo relativo pequeño $\theta_r = \theta/\tau_1$, con el ajuste óptimo no se obtiene mejora significativa en el desempeño del control, representada por el RSIE J_2 . De esta manera, se concluye que la aproximación del tiempo de retardo $\exp(-\theta s) \approx 1 - \theta s$ no introduce degradación significativa al desempeño del control PI, así que las reglas de sintonizado SIMC dadas por (2.6) pueden considerarse aceptablemente cercanas al ajuste óptimo. Esto se ilustra en la *Figura 2.4* la cual presenta la respuesta del proceso bajo los ajustes óptimo y SIMC para un cambio de referencia escalón en $t = 0$ y una perturbación en $t = 10$.

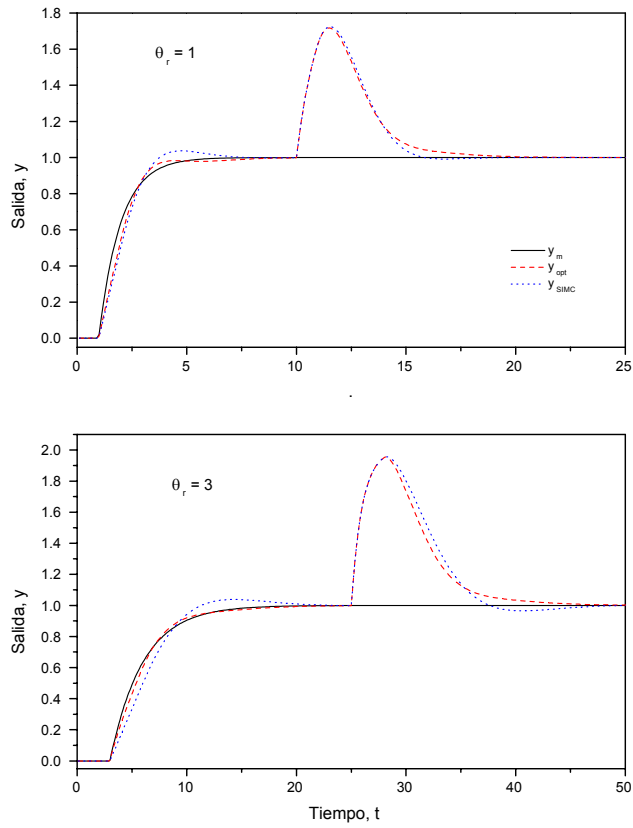


Figura 2.4 Respuesta de la salida del proceso bajo los ajustes óptimos y SIMC para el proceso de primer orden con retardo.

De hecho, se encuentran diferencias marginales entre las respuestas óptima y SIMC para $\theta_r = 1$ y $\theta_r = 3$, también en el caso de perturbaciones externas, mostrándose que para procesos de primer orden más tiempo de retardo el compensador PI sintonizado con reglas SIMC es bastante aceptable comparado con el ajuste óptimo PI aún en la presencia de perturbaciones externas.

2.4.2 Procesos de Orden Mayor

Una segunda aproximación es el proceso de reducción del modelo, el cual convierte un proceso de orden mayor en un modelo de primer o segundo orden. Para ilustrar esto, se utiliza el siguiente proceso de 7^o orden [9]:

$$g_o(s) = \frac{(-0.3s + 1)(0.08s + 1)}{(2s + 1)(s + 1)(0.4s + 1)(0.2s + 1)(0.05s + 1)^3} \quad (2.15)$$

Este proceso es interesante porque contiene polos lentos y rápidos (de 100 a 0.5), y ceros de fase mínima y no mínima. La regla T3 de Skogestad [9] produce la aproximación

$$\frac{0.08s + 1}{0.2s + 1} \approx \frac{1}{0.12s + 1}$$

y la regla media (2.2) genera un proceso de primer orden más tiempo de retardo con $k = 1$, $\theta = 1.47$ y $\tau_1 = 2.5$. En este caso, la regla SIMC (2.6) da $K_c^{SIMC} = 0.85$ y $\tau_I^{SIMC} = 2.5$. Por otro lado, los resultados del ajuste óptimo son $K_c^{opt} = 1.009$ y $\tau_I^{opt} = 1.28$. La *Figura 2.5a* muestra que al menos para este proceso de orden mayor, las reglas de sintonizado óptimo basadas en el modelo original de 7^o orden no proporciona una mejora significativa en el desempeño con respecto a las reglas de sintonizado SIMC basadas en un modelo de orden reducido de primer orden más tiempo de retardo.

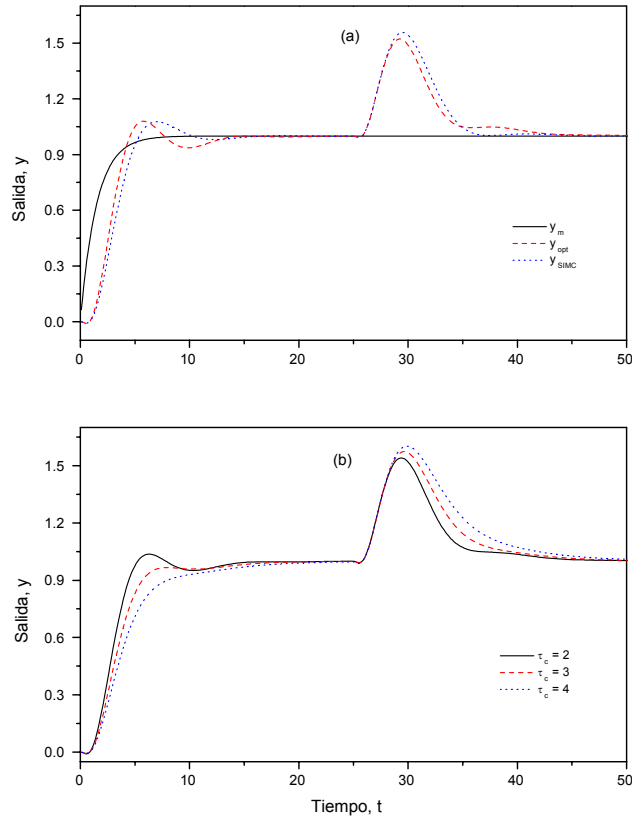


Figura 2.5 (a) Respuesta del proceso controlado (2.15) bajo los ajustes de control PI óptimos y SIMC. (b) Respuesta del proceso controlado (2.15) bajo los ajustes óptimos para diferentes valores de la constante de tiempo a lazo cerrado τ_c .

Esto es lo que se podría esperar a partir de los cálculos hechos para el proceso de primer orden más tiempo de retardo de la subsección anterior. De hecho, para éste caso se tiene el retardo normalizado $\theta_r = 0.588$, para el cual no se obtiene una mejora significativa en el desempeño del control representado por el RSIE J_2 , con el ajuste óptimo (ver *Figura 2.2*). Este ejemplo es representativo en el sentido en que se han resuelto todos los casos reportados en la Tabla 4 de Skogestad [9], encontrando resultados

similares. De esta manera, se puede concluir que las reglas de sintonizado SIMC ofrecen procedimientos para un fácil sintonizado PI/PID con respuesta y con márgenes de robustez aceptables. Lo anterior puede se atribuye a los siguientes hechos:

i) La retención de los polos dominantes proporciona una cota superior de las escalas dominantes de tiempo del proceso, lo cual es crucial para un desempeño robusto a bajas frecuencias, y

ii) La agregación de los polos rápidos y ceros de respuesta inversa al tiempo de retardo efectivo θ y la selección de la constante de tiempo de lazo cerrado τ_c no mayor que θ proporciona una protección contra dinámicas inestables de alta frecuencia. Esto es, el controlador PI es diseñado de manera que el proceso controlado no sea más rápido que la dinámica efectiva retrasada del proceso.

Observe que tanto el sintonizado óptimo y el SIMC producen una respuesta a lazo cerrado con un sobretiro significativo alrededor del 15%, lo cual puede ser por la presencia de un cero en el lado derecho (respuesta inversa). Se pueden obtener tiempos de asentamiento aceptables probando con constantes de tiempo de lazo cerrado más grandes. De hecho, la *Figura 2.5b* muestra la respuesta del proceso controlado bajo un ajustes óptimos para tres diferentes valores de la constante de tiempo de lazo cerrado τ_c , para un cambio de referencia unitario en $t = 0$ y una perturbación en $t = 10$. Se observa que mientras mayor sea el valor de τ_c , el bajotiro es menos severo y la respuesta de salida es más lenta. De esta manera, con este ejemplo se muestra como se pueden usar los procedimientos de diseño óptimos basados en técnicas de optimización numéricas para refinar ajustes de control PI obtenidos a partir de simples reglas analíticas IMC.

Hasta ahora, solo hemos considerado las reglas de sintonizado IMC reportadas por Skogestad [9]. Sin embargo, las reglas de sintonizado analíticas basadas en procedimientos de reducción de modelos han sido reportadas por Isaksson and Graebe [7]. Se considera el proceso de 3^{er} orden

$$g_o(s) = \frac{-2s + 1}{(s + 1)^3} \quad (2.16)$$

Este caso es más severo que el proceso (2.15). De hecho, el proceso (2.16) tiene un cero de fase no mínima en +0.5, el cual esta más cercano al origen que el polo dominante localizado en -1. Tal situación impone una limitación seria en el desempeño del proceso controlado [13]. Para este proceso, se puede obtener un modelo de primer orden más tiempo de retardo con $\tau_1 = 1.5$ y $\theta = 3.5$. El

sintonizado IMC del método de Isaksson and Graebe es $K_c = 0.36$ y $\tau_I = 2.0$.

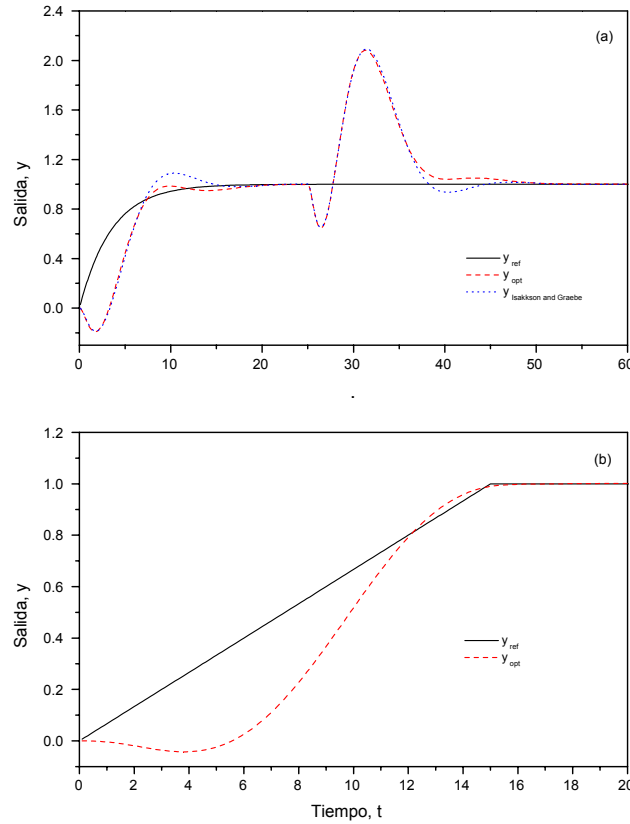


Figura 2.6 Respuesta del proceso controlado (2.16) bajo el sintonizado de Isaksson y Graebe y el óptimo con τ_c 3.5; (b) sintonizado óptimo PI para referencia en forma de rampa.

La *Figura 2.6a* muestra el tiempo de respuesta bajo la acción de un cambio de referencia y una perturbación, para este sintonizado y para el óptimo. En este caso, $\theta_r = 2.333$ así que se puede obtener una mejora moderada en el desempeño con el ajuste PI óptimo lo cual se refleja en un menor sobredisparo en la respuesta al cambio escalón en el valor de referencia y una buena compensación de la perturbación.

Hemos considerado el sintonizado IMC cuando la respuesta deseada satisface un modelo interno de primer orden. Frecuentemente, la respuesta deseada esta dada como una trayectoria de referencia explícita $y_{ref}(t)$. En éste caso, el problema de optimización se puede plantear como minimización del ISE, donde el error instantaneo está dado por $\varepsilon_t = y_t - y_{ref,t}$. Para ilustrar ésto, se considera un cambio de referencia en forma de rampa

$$y_{ref}(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ 15^{-1}t & \text{si } 0 \leq t \leq 15 \\ 1 & \text{si } t > 15 \end{cases}$$

En éste caso, el ajuste óptimo es $K_c = 0.432$ y $\tau_I = 2.65$. La *Figura 2.6b* presenta la respuesta del sistema controlado, mostrando que no es posible el seguimiento cercano de la trayectoria de rampa con un controlador PI (óptimo) debido a la presencia del cero inestable localizado en $+0.5$. Sin embargo, se elimina el bajotiro mientras que se logra la convergencia al valor de referencia sin sobretiro. Este ejemplo ilustra como se pueden extender las metodologías IMC para considerar situaciones de sintonizado PI/PID más generales por medio de técnicas de optimización numérica.

Sintonizado PI/PID con restricciones

De hecho, se debe realizar una exploración al sintonizado PI/PID incorporando restricciones en el desempeño (sobretiro máximo) y en la entrada de control (saturación en la entrada de control). Para ilustrar ésto, considerar el proceso $g(s) = \exp(-s)/(s + 1)$ sujeto a la restricción en la entrada de control (ver, por ejemplo, Cominos and Munro [8]):

$$\left| \frac{du}{dt} \right| \leq 0.5 \tag{2.17}$$

Esto es, la tasa de cambio de la entrada de control no puede ser más grande que 0.5, lo cual puede reflejar restricciones impuestas por la dinámica del actuador (válvulas, equipo de transferencia de calor, etc.) Para incorporar esta restricción se aproxima la derivada temporal mediante una diferencial hacia atrás de primer orden, de tal forma que la restricción (2.17) se aproxima como $|u_t - u_{t-T}| \leq 0.5T$, donde T puede interpretarse como el paso de integración o el período de muestreo utilizado. El ajuste SIMC que no considera la entrada de control restringida, es $K_c = 0.5$ y $\tau_I = 1$. Por otra parte, el

ajuste óptimo obtenido refinando este ajuste SIMC es $K_c = 0.56$ y $\tau_I = 1.57$.

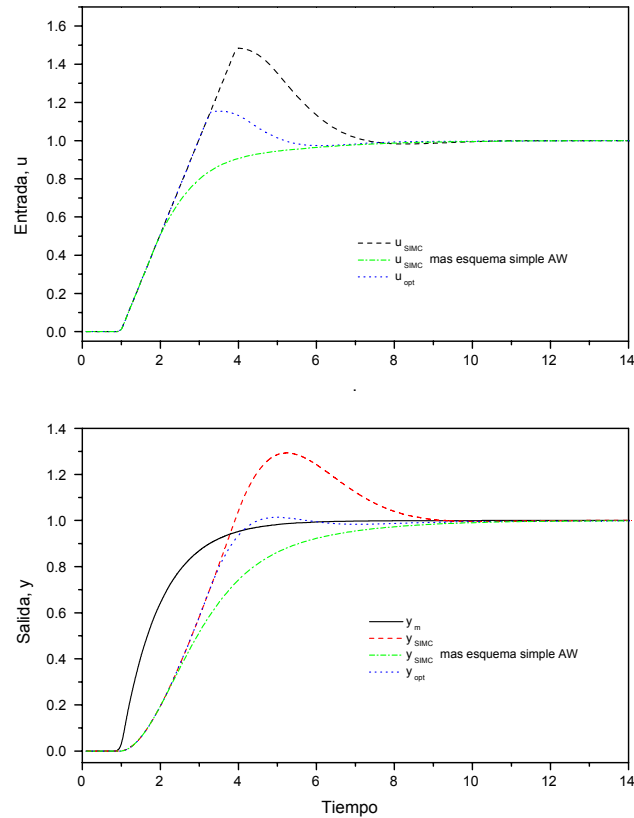


Figura 2.7 Dinámica de la respuesta de salida y entrada de control para los ajustes SIMC y óptimo (con y sin esquema AW) para el proceso de primer orden bajo la restricción (2.17).

La *Figura 2.7* presenta la respuesta de salida y la dinámica de la entrada de control para los ajustes SIMC y óptimos. Observamos que el ajuste SIMC conduce a un sobretiro severo inducido por el tiempo integral tan pequeño $\tau_I = 1$. Un sobredisparo grande es debido a windup, y puede ser reducido de manera significativa si se emplea un esquema anti-windup (AW). Esto se muestra en la *Figura 2.7* para el ajuste SIMC equipado con un esquema AW que detiene la integración mientras la restricción esta activa. De manera similar pero ligeramente más rápida es la respuesta obtenida del

ajuste óptimo sin el uso de un esquema AW.

El ajuste óptimo produce un comportamiento más suave con casi 50% menos en el RSIE, porque el controlador PI ha sido ligeramente desintonizado aumentando tanto la ganancia del controlador y el tiempo integral. En este ejemplo se muestra que resintonizar los ajustes analíticos IMC puede conducir a mejoras significativas en el desempeño del sistema cuando están presentes o se imponen restricciones difíciles al sistema de control

De manera particular, las acciones correctivas adicionales como los esquemas AW, pueden incorporarse dentro del esquema de optimización sin generar una complejidad computacional adicional. De manera similar al método propuesto por Panagopoulos *et al.* [10], la técnica de optimización numérica, ya sea en el dominio del tiempo o de la frecuencia, es una estructura confiable para extender los resultados existentes en reglas analíticas de sintonizado IMC. De hecho, se ha mostrado que los procedimientos analíticos de reducción del modelo y sintonizado PI/PID, siendo uno de ellos el de Skogestad da una respuesta aceptable para la mayoría de las condiciones. Sin embargo, el sintonizado óptimo IMC proporciona una herramienta adicional para refinar los ajustes analíticos a expensas de una complejidad y esfuerzo computacionales modestos.

2.5 Conclusiones

Se estudió la optimización de las reglas de sintonizado IMC para ajustar la respuesta de un modelo de referencia. Se mostró que, para un gran intervalo de tiempo de retardo, la expansión del operador de tiempo de retardo $\exp(-\theta s) \approx 1 - \theta s$ no limita seriamente el desempeño de los controladores PI sintonizados con reglas IMC. Por otro lado, los procedimientos heurísticos de reducción de modelo, similares a la regla media para obtener procesos de primer o segundo orden funcionan bien debido a que proporcionan al controlador PI/PID protección contra dinámicas de alta frecuencia inducidas por tiempos de retardo reales y dinámicas de respuesta inversa. Aunque las reglas de sintonizado analíticas IMC dan un desempeño industrial aceptable para una gran variedad de plantas, los procedimientos basados en la optimización son reglas heurísticas (búsqueda aleatoria, algoritmos genéticos, etc.) que pueden ofrecer un mejor sintonizado de control PI con un mínimo de esfuerzo computacional bajo condiciones de coincidencia de modelo no consideradas por los métodos analíticos de sintonizado IMC.

2.6 Referencias

- [1] Dahlin E.G. Designing and tuning digital controllers, *Inst. Contr. Syst.* **1968**, *41*, 77-81.
- [2] O'Dwyer A. Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules, *World Scientific Publishing*, Singapore, 2003.
- [3] Rivera D.E.; Morari M.; Skogestad S. Internal model control 4. PID controller design. *Ind. Eng. Chem. Res.* **1986**, *25*, 252-265.
- [4] Smith C.A.; Corripio A.B. *Principles and Practice of Automatic Process Control*, John Wiley & Sons, New York, 1985.
- [5] Chien I.L.; Fruehauf P.S. Consider IMC tuning to improve controller performance. *Chem. Eng. Progress* **1990**, 33-41.
- [6] Horn C.C.; Arulandu C.J.; Gombas C.J.; Van Antwerp J.D.; Braatz R.D. Improved filter design in internal model control, *Ind. Eng. Chem. Res.*, **1996**, *35*, 3437-3441.
- [7] Isaksson A.J.; Graebe S.F. Analytical PID parameter expression for higher order systems, *Automatica*, **1999**, *35*, 1121-1130.
- [8] Cominos P.; Munro N. PID controllers: recent tuning methods and design to specification, *IEE Proc.-Control Theory Appl.*, **2002**, *149*, 46-53.
- [9] Skogestad S. Simple analytical rules for model reduction and PID controller tuning. *J. Process Control* **2003**, *13*, 291-309.
- [10] Panagoupulus, H.; Astrom, K.J.; Hagglund, T. Design of PID controllers based on constrained optimization, *IEE Proc.-Control Theory Appl.*, **2002**, *149*, 32-40.
- [11] Zabinsky Z.B. Stochastic methods for practical global optimization, *J. of Global Optimization*, **1998**, *13*, 433-444.
- [12] Tyreus B.D.; Luyben W.L. Tuning PI controllers for integrator/dead time processes, *Ind. Eng. Chem. Res.* **1992**, *31*, 2628-2631.

- [13] Astrom K.J.; Hagglund T. *PID controllers: Theory, design and tuning*, Instrument Society of America, North Carolina, 1995.

Capítulo 3

Control Paralelo de un Reactor Continuo de Tanque Agitado

3.1 Introducción

Muchos procesos tienen grados de libertad adicionales para el diseño del control. Esto es, encontrar que hay más entradas manipuladas que salidas reguladas, lleva a un problema de control rectangular. Dos ejemplos en la práctica son: i) Reactor continuo tipo tanque agitado (CSTR) donde la temperatura del reactor o composición son comúnmente controladas manipulando el flujo enfriante. Sin embargo, la tasa de dilución del reactor (su inversa es conocida como tiempo de residencia), se puede manipular como entrada de control complementaria para obtener un desempeño de control más satisfactorio [1]. ii) Procesos con recirculación, donde las variables de salida (ej., temperatura, composición) pueden ser reguladas manipulando ambas, el tiempo de residencia y la tasa de recirculado. Tal es el caso de los procesos para el tratamiento de aguas residuales [2]. Podemos explotar la estructura de control rectangular para diseñar controladores redundantes trabajando como una estructura de control paralelo, la cual, bajo una perturbación muy grande y con saturaciones en la entrada de control, puede proveer una operación del proceso más suave y segura que su contraparte no redundante.

En principio, una estrategia de control retroalimentado dentro de una estructura en paralelo permite un sistema a lazo cerrado con acciones de control y desempeño mejorado. Recientemente, el problema de síntesis de controladores retroalimentados para procesos que emplean más entradas ma-

nipuladas que salidas controladas (es decir, sistemas rectangulares) han llamado la atención de la comunidad de control de procesos.

La motivación es que las entradas de control adicionales están comunmente disponibles en la práctica, por lo que se pueden utilizar para aligerar el esfuerzo del control por los controladores de una entrada. Algunas estrategias se han propuesto en la literatura de control estandar. Henson *et al.* [3], han discutido sobre las características y desventajas de estas técnicas de control. Brevemente, estas técnicas incluyen control de posición de válvulas [1], control coordinado [4], control paralelo [5] y control óptimo H_∞ [6].

Henson *et al.* [3], remarcaron que el diseño de los procedimientos propuestos para técnicas de posición válvula, coordinado y control paralelo son hechos para saturaciones muy particulares. Por otro lado, el control óptimo H_∞ tiene ciertos aspectos heurísticos, ya que para obtener un control aceptable se necesita un esfuerzo de diseño significativo, tal como la selección de funciones peso en el dominio de la frecuencia. En vista de lo anterior, Henson *et al.* [3], proponen una metodología sistemática de síntesis de controladores motivada por el sistema de control responsable de la regulación de la presión sanguínea.

La idea es explotar las características específicas y objetivos operacionales de un proceso con dos tipos diferentes de variables manipuladas: i) una lenta, del tipo económica, ii) una rápida, pero cara. El resultado final es el diseño de una metodología de control paralelo [5].

Los resultados anteriores constituyen un importante avance para el entendimiento de las dinámicas de sistemas rectangulares y el diseño de controladores retroalimentados para procesos con más entradas de control que salidas reguladas. En particular, la estrategia de control paralelo ofrece un marco de diseño sistemático para controladores redundantes [3]. Además, las estrategias de control paralelo reportan importantes ventajas sobre controladores hechos para saturaciones muy particulares. Por ejemplo, i) la derivación de una metodología general a pesar de la dinámica de la planta (ej. fase no mínima, inestable, etc.), ii) extensión para plantas con más de dos entradas de control.

3.2 Control Paralelo de Procesos

Notación. La siguiente notación se utiliza en lo que sigue. Tenemos que $\deg(P(s))$ denota el grado del polinomio $P(s)$, y $rdeg(G(s))$ es el grado relativo de la función de transferencia $G(s)$. Los símbolos C^+ y C^- (\bar{C}^+ y \bar{C}^-) representa la mitad derecha abierta (cerrada) y la mitad izquierda del semiplano complejo, Π se usa para denotar el eje imaginario y Π_{-0} denota el eje imaginario excepto el origen (ej. $\Pi_{-0} = \Pi - \{0\}$). Esto nos dice que un polinomio $P(s)$ es estable o Hurwitz si todas sus raíces son localizadas en C^- .

La aplicación de la estructura de control en paralelo es importante cuando una de las entradas de control tiene una dinámica de fase no mínima, por lo que el uso de una entrada de control secundaria con “menos” componentes de fase no mínima puede aliviar el esfuerzo de control que cuando se usa solamente la primer entrada de control. En terminología de la teoría de control paralelo [3], la entrada de control primario es lenta y no cara, mientras que la entrada de control secundario es rápida pero cara. De esta forma, se considera la siguiente planta de dos entradas y una salida (TISO) posiblemente conteniendo ceros en el plano complejo izquierdo y retardos a la entrada:

$$y(s) = G_1(s)u_1(s) + G_2(s)u_2(s) \quad (3.1)$$

donde

$$G_i(s) = \frac{N_i(s)}{D_i(s)} \exp(-h_i s), \quad i = 1, 2 \quad (3.2)$$

Tenemos que y_d es la salida de operación deseada (estado estacionario), y tenemos que $e = y_d - y$ es el error de regulación. El problema de control consiste en el diseño de un controlador retroalimentado

$$u(s) = C(s)e(s) \quad (3.3)$$

para asegurar la estabilidad de la planta controlada

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = y_d \quad (3.4)$$

donde $u = (u_1, u_2)^T$ y $C(s) = (C_1(s), C_2(s))$.

Esto muestra que, como la planta (3.1) tiene un grado de libertad para el diseño del control, hay algunos controladores $C_1(s)$ y $C_2(s)$ que dan la misma dinámica de salida. A continuación, se propone un procedimiento de síntesis de un controlador simple, el cual introduce una restricción en el diseño del control para obtener un problema de control regular. El algoritmo de síntesis del controlador se basa en una factorización [8].

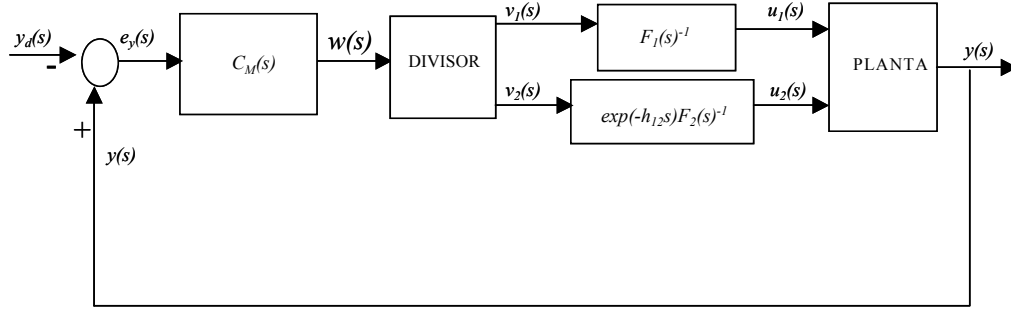


Figura 3.1 Diagrama esquemático de la arquitectura de control paralelo propuesta.

Específicamente, el procedimiento de obtener un controlador en paralelo para la planta consiste en cuatro pasos (ver *Figura 3.1*): (a) factorización de la función de transferencia de la planta en su fase mínima y factores de fase no mínima, (b) cálculo del controlador maestro del factor de fase no mínima, (c) uso de un problema de optimización para obtener un divisor de entrada, y (d) inversa de los factores de fase mínima para obtener las entradas de control actuales. Estos pasos se describen como sigue:

(1) Factorización. En el primer paso, se procede a calcular la factorización de la planta (3.1). Suponer que $h_1 \geq h_2$, y tenemos $h_{12} = h_1 - h_2$. Tenemos $N_i^+(s)$ es el factor de fase no mínima del numerador $N_i(s)$ calculado en la forma que

$$N_i^+(0) = 1 \quad (3.4a)$$

La condición (3.4a) se puede satisfacer sólo si el polinomio $N_i(0) \neq 0$. El polinomio $N_i^+(s)$ contiene todos los ceros del lado derecho (incluyendo aquellos en el eje imaginario Π) para la función de

transferencia $G_i(s)$. De esta forma, $N_i^-(s)$ es el factor de fase mínima de $N_i(s)$, tal que

$$N_i^+(s)N_i^-(s) = N_i(s), \quad (3.1)$$

y

$$\frac{N_i^-(0)}{D_i(0)} = G_i(0)$$

que es, la factorización de $N_i^+(s)N_i^-(s) = N_i(s)$ y es seleccionada para mantener la ganancia en estado estacionario $G_i(0)$ de la función de transferencia $G_i(s)$. De (3.1) y (3.2) se puede obtener la expresión:

$$y(s) = \exp(-h_{12}s)H(s) [F_1(s)u_1(s) + F_2(s)\exp(h_{12}s)u_2(s)] \quad (3.5)$$

donde

$$H(s) = \frac{N_1^+(s)N_2^+(s)}{Q(s)} \quad (3.6a)$$

y

$$F_1(s) = \frac{N_1^-(s)Q(s)}{N_2^+(s)D_1(s)} \quad (3.6b)$$

y

$$F_2(s) = \frac{N_2^-(s)Q(s)}{N_1^+(s)D_2(s)} \quad (3.6c)$$

y $Q(s)$ es un polinomio estable que satisface $Q(0) = 1$. La cual tiene las siguientes propiedades:

- $H(s)$ es estable y completamente una fase no mínima (ej., todos los ceros estan en \overline{C}_{-0}^+). Además, por la condición de $Q(0) = 1$ y por ecuación (3.6a), se tiene que $H(0) = 1$. Esto es, $H(s)$ es una función de transferencia de ganancia unitaria.
- Por otro lado, se tiene que $F_1(s)$ y $F_2(s)$ son fase mínima y función de transferencia posiblemente inestable. Como consecuencia de las condiciones $Q(0) = 1$ y de la ecuación (3.6a), se tiene que $F_i(0) = G_i(0)$, $i = 1, 2$. Esto es, $F_i(s)$ conserva la ganancia en estado estacionario para la función de transferencia $G_i(s)$.

De esta forma, tenemos que factorizar la planta TISO de la ecuación (3.1), en un factor estable no inverso $H(s)$ y dos factores invertibles (pero posiblemente no estables) $F_1(s)$ y $F_2(s)$. Hasta ahora,

hemos impuesto condiciones en el polinomio $Q(s)$. El objetivo del polinomio $Q(s)$ es hacer su *propia* función de transferencia $H(s)$ y sus funciones de transferencia *propias no estrictas* $F_1(s)$ y $F_2(s)$. La necesidad de las condiciones propias para estas en $H(s)$ y las $F_i(s)$'s se hará más evidente en los siguientes pasos del algoritmo de control paralelo. Tenemos $d_{12} = \deg(N_1^+(s)N_2^+(s))$. Además de, $r_1 = r \deg(\frac{N_1^-(s)}{N_2^+(s)D_1(s)})$ y $r_2 = r \deg(\frac{N_2^-(s)}{N_1^+(s)D_2(s)})$. Para garantizar que $H(s)$ es propia y $F_1(s)$ y $F_2(s)$ son propias no estrictas, deben cumplir la siguiente condición:

$$r_Q \geq \max \{d_{12}, r_1, r_2\} \quad (3.7)$$

De esta forma, para una factorización mínima se debe seleccionar $r_Q = \max \{d_{12}, r_1, r_2\}$. De esta manera, $r \deg(H(s)) \geq 0$, $\deg(F_1(s)) \leq 0$ y $\deg(F_2(s)) \leq 0$. Como consecuencia, $F_1(s)$ y $F_2(s)$ tienen inversa propia $F_1(s)^{-1}$ y $F_2(s)^{-1}$, respectivamente.

(2) Regulación del factor de fase no mínima. El segundo paso consiste en calcular un controlador maestro $C_M(s)$ para la fase no mínima de la planta $H(s)$. La idea es obtener un controlador simple que regule la salida $y(s)$ de un problema de control estándar de una entrada y una salida (SISO). En los pasos subsecuentes, la salida del control maestro será decidida para obtener las entradas de control actuales $u_1(s)$ y $u_2(s)$. Para finalizar, introducimos la entrada de control intermedia $w(s)$ definida como:

$$w(s) = F_1(s)u_1(s) + F_2(s) \exp(h_{12}s)u_2(s) \quad (3.8)$$

entonces se obtiene para la planta SISO

$$y(s) = \exp(-h_{12}s)H(s)w(s) \quad (3.9)$$

La planta (3.9) con entrada de control $w(s)$ y salida regulada $y(s)$ tiene $\exp(-h_{12}s)H(s)$ como su función de transferencia. Es de notarse que $\exp(-h_{12}s)H(s)$ es fase no mínima y estable. Además, el margen de estabilidad de la planta (3.9) puede especificarse ajustando las raíces del polinomio $Q(s)$. Por otro lado, se sabe bien que los componentes de la fase no mínima (retardos y ceros no estables) impone limitaciones severas en el desempeño del control retroalimentado [9]. Para estos argumentos nombrados, la planta (3.9) es de fase no mínima y estable con margen de estabilidad asignable, propo-

nemos el calculo de un controlador maestro cuyo propósito es solo obtener una regulación asintótica a la salida. (ej., $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = y_d$). Para este fin, se propone una acción integral pura (recordar que $e = y_d - y$ es el error de regulación):

$$\begin{aligned} w(s) &= C_M(s)e(s) \\ &= \left(\frac{K_I}{s} \right) e(s) \end{aligned} \tag{3.10}$$

donde K_I es la ganancia integral. Puesto que $H(0) = 1$, tenemos que $K_I > 0$. La estabilidad del sistema a lazo cerrado corresponde al controlador de la ecuación (3.10) y la planta (3.9) es gobernada por la estabilidad de la ecuación característica

$$E_M(s) = sQ(s) + K_I N_I^+(s) N_2^+(s) \exp(-h_{12}s) \tag{3.11}$$

Como mostraremos mas tarde, la estabilidad de $E_M(s)$ juega un papel central en la estabilidad en todo el proceso controlado. De hecho proponemos que bajo ciertas suposiciones, existe un número positivo K_I^{\max} tal que la ecuación característica $E_M(s)$ es estable para toda $0 < K_I < K_I^{\max}$. Esto es, el controlador maestro $C_M(s)$ corresponde a una acción integral de baja ganancia. De esta forma, la entrada de control $w(s)$ calculada como en (3.10) garantiza un seguimiento asintótico de la salida deseada y_d . La baja ganancia en el control integral muestra que es necesario evitar los efectos de inestabilidad debido a una excitación excesiva de frecuencia alta en la dinámica de la fase no mínima.

(3) Cálculo de la entrada de control del divisor. Se ha calculado la entrada del control maestro $w(s)$ para asegurar la estabilidad del sistema a lazo cerrado y el seguimiento asintótico de la salida deseada y_d . Sin embargo, la entrada de control $w(s)$ esta compuesta por la contribución de dos entradas de control independientes $F_1(s)u_1(s)$ y $F_2(s) \exp(h_{12}s)u_2(s)$. Hasta este punto, se requiere un procedimiento que divida la entrada de control $w(s)$ en tales contribuciones. Algunas estrategias pueden ser seguidas, como problema de control óptimo (ver Morari and Zafriou [9] y Doyle *et al.* [10]).

Similar a la propuesta de Mc Lain *et al.* [7]. para control paralelo no lineal, la regularización (ej., cierre de los grados de libertad) para el problema de control rectangular se hizo para minimizar el costo asociado con el control afectado. De esta forma, se plantea el siguiente problema de optimización

por mínimos cuadrados:

$$\min_{(u_1, u_2)} \frac{1}{2} [\alpha(F_1(s)u_1(s))^2 + (1 - \alpha)(F_2(s) \exp(h_{12}s)u_2(s))^2] \quad (3.12)$$

sujeto a la restricción

$$F_1(s)u_1(s) + F_2(s) \exp(h_{12}s)u_2(s) = w(s) \quad (3.13)$$

donde $0 \leq \alpha \leq 1$ es una constante de peso en el papel de las entradas $F_1(s)u_1(s)$ y $F_2(s) \exp(h_{12}s)u_2(s)$.

Se nota que $F_1(0)u_1(0)$ y $F_2(0)u_2(0)$ son los componentes del estado estacionario de la salida controlada (es decir, de hecho, $F_i(0) = G_i(0)$, $i = 1, 2$, tal que $y(0) = F_1(0)u_1(0) + F_2(0)u_2(0)$), la idea detras de la prueba de la función (3.12) es minizar las contribuciones del estado estacionario de las entradas u_1 y u_2 . De hecho, en el estado estacionario se tiene que la función prueba (3.12) es $\frac{1}{2} [\alpha(G_1(0)u_1(0))^2 + (1 - \alpha)(G_2(0)u_2(0))^2]$. La constante α juega un papel importante en el problema de optimizacion (3.12)-(3.13): Si $\alpha = 0$, entonces $u_2(s) = 0$ y la entrada de control es un juego de sus valores nominales $\bar{u}_2 = 0$. alternativamente, cuando $\alpha = 1$, entonces $u_1(s) = 0$ y la entrada de control u_1 es un juego de sus valores nominales $\bar{u}_1 = 0$. De esta forma, si $0 < \alpha < 1$ ambas entradas de control u_1 y u_2 tienen contribuciones no triviales para el control en la conversión. Usando el método del operador de Lagrange [11], el problema de optimización (3.12)-(3.13) nos lleva a la conclusión de que $u_1(s)$ y $u_2(s)$ debe satisfacer las siguientes relaciones:

$$F_1(s)u_1(s) = (1 - \alpha)w(s) \quad (3.14)$$

$$F_2(s) \exp(h_{12}s)u_2(s) = \alpha w(s)$$

De la discusión anterior, se nota que $u_1(s) = 0$ (respectivamente $u_2(s) = 0$) cuando $\alpha = 0$ (respectivamente $\alpha = 1$).

4. Recuperación de $u_1(s)$ y $u_2(s)$ mediante inversa. El último paso consiste en recuperar las entradas de control actuales $u_1(s)$ y $u_2(s)$ mediante las relaciones (3.14). Sabemos que $r \deg(F_1(s)) \leq 0$ y $r \deg(F_2(s)) \leq 0$, y $F_1(s)$ y $F_2(s)$ son estables. De ahí, que sus inversas $F_1^{-1}(s)$ y $F_2^{-1}(s)$ son propias y estables. De esta forma, las entradas de control estan dadas por

$$u_1(s) = (1 - \alpha)F_1(s)^{-1}w(s) \quad (3.15)$$

$$u_2(s) = \alpha F_2(s)^{-1} \exp(h_{12}s)w(s)$$

Nótese que la entrada de control $u_2(s)$ es retardada, con retardo $h_{12} \geq 0$, con respecto a la señal de $w(s)$. Este retardo es requerido para sincronizar las entradas de control u_1 y u_2 . Combinando la ecuación (3.15) con la expresión del controlador maestro (3.10), se obtienen las siguientes expresiones:

$$u_1(s) = (1 - \alpha)K_I \frac{F_1(s)^{-1}}{s} e(s) = (1 - \alpha)K_I \frac{N_2^-(s)D_1(s)}{sN_1^+(s)Q(s)} e(s) \quad (3.16)$$

$$u_2(s) = \alpha K_I \frac{F_2(s)^{-1} \exp(-h_{12}s)}{s} e(s) = \alpha K_I \frac{N_1^-(s)D_2(s)}{sN_2^+(s)Q(s)} \exp(-h_{12}s) e(s)$$

La entrada de control $u_2(s)$ es retardada, con retardo $h_{12} = h_1 - h_2$, con respecto a la acción de control de la entrada $u_1(s)$. El rol de este tiempo de retardo es sincronizar la acción de control de las entradas en la fase de diferentes tiempos de retardo. Nótese que ambas entradas de control están heredadas en la acción integral del controlador maestro integral. Además, la configuración final del control (3.16) tiene $\{K_I, \alpha, Q(s)\}$ como sus parámetros de sintonizado.

Considerando el procedimiento de diseño del control paralelo descrito arriba, se presentan los siguientes comentarios:

- La estrategia del diseño de control propuesto puede ser fácilmente extendido del caso general de más de dos entradas de control. De hecho, el punto clave es una factorización de la función de transferencia del proceso, la cual puede fácilmente extenderse al caso de múltiple entrada [8]. Una vez que ha sido obtenida la factorización de la planta, los subsecuentes pasos para el diseño del control pueden seguirse con obvias modificaciones. Por ejemplo, la función prueba (3.12) puede ser expandida de la siguiente forma:

$$\min_u \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_{In}} \alpha_j [F_j(s) \exp(h_{1j}s)u_j(s)]^2$$

donde N_{In} es el número de las entradas de control, $u = (u_1, \dots, u_{N_{In}})^T$, $h_{1j} = h_1 - h_j \geq 0$, y los

pesos $\alpha_j \in [0, 1]$ y satisface $\sum_{j=1}^{N_{In}} \alpha_j = 1$. De esta forma, el parámetro de peso α_j usa $G_j(0)\bar{u}_j$ para la entrada de control $u_j(s)$.

- El criterio para la selección de la ganancia integral K_I debe ser derivada del análisis de estabilidad de la ecuación característica $E_M(s)$ (ver ecuación (3.11)). Para plantas simples, es posible el uso de resultados de sistemas retardados que obtienen márgenes de estabilidad cercanos (ver Niculescu [12]). Un aspecto importante es, que es primordial asegurar la estabilidad la planta en cuestión, la selección de la ganancia integral K_I depende solo de los componentes de la fase no mínima (los $N_i^+(s)$'s y $\exp(-h_{12}s)$) de la función de transferencia.
- En principio, el peso α puede seleccionarse del criterio del control afectado. Esto se observa si tomamos la función de prueba (3.12) en las condiciones de estado estacionario (recordar que $F_i(0) = G_i(0)$ es la ganancia en estado estacionario de la función de transferencia $G_i(s)$):

$$\min_{\bar{u}_1, \bar{u}_2} \frac{1}{2} [\alpha(G_1(0)\bar{u}_1)^2 + (1 - \alpha)(G_2(0)\bar{u}_2)^2] \quad (3.17)$$

donde \bar{u}_i es el valor del estado estacionario de la entrada de control $u_i(s)$, $i = 1, 2$. Por otro lado, para la ecuación (3.1) sabemos que $y_d = G_1(0)\bar{u}_1 + G_2(0)\bar{u}_2$. De esta forma, el parámetro α puede verse como un parámetro de peso para las contribuciones de cada entrada de control para la cual se desea una salida y_d . En terminología del control paralelo [3], si u_1 y u_2 son las entradas de control primaria y secundaria respectivamente, el parámetro α debe tomar valores cercanos a uno.

- El polinomio $Q(s)$ juega un papel importante en el diseño de la arquitectura del control paralelo descrito arriba. Podemos ver $\frac{1}{Q(s)}$ como un filtro estabilizante tal que esto es empleado para estrategias de control IMC [9]. De esta manera, podemos seleccionar $Q(s) = (\lambda s + 1)^{n_{\max}}$, donde $n_{\max} = \max \{d_{12}, r_1, r_2\}$ (ver ecuación (3.7)) y $\lambda > 0$ es un parámetro que puede ser sintonizado apropiadamente, ejemplo con el desempeño a lazo cerrado y márgenes de estabilidad robusta en la fase de incertidumbres del proceso. Otras formas de $Q(s)$ que son posibles, incluyen estos correspondiendo a filtros pasa bajos óptimos. (ejemplo, Battenworth).
- Para $\alpha \neq 0$ y $\alpha \neq 1$, ambas entradas de control tienen efecto en la dinámica del proceso. Bajo

estas circunstancias no triviales, la arquitectura del control paralelo de la ecuación (3.16) tiene la habilidad de proveer estabilidad a lazo cerrado y seguimiento a la salida en caso de falla de uno de los componentes del controlador. Por ejemplo, si el controlador secundario es apagado debido a una falla o saturación a la entrada del control, la acción de control es efectiva y la provee solo la primer entrada de control dada por (ver ecuación (3.16)):

$$u_1(s) = (1 - \alpha)K_I \frac{F_1(s)^{-1}}{s} e(s) \quad (3.18)$$

la estabilidad a lazo cerrado es garantizada porque $(1 - \alpha)K_I < K_I$. Para las condiciones de estabilidad para la ecuación característica $E_M(s)$, se obtiene que, desde $(1 - \alpha)K_I < K_I$, la estabilidad a lazo cerrado es garantizada desde $(1 - \alpha)K_I < K_I^{\max}$. Por otro lado, el seguimiento de la salida es asegurado porque cada controlador individual esta inherente en la acción integral del controlador maestro $C_M(s)$. De esta forma, en el evento de la falla del controlador, se observa la efectividad del controlador (3.18) como una versión desintonizada, con un factor $1 - \alpha$, de un controlador correspondiente a una sola entrada $u_1(s) = K_I \frac{F_1(s)^{-1}}{s} e(s)$. De hecho, el efecto del factor de desintonizado $1 - \alpha$ se reduce al valor de la ganancia K_I , entonces la estabilidad a lazo cerrado y el seguimiento a la salida son garantizados pero sacrificando el desempeño del control.

- El control paralelo tiene una ventaja adicional sobre un esquema de control de una entrada, puede trabajar mejor con saturaciones a la entrada. Cuando la entrada de control tiene acción integral, y el sistema es sujeto a perturbaciones, la acción de control se debe saturar. La saturación en la acción integral se llega a conocer como el fenomeno de "wind up". En un esquema de control simple, el wind up puede ser la causa de un severo desempeño deteriorado o también de inestabilidad. En el esquema de control en paralelo, las saturaciones de la señal de control pueden compensarse con otra entrada de control, la cual es capaz de regular efectivamente a la salida.

3.3 Casos de Estudio

Se trabajaron tres ejemplos y se presentan en esta sección para ilustrar el diseño de la estrategia de control, su desempeño y limitaciones.

3.3.1 Ejemplo 1

El primer modelo del proceso es

$$y(s) = \frac{k_1}{\tau_1 s + 1} u_1(s) + \frac{k_2}{\tau_2 s + 1} u_2(s) \quad (3.19)$$

donde $k_i = G_i(0)$ es la ganancia del proceso y τ_i es la constante de tiempo. Donde ambas funciones de transferencia $G_1(s)$ y $G_2(s)$ son la fase mínima y estable, donde $d_{12} = \deg(N_1^+(s)N_2^+(s)) = 0$. Por otro lado, $r_1 = r_2 = 1$, donde $n_{\max} = \max\{d_{12}, r_1, r_2\} = 1$. Tenemos que seleccionar $Q(s) = \lambda s + 1, \lambda > 0$. La factorización correspondiente al proceso (3.19) es

$$y(s) = \frac{1}{\lambda s + 1} \left[k_1 \left(\frac{\lambda s + 1}{\tau_1 s + 1} \right) u_1(s) + k_2 \left(\frac{\lambda s + 1}{\tau_2 s + 1} \right) u_2(s) \right] \quad (3.20)$$

y los correspondientes controladores son (ver ecuación (3.16))

$$u_1(s) = (1 - \alpha) \left(\frac{K_I}{k_1} \right) \left(\frac{\tau_1 s + 1}{s(\lambda s + 1)} \right) e(s) \quad (3.21)$$

$$u_2(s) = \alpha \left(\frac{K_I}{k_2} \right) \left(\frac{\tau_2 s + 1}{s(\lambda s + 1)} \right) e(s)$$

Se obtienen dos simplificaciones para la estructura del control paralelo (3.21) de la siguiente forma:

- Seleccionar $\lambda = \min\{\tau_1, \tau_2\}$. Para la ilustración tenemos, $\lambda = \tau_1$. En tal caso obtenemos

$$u_1(s) = (1 - \alpha) \left(\frac{K_I}{k_1} \right) \frac{e(s)}{s} \quad (3.22)$$

$$u_2(s) = \alpha \left(\frac{K_I}{k_2} \right) \left(\frac{\tau_2 s + 1}{\tau_1 s + 1} \right) \frac{e(s)}{s}$$

esto es, $C_1(s)$ es una acción integral pura y $C_2(s)$ esta compuesta por un integrador cascada con

$$\frac{\tau_2 s + 1}{\tau_1 s + 1}$$

En terminología de la estrategia de control paralelo, u_1 correspondería a la entrada de control primaria (rápida) mientras que u_2 corresponde a la entrada de control secundaria (lenta).

- Tomando el límite como $\lambda \rightarrow 0$. En este caso, la expresión (3.21) puede ser escrita como

$$u_1(s) = (1 - \alpha) \left(\frac{\tau_1 K_I}{k_1} \right) \left(1 + \frac{1}{\tau_1 s} \right) e(s) \quad (3.23)$$

$$u_2(s) = \alpha \left(\frac{\tau_2 K_I}{k_2} \right) \left(1 + \frac{1}{\tau_2 s} \right) e(s)$$

la cual corresponde a un compensador PI para ambos canales de entrada de control. Notese que el tiempo de reajuste integral se selecciona como τ_i , $i = 1, 2$, las cuales corresponden a las reglas de sintonizado de IMC para plantas de primer orden [9]. La ganancia del controlador es $\frac{\tau_i K_I}{k_i}$, considerando el IMC podemos ver que $K_I = \tau_c^{-1}$, donde τ_c es la constante de tiempo a lazo cerrado para regular la dinámica del error. De esta forma, la estructura del control paralelo (3.23) corresponde a un compensador PI-IMC con factor $1 - \alpha$ y α . Con las siguientes reglas de sintonizado heurísticas, la constante de tiempo $\tau_c = K_I^{-1}$ deben seleccionarse en el orden de máximo 0.75 veces $\{\tau_1, \tau_2\}$ para evitar excitación de dinámicas de alta frecuencia no modeladas.

3.3.2 Ejemplo 2

Ahora, consideramos el siguiente proceso [3]:

$$y(s) = \frac{-2s + 1}{(2s + 1)^2} u_1(s) + \frac{1}{2s + 1} u_2(s) \quad (3.24)$$

En este caso, la función de transferencia $G_1(s)$ contiene ceros en el plano derecho (localizados en +2) que los límites del desempeño alcanzan con sólo $u_1(s)$. Se tiene que los grados relativos $r_1 = 2$ y $r_2 = 1$, y $d_{12} = \deg(N_1^+(s)N_2^+(s)) = \deg(-2s + 1) = 1$. Por lo tanto, $n_{\max} = \max\{d_{12}, r_1, r_2\} = 2$. La

factorización correspondiente a la ecuación (3.24) es

$$y(s) = \left(\frac{-2s+1}{(\lambda s+1)^2} \right) \left[\frac{(\lambda s+1)^2}{(2s+1)^2} u_1(s) + \frac{(\lambda s+1)^2}{(-2s+1)(2s+1)} u_2(s) \right] \quad (3.25)$$

Como se describió anteriormente, actúa un compensador integral en el factor de fase no mínima $\frac{-2s+1}{(\lambda s+1)^2}$ y es utilizado con el propósito de regular la salida. La ecuación característica correspondiente (en este caso, el polinomio característico) es $E_M(s) = \lambda^2 s^3 + 2\lambda s^2 + (1 - 2K_I)s + K_I$. Del criterio de Routh-Hurwitz, la condición de estabilidad de $E_M(s)$ es $K_I > \min \{1/2, 2/(4 - \lambda)\}$. Se obtiene una simplificación importante si $\lambda = 2$. En este caso, $K_I < 1/2$ y

$$y(s) = \left(\frac{-2s+1}{(2s+1)^2} \right) \left[u_1(s) + \left(\frac{2s+1}{-2s+1} \right) u_2(s) \right] \quad (3.26)$$

tal que

$$u_1(s) = (1 - \alpha) \frac{K_I}{s} e(s) \quad (3.27)$$

$$u_2(s) = \alpha \left(\frac{2s+1}{-2s+1} \right) \frac{K_I}{s} e(s)$$

Esto es, si la constante de tiempo del filtro λ se selecciona igual a la constante de tiempo del proceso, el controlador $C_1(s)$ es sólo un compensador integral y el controlador $C_2(s)$ es un controlador integral en configuración cascada con filtro de ganancia unitaria y $\frac{2s+1}{-2s+1}$. Esta situación puede surgir cuando la constante de tiempo del proceso (dominante) es aceptable para un desempeño a lazo cerrado. Sin embargo, en la práctica podemos seleccionar valores pequeños para λ .

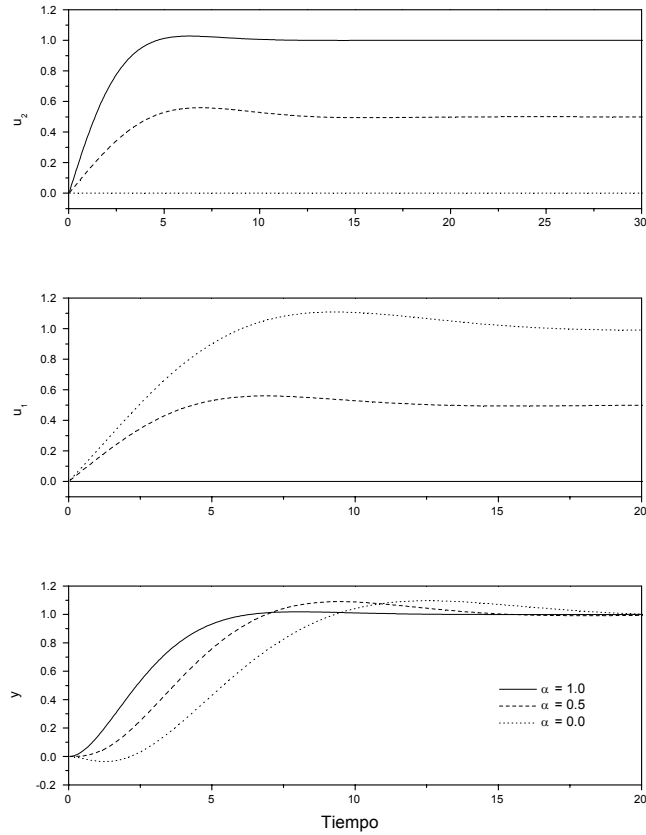


Figura 3.2 Respuesta del control paralelo a un cambio de referencia (Ejemplo 2).

La *Figura 3.2* presenta la simulación numérica para un cambio de referencia en escalón con $K_I = 0.1$, $\lambda = 20$ y diferentes valores de peso para α . Para $\alpha = 0$ se tiene que el proceso es controlado solo con la entrada $u_1(s)$.

La respuesta es lenta, la cual es una respuesta típica de sistemas de fase no mínima. Si se trata de incrementar la tasa de convergencia por incremento de K_I , el proceso controlado sufre de inestabilidad. Esto es debido principalmente a la presencia de los ceros de fase no mínima localizados en $+0.5$. Por otro lado, para $\alpha = 1$ el sistema es controlado sólo con la entrada de fase mínima. En este caso, la respuesta es suave y rápida. Consideremos, como en Henson *et al.* [3], que la entrada de control u_1

no es cara. Si el proceso es controlado solo con esta entrada de control, el desempeño del proceso será pobre en el caso de perturbaciones (ver *Figura 3.3*).

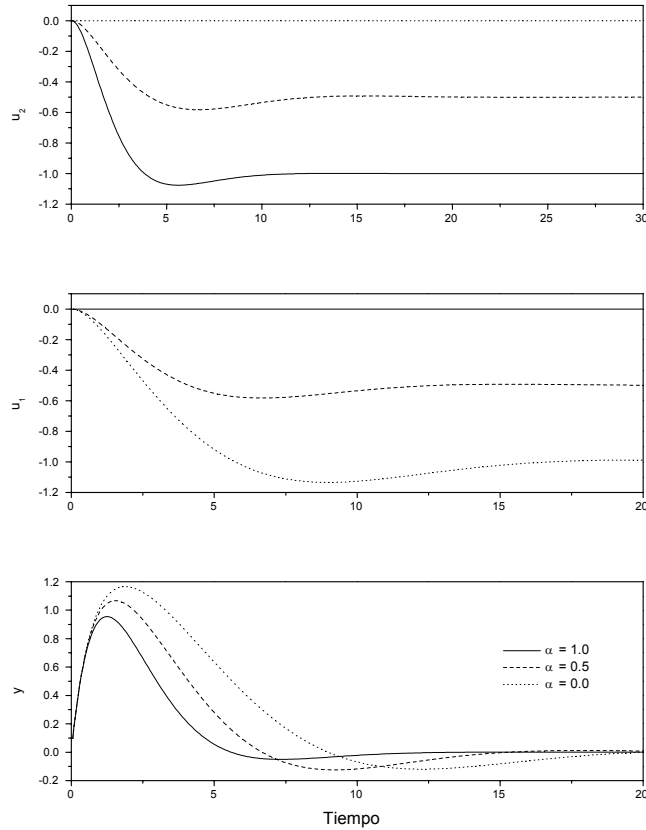


Figura 3.3 Respuesta del control paralelo a una perturbación en escalón (Ejemplo 2).

Nos gustaria mejorar el desempeño del proceso. Esto puede hacerse si el proceso es controlado sólo con la entrada de control u_2 . Sin embargo, si el uso de una segunda entrada de control es cara, la aplicación del controlador $C_2(s)$ se verá limitada por consideraciones económicas. Es un hecho que, el uso de $u_1(s)$ y $u_2(s)$ como entrada de control impone un problema de intercambio entre el desempeño del proceso y la disposición económica. En principio, este problema de intercambio puede ser abordado mediante el uso de ambas entradas de control dentro de una arquitectura de control paralelo.

Las Figuras 3.2 y 3.3 muestran la respuesta de la salida del controlador para $\alpha = 0.5$. Nótese que la respuesta de salida aumenta con el uso de una división del esfuerzo de control entre las entradas de control $u_1(s)$ y $u_2(s)$. Debe ser recalcado que el valor de $\alpha = 0.5$ fué utilizado solo para ilustración. De hecho, un valor óptimo del peso de α debe calcularse en base, por ejemplo, a consideraciones económicas.

3.3.3 Reactor Continuo de Tanque Agitado

El tercer ejemplo consiste en un CSTR enchaquetado con dinámica no lineal, donde se lleva a cabo la reacción química $A \rightarrow B$. Las variables del proceso son las concentraciones de reactante y de producto x_A y x_B , respectivamente, la temperatura del reactor T , y la temperatura de la chaqueta T_j . Las dinámicas del reactor son modeladas como

$$\begin{aligned}\dot{x}_A &= -k(T)x_A + d_r(x_A^{in} - x_A) \\ \dot{x}_B &= -k(T)x_A + d_r(x_B^{in} - x_B) \\ \dot{T} &= bk(T)x_A + \gamma_1(T_j - T) + d_r(T^{in} - T) \\ \dot{T}_j &= \gamma_2(T_j - T) + d_j(T_j^{in} - T_j)\end{aligned}\tag{3.28}$$

donde

$$k(T) = k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right)$$

el superíndice *in* indica las condiciones de entrada, γ_1 y γ_2 indica los parámetros de transferencia de calor. El objetivo del control es regular la concentración del reactivo $x_A(t)$ a un valor deseado $x_{A,d}$. Comunmente en la práctica se usa la tasa de dilución de la chaqueta d_j como variable manipulada. Sin embargo, como la tasa de dilución del reactor d_r puede ser fácilmente manipulada se usará como entrada de control adicional para mejorar el esfuerzo de la tasa de dilución de la chaqueta.

Si \bar{x}_A es la composición nominal del reactor, \bar{d}_r y \bar{d}_j son las tasa de dilución del reactor y de la chaqueta respectivamente, la salida regulada esta dada por $y(s) = x_A(s) - \bar{x}_A$, y las entradas de control son $u_1(s) = d_j(s) - \bar{d}_j$ y $u_2(s) = d_r(s) - \bar{d}_r$. Los valores de los parámetros del reactor son los siguientes: $k_0 = 1.3677 \times 10^8 \text{ min}^{-1}$, $E/R = 7290.11 \text{ K}$, $x_A^{in} = 100 \text{ mol/m}^3$, $x_B^{in} = 0 \text{ mol/m}^3$,

$T^{in} = 300 \text{ K}$, $b = -0.01196 \text{ K mol/m}^3$, $\gamma_1 = 0.191 \text{ min}^{-1}$, $\gamma_2 = 0.574 \text{ min}^{-1}$. Los valores nominales son $\bar{x}_A = 8.3 \text{ mol/m}^3$, $\bar{d}_r = 0.01 \text{ min}^{-1}$, y $\bar{d}_j = 0.075 \text{ min}^{-1}$.

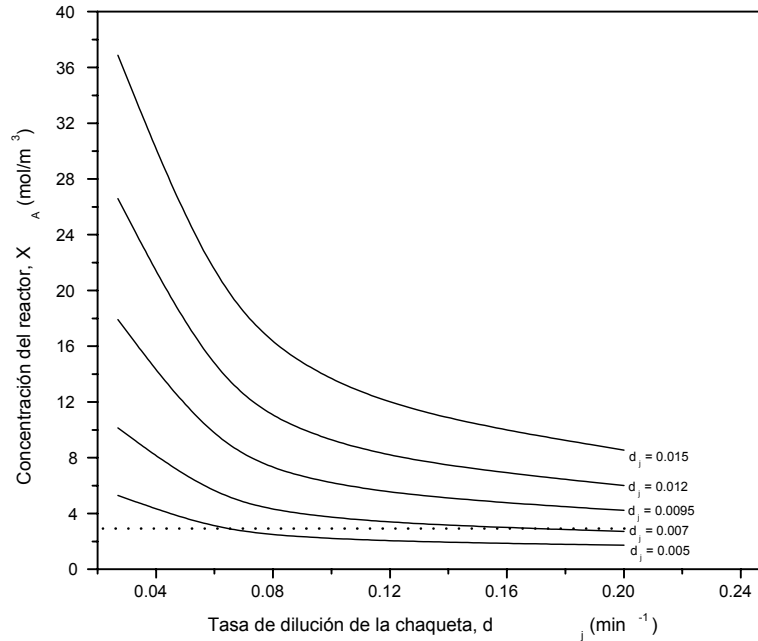


Figura 3.4 Mapa en estado estacionario entrada/salida del reactor químico.

La *Figura 3.4* muestra el mapa en estado estacionario del reactor químico. La línea punteada indica una posible referencia de concentración, la cual puede alcanzarse con todas las intersecciones de la línea punteada en estado estacionario de la tasa de dilución de la chaqueta y el reactor.

Para la respuesta al escalón, encontramos que las dinámicas del proceso pueden ser modeladas como en la ecuación (3.19), con $k_1 = -76.5 \text{ mol}/(\text{m}^3 \text{ min})$, $k_2 = 1461 \text{ mol}/(\text{m}^3 \text{ min})$, $\tau_1 = 48 \text{ min}$ y $\tau_2 = 22 \text{ min}$. Nótese que la constante de tiempo de la tasa de dilución del reactor es aproximadamente 0.5 veces la constante de tiempo de la tasa de dilución de la chaqueta. Esto significa que el reactor controlado con solo d_r tendrá un mejor desempeño que cuando se controla con solo d_j . Desde el punto de vista físico, esta diferencia se puede explicar mediante las dinámicas de la chaqueta presentes las cuales actúan como filtro pasa-bajas para la acción de control de la tasa de dilución de la chaqueta

$d_j(s)$. El controlador del CSTR fue hecho con $K_I = 0.0413 \text{ mol}/(\text{m}^3 \text{ min})$ y $\lambda = 20 \text{ min}^{-1}$. Además, las entradas de control fueron saturadas en los límites $d_j = [0.025, 0.15]$ y $d_r = [0.005, 0.015]$.

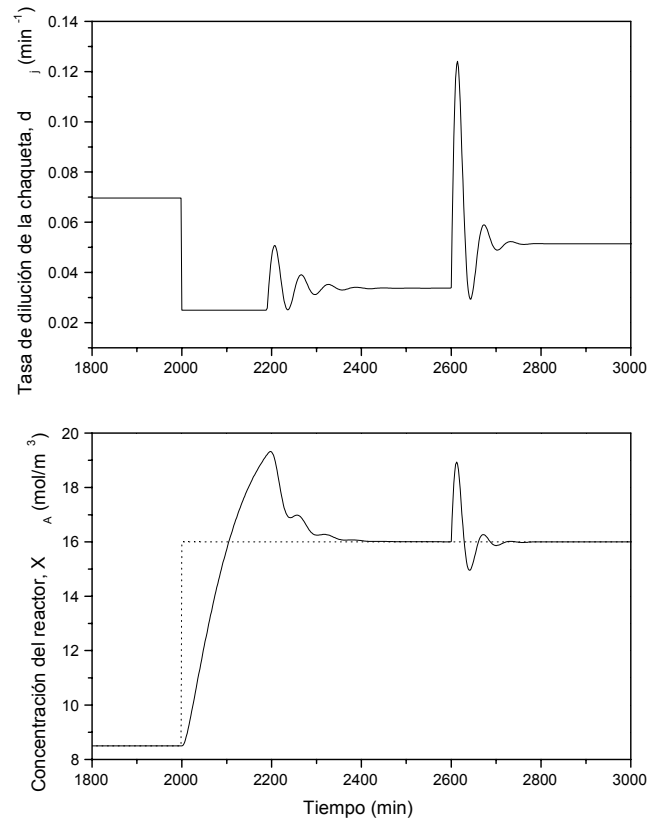


Figura 3.5 Comportamiento del reactor químico cuando únicamente actúa el control de la tasa de dilución de la chaqueta.

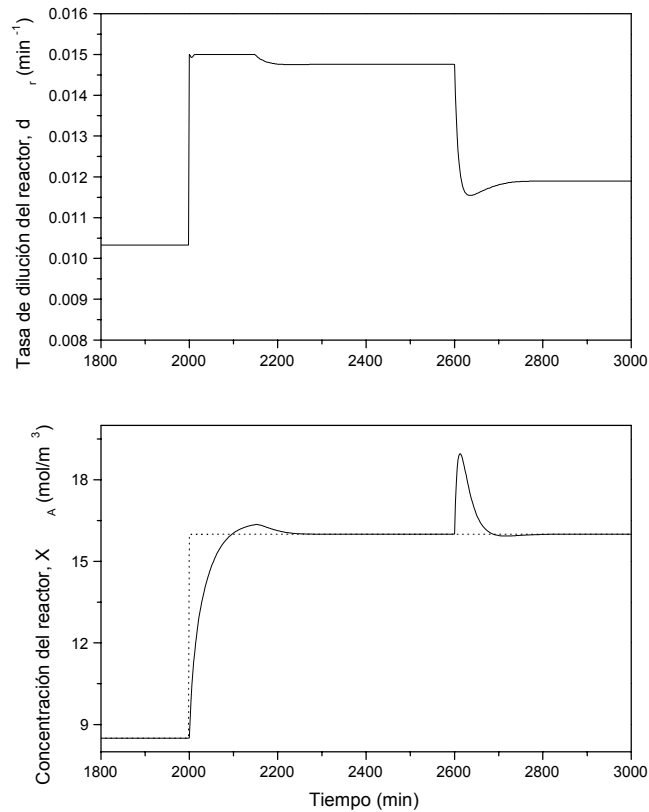


Figura 3.6 Comportamiento del reactor químico cuando únicamente actúa el control de la tasa de dilución del reactor.

Para únicamente $d_j(s)$ y $d_r(s)$, respectivamente, las *Figuras 3.5 y 3.6* muestran la respuesta del CSTR bajo la acción del controlador a un cambio de referencia en un tiempo de $t = 2000$ min y una perturbación en escalón de +25% en x_A^{in} en $t = 2600$ min. Como se espera, la respuesta del sistema es mejor (rápida y suave) cuando únicamente se usa la tasa de dilución del reactor $d_r(s)$ que la respuesta generada por la tasa de dilución de la chaqueta. A pesar de que la respuesta cuando la tasa de dilución está actuando sola puede ser aceptable, en la práctica los operadores son resistentes a grandes variaciones en la tasa de dilución del reactor y puede tener un efecto significativo en la tasa de producción. Por otro lado, a pesar de que el uso de la tasa de dilución de la chaqueta en general

es, no cara, la respuesta del CSTR controlado es lenta y algunas veces oscilatoria (ver *Figura 3.5*). Sin embargo, una arquitectura de control paralelo puede mejorar esta situación.

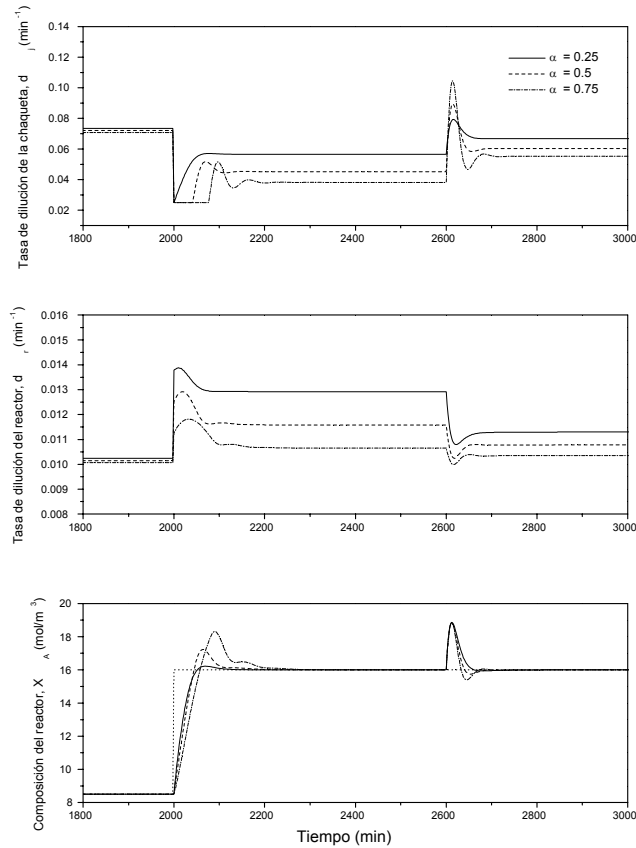


Figura 3.7 Comportamiento del reactor químico con la arquitectura del control paralelo.

La *Figura 3.7* presenta la respuesta del CSTR controlado para tres diferentes valores de α . En comparación con la respuesta del sistema controlado cuando únicamente se utiliza la tasa de dilución de la chaqueta, la respuesta es mejorada cuando α es disminuida. Esto es porque el esfuerzo del control es compartido por ambas entradas de control sin variaciones severas en la tasa de dilución del reactor.

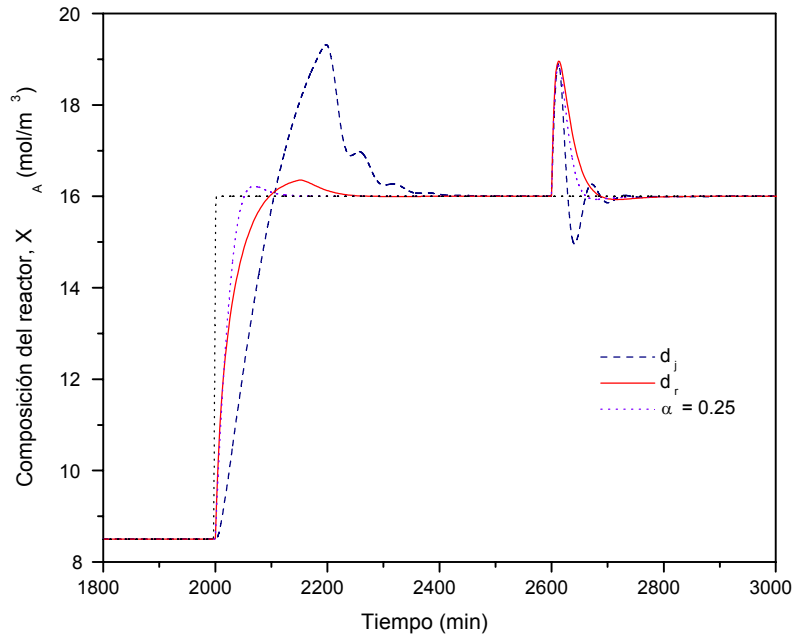


Figura 3.8 Comportamiento del reactor químico bajo los esquemas de control antes mencionados.

En la *Figura 3.8* se muestra el comportamiento del reactor químico cuando actúa únicamente el control de la tasa de dilución del reactor o bien cuando actúa únicamente el control de la tasa de dilución de la chaqueta, así como la respuesta del sistema bajo el esquema de control paralelo y en el cual se involucran a las entradas de control anteriores. Observamos como bajo la estructura de control paralelo el sistema se recupera mucho más rápido a cambios de referencia y a perturbaciones en el sistema que bajo esquemas de control de un solo lazo.

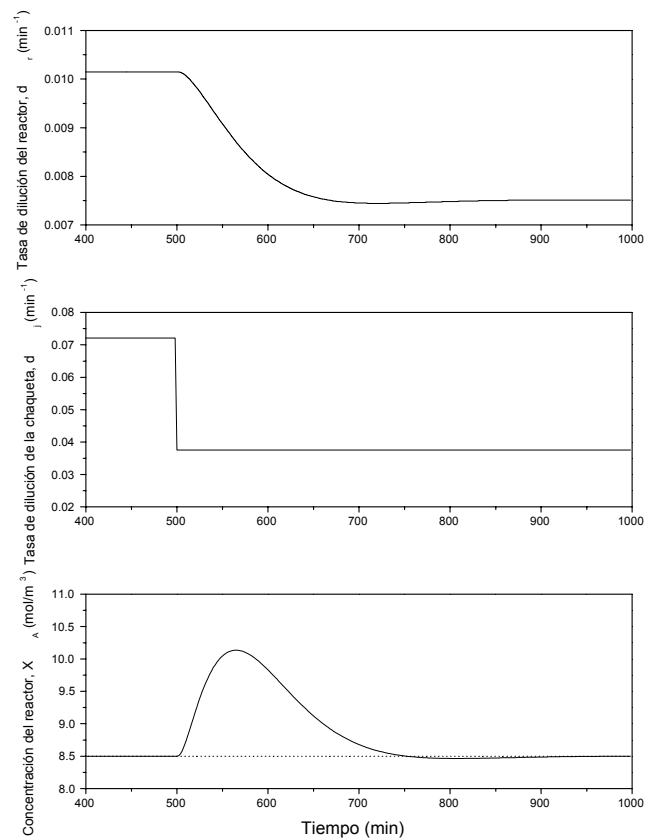


Figura 3.9 Respuesta del control paralelo cuando ocurre una falla en el control de la tasa de dilución de la chaqueta.

Finalmente, ilustramos el desempeño del controlador paralelo en la fase de falla en el control del flujo de la chaqueta, debido probablemente a una falla en la válvula o a una reducción repentina en el servicio del fluido. Esta falla fue simulada apagando la acción del control de la dinámica de la chaqueta y ajustando la tasa de dilución de la chaqueta a $d_j = 0.038 \text{ min}^{-1}$. Bajo esta situación, el controlador asociado a la tasa de dilución del reactor tiene que enfrentar la falla. La *Figura 3.9* muestra que la falla es efectivamente manejada por la tasa de dilución del reactor, llevando la concentración del reactor x_A a su valor de referencia.

3.4 Conclusiones

Se ha propuesto una factorización para el diseño de la estructura de control paralelo procesos rectangulares de una salida. La factorización tiene la ventaja de que la estructura de la función de transferencia del proceso ha sido explotada mediante el cálculo de un controlador modular compuesto por una acción integral dirigida al seguimiento de la salida y a un compensador inverso parcial para incrementar el desempeño a lazo cerrado. De esta forma, el desempeño del control paralelo está limitado principalmente por los componentes de fase no mínima del proceso. El resultado es una estructura eficiente de control paralelo con un desempeño robusto ya que ante fallas es capaz de manejar entradas de control saturadas de manera más eficiente que su contraparte de entrada simple.

3.5 Apéndice A: Análisis de Estabilidad del Proceso Controlado

El propósito de esta sección es proveer un análisis riguroso de estabilidad del proceso (3.1) bajo la arquitectura de control paralelo (3.16). Los siguientes resultados muestran que la estabilidad de la ecuación característica $E_M(s)$ (ver ecuación (3.11)) es la parte principal de la estabilidad del proceso (3.1) bajo la arquitectura de control paralelo descrita antes.

Teorema 1 Suponer que la ecuación característica $E_M(s)$ es estable (es decir, todas sus raíces están localizadas en \mathbb{C}^-). Entonces, el sistema a lazo cerrado compuesto por el proceso (3.1) y la arquitectura de control paralelo (3.16), es estable y el $\lim y(t) \rightarrow y_d$ asintótico.

Prueba. Para la factorización de (3.5) y el controlador paralelo (3.16), tenemos

$$y(s) = \exp(-h_{12}s) \frac{N_1^+(s)N_2^+(s)}{Q(s)} [y_d(s) - y(s)]$$

tal que

$$\frac{y(s)}{y_d(s)} = \frac{\exp(-h_{12}s)N_1^+(s)N_2^+(s)}{E_M(s)}$$

Por eso, la estabilidad del proceso controlado se gobierna por la estabilidad de la ecuación característica $E_M(s)$.

El siguiente lema será utilizado para probar el resultado principal.

Lema 2 (ver Niculescu [12]) el sistema retardado en el tiempo $\dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t-h)$, $x \in \mathbb{R}^n$ (\dot{x} representa la derivada en el tiempo dx/dt) es estable si y sólo si cumple las condiciones siguientes:

i) La matriz $A + A_d$ es Hurwitz (es decir, todos sus valores propios están localizados en el semiplano \mathbb{C}^-).

ii) La ecuación característica del sistema con retardo en el tiempo, dado por

$$E_D(s) = |sI - A - A_d \exp(-hs)|$$

no tiene raíces en \mathbb{I}_{-0} .

Los siguientes resultados describen las condiciones suficientes para la estabilidad de la ecuación característica $E_M(s)$. Nótese que el análisis de $E_M(s)$ está obstaculizado por la dificultad de manejar el operador de retardo $\exp(-h_{12}s)$. De hecho tal operador de retardo hace a la ecuación característica $E_M(s)$ una ecuación de dimension infinita (es decir, tiene un número infinito de raíces).

Proposición 3 Suponer que $N_1^+(s)N_2^+(s)$ no tiene raíces en el origen (es decir, $N_1^+(0)N_2^+(0) \neq 0$).

Entonces, existe una constante positiva K_I^{\max} tal que la ecuación característica $E_M(s)$ es estable para toda $K_I < K_I^{\max}$.

Prueba. La idea de la prueba es checar las condiciones del Lema 2. Por simplicidad en la notación, tenemos $N^+(s) = N_1^+(s)N_2^+(s)$. Para la construcción de la estructura de control paralelo descrita en la sección de arriba, sabemos que $E_M(s) = sQ(s) + K_I N^+(s) \exp(-h_{12}s)$, donde $Q(s)$ es un polinomio estable (es decir, Hurwitz), $N^+(0) > 0$, $K_I > 0$ y $\deg(Q(s)) = n_{\max} \geq n_+ = \deg(N^+(s))$. Escribiremos los polinomios $Q(s)$ y $N^+(s)$ como sigue:

$$\begin{aligned} Q(s) &= q_{n_{\max}} s^{n_{\max}} + q_{n_{\max}-1} s^{n_{\max}-1} + \dots + q_0 \\ N^+(s) &= \eta_{n_+} s^{n_+} + \eta_{n_+-1} s^{n_+-1} + \dots + \eta_0 \end{aligned}$$

Nótese que si $N^+(0) > 0$, tenemos que $\eta_0 > 0$. Una observación clave para la aplicación del Lema 2 para probar la proposición es la siguiente: el sistema n_{\max} -dimensional $\dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t - h_{12})$ con

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -q_0 & -q_1 & -q_2 & \dots & -q_{n_{\max}} \end{bmatrix}$$

y

$$A_d = K_I \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ : & : & : & : & : & : \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 1 \\ -\eta_0 & -\eta_1 & \dots & -\eta_{n_+} & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

tiene a $E_M(s)$ como su ecuación cacterística. De ésta manera, verificando la condición (i) del Lema 1 es equivalente a mostrar que existe una constante positiva $K_{I,*}^{\max}$ tal que el polinomio $P_M(s) = sQ(s) + K_I N^+(s)$ es Hurwitz para toda $K_I < K_{I,*}^{\max}$. Para probar esta parte, reescribimos $P_M(s)$ como sigue:

$$P_M(s) = sQ(s) + K_I \eta_{n_+} + K_I (N^+(s) - \eta_{n_+})$$

De esta manera, $K_I \eta_{n_+} > 0$. Se ha mostrado que existe una constante positiva $K_{I,1}^{\max}$ (ver Lema 2 en Wang *et al.* [12]) tal que el polinomio $sQ(s) + K_I \eta_{n_+} = 0$ es Hurwitz para toda $K_I < K_{I,1}^{\max}$. Entonces podemos ver que el polinomio $P_M(s)$ compuesto por un polinomio Hurwitz $sQ(s) + K_I \eta_{n_+}$ mas una perturbación de bajo orden $K_I (N^+(s) - \eta_{n_+})$. Por un argumento de continuidad de polinomios, existe una constante positiva $K_{I,*}^{\max} \leq K_{I,1}^{\max}$ tal que $P_M(s)$ es Hurwitz para toda $K_I < K_{I,*}^{\max}$. Esto prueba que la condición (i) del Lema 2 se satisface para $K_I < K_{I,*}^{\max}$.

Mostrar que la segunda condición del Lema 2 se satisface involucra argumentos más elaborados. Primero, observar que si el polinomio $N^+(s)$ tiene raíces en el \mathbb{I} , estas no pueden ser raíces de $E_M(s)$ porque $Q(s)$ es un polinomio Hurwitz. de esta manera, si $E_M(s)$ tiene raíces en \mathbb{I} , estas deben satisfacer la relación ($j = \sqrt{-1}$)

$$E_M(j\omega) = j\omega Q(j\omega) + K_I N^+(j\omega) \exp(-j\omega h_{12}) = 0$$

para algunos valores reales ω diferentes de cero. La ecuación de arriba es equivalente a la siguiente:

$$-\exp(-j\omega h_{12}) = \frac{K_I N^+(j\omega)}{j\omega Q(j\omega)}$$

Para esta ecuación, observar que una condición necesaria para que ω_0 sea una raíz de $E_M(j\omega)$ es que

$$K_I \left| \frac{K_I N^+(j\omega_0)}{j\omega_0 Q(j\omega_0)} \right| = 1$$

Nótese que la función racional $\frac{N^+(s)}{sQ(s)}$ es propia y no tiene polos en $\overline{\mathbb{C}}^+$ excepto en el origen. Por lo tanto,

$$\beta \stackrel{def}{=} \sup_{\omega \in \mathbb{R} - \{0\}} \left| \frac{K_I N^+(j\omega)}{j\omega Q(j\omega)} \right| < \infty$$

Ahora, si tomamos $K_I < \beta^{-1}$, entonces

$$K_I \left| \frac{K_I N^+(j\omega)}{j\omega Q(j\omega)} \right| < 1$$

para toda $\omega \in \mathbb{R} - \{0\}$. Por consiguiente, la ecuación $E_M(j\omega)$ no tiene raíces en \mathbb{I}_{-0} mientras $K_I < K_I^{\max}$, donde $K_I^{\max} = \min \left\{ \beta^{-1}, K_{I,1}^{\max} \right\}$. Finalmente, para el Lema 2 la ecuación característica $E_M(s)$ es estable para toda $K_I < K_I^{\max}$.

La condición de que $N_1^+(s)N_2^+(s)$ no tiene raíces en el origen es necesaria para la estabilidad de $E_M(s)$. Esto se ve en el hecho de que $E_M(0) = N_1^+(0)N_2^+(0)$. De esta manera, si $N_1^+(0)N_2^+(0) = 0$, $E_M(s)$ tiene a lo menos una raíz en el origen. Bajo esta condición, una acción integral no puede regular la salida del proceso mientras se mantenga la estabilidad interna del sistema de control. De hecho, ceros en el origen proporcionan limitaciones extremas para el desempeño del control. Esto puede verse si por medio de una aproximación inversa de Pade, el cero en el origen se interpreta como un retardo de tamaño infinito.

3.6 Referencias

- [1] Luyben, W.L. *Process Modeling, Simulation and Control for Chemical Engineers*, Mc Graw Hill, New York, 1990.
- [2] Pelkonen, M. and Tenno, R. New control parameters and measurement techniques for the activated sludge process, *Water Sci. Tech.*, **1993**, *27*, 287-295.
- [3] Henson, M.A., Ogunnaike, B.A. and Schwaber, J.S. Habituating control strategies for process control, *AIChE J.*, **1995**, *41*, 604-618.
- [4] Chia, T.L. and Brosilow, C.B. Modular multivariable control of a fractionator, *Hydrocarbon Processing*, **1991**, *61*, June.
- [5] Balchen, J.G. and Mimme, K.I. *Process Control: Structures and Application*, Van-Nostrand Reinold, New York, 1998.
- [6] Williams, S.J., Hrovat, D., Davey, C. Maclay, D., Crevel, J.W.V. and Chen, L.F. Idle speed control design using an H_∞ approach, *Proc. Amer. Control Conf.*, Chicago, **1992**, 1950-1955.
- [7] Mc Lain, R.B., Kurtz, M.J., Henson, M.A. and Doyle III, F.J. Habituating control for nonsquare nonlinear processes, *Ind. Eng. Chem. Res.* **1996**, *35*, 4067-4077.
- [8] Vidyasagar, M. *Control System Synthesis: A Factorization Approach*. MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1985.
- [9] Morari, M. and Zafiriou, E. *Robust Process Control*, Prentice Hall, New York, 1989.
- [10] Doyle, J.C., Francis, B., Tannenbaum, A. *Feedback Control Theory*, Mcmillian Publishing Company, 1992.
- [11] Luenberger, D.G. *Optimization by Vector Space Methods*. New York, John Wiley and Sons, 1969.
- [12] Niculescu, S.-I. Delay Effects on Stability. *A Robust Control Approach*, LNCIS 269, Springer-Verlag, New York, 2001.

- [13] Wang, Q.G., Lee, T.H. and He, J.B. Low-order stabilizers for linear systems, *Automatica*, **1997**, *33*, 651-654.
- [14] Alvarez, R.J., Cervantes I., Parallel Frequency-PWM Control of Quasi-Resonant Converts, **2003**.
- [15] Georgieva, P.G., Azevedo S.F., Robust Control Design of an Activated Sludge Process, *Int. J. Robust Nonlinear Control*, **1999**, *9*, 949-967.

Capítulo 4

Control Paralelo de un Reactor Aerobio con una Corriente de Recirculado

4.1 Introducción

El tratamiento biológico de aguas residuales fomenta el crecimiento natural de microorganismos como un medio para descontaminar estos efluentes. Estos microorganismos son el motor de las plantas de tratamiento de aguas residuales. En los tratamientos aerobios los compuestos orgánicos son formas de alta energía y su oxidación conduce hacia formas de baja energía (dióxido de carbono). El entendimiento de como mezclar microorganismos aerobios, compuestos orgánicos solubles y oxígeno disuelto para lograr tasas de oxidación de materia orgánica altas, es una de las principales tareas de los ingenieros dedicados al tratamiento de aguas residuales. Para disminuir la concentración de residuos a concentraciones aceptables por la ley del medio ambiente. El tipo de proceso de tratamiento de aguas residuales depende de que contaminante se quiere remover y en que cantidad [1]. Sin embargo, para mejorar la eficiencia de remoción de este tipo de proceso, se propone implementar una estructura de control que permita obtener un mejor desempeño en el sistema.

Los sistemas biológicos son extremadamente complejos y operan bajo un número considerable de

requerimientos rigurosos en desempeño y tolerancia de fallas. Típicamente los sistemas de control de procesos utilizan el mismo número de entradas manipuladas y salidas controladas. Sin embargo, podemos explotar la estructura de control rectangular para diseñar controladores redundantes trabajando en una arquitectura de control paralelo, la cual ante una perturbación muy grande y con saturaciones en la entrada de control, puede proveer una operación del proceso más suave y segura que su contraparte no redundante. En principio, una estrategia de control diseñada con esta estructura en paralelo llevará a un sistema a lazo cerrado a lograr acciones de control moderadas y desempeño mejorado.

En esta parte del trabajo se estudiará el problema de control paralelo para un reactor aerobio. Con este fin se propone la manipulación simultánea del flujo de alimentación como variable primaria, y del flujo de recirculación como variable secundaria. Para el diseño del control retroalimentado se propone utilizar técnicas basadas en factorización de la función de transferencia entrada-salida del proceso. Los resultados que se obtienen muestran una mejora en la capacidad de procesamiento del reactor sin un deterioro significativo de la respuesta del proceso ante perturbaciones en la concentración del influente. Los resultados se ilustran mediante simulaciones numéricas en un modelo de bajo orden que retiene las características principales del proceso.

4.2 Modelo Matemático

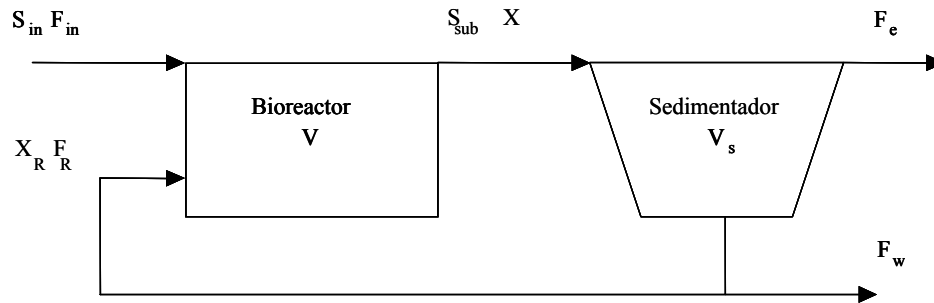


Figura 4.1 Proceso de lodos activados con sedimentador.

En una unidad típica del proceso de lodos activados, el agua se alimenta al reactor biológico (*Figura 4.1*) donde los compuestos orgánicos se degradan por medio de digestión aerobia, el cual es un proceso de oxidación bioquímica que involucra varias reacciones bioquímicas ocurriendo simultáneamente [9]. El efluente del bioreactor se alimenta a un tanque para la sedimentación de los microorganismos. El flujo de salida de la parte superior del sedimentador F_e es el agua tratada libre de sólidos. El flujo de salida inferior del sedimentador se divide entre una corriente de reciclado y una biomasa purgada del proceso. La corriente del recirculado se regresa al bioreactor para mantener una concentración de biomasa mayor a la que puede sostener el sustrato consumido [7]. En particular, el incremento en la demanda mundial de procesos para el tratamiento agua que sean baratos y eficientes promueve que se mejore la operación de procesos de lodos activados, mediante el uso de estrategias de control.

4.2.1 Cinética de Reacción

En una unidad de lodos activados una comunidad de microorganismos se abastece con materia orgánica y oxígeno. La mezcla de lodos y agua en el recipiente de aereación (*Figura 4.1*) se conoce como licor mixto (LM). Los fenómenos biológicos concernientes a la degradación de la materia orgánica se pueden clasificar en dos etapas: oxidación y síntesis: (i) los microorganismos consumen la materia orgánica y bajo condiciones ambientales apropiadas transforman el contaminante biodegradable mediante un metabolismo aerobio en dióxido de carbono, agua y minerales, generación de energía; (ii) esta energía se utiliza para la síntesis del resto de la materia orgánica en nuevas células [7].

El primer aspecto en el modelado es la cinética microbiana, la cual representa la interacción entre la materia orgánica y la biomasa. La dinámica de sedimentación no concierne directamente a la reacción bioquímica. Mejor dicho concierne a la doble función del sedimentador: la separación de los biofloculos del líquido para generar un efluente libre de sólidos y el espesamiento de la biomasa en el fondo del sedimentador para ser recirculada dentro del aereador. La descripción de todas las reacciones que surgen en el bioreactor generarían un modelo de ecuaciones diferenciales de orden superior [10].

4.2.2 Descripción del Modelo

Para simplificar la representación del modelo del bioreactor, únicamente conservaremos las propiedades estructurales del proceso: (a) consideraremos disponible el modelo cinético apropiado para la degradación del residuo y asumiremos que la disponibilidad y transferencia de oxígeno no es una etapa limitante; (b) el proceso de lodos activados puede ser tratado como un sustrato simple, un sistema de biomasa simple; (c) el bioreactor esta considerado perfectamente mezclado, de tal forma que la concentración de cada componente es espacialmente homogénea.

De esta manera, las dinámicas del proceso estan representadas por el siguiente modelo:

- **Balance de masa del bioreactor**

$$\dot{X}(t) = \left(\mu(S_{sub}) - \frac{F_{in}(t) + F_R(t)}{V} \right) X(t) + \frac{F_R(t)}{V} X_R(t) \quad (4.1)$$

y

$$\dot{S}_{sub}(t) = -\frac{1}{Y} \mu(S_{sub}) X(t) + \frac{F_{in}(t)}{V} S_{in} - \frac{F_{in}(t)}{V} S_{sub}(t) \quad (4.2)$$

donde X es la biomasa activa microbiana, la cual es considerada como la cantidad total de lodos presentes en el licor mezclado, S_{sub} es el sustrato medido como Demanda Química de Oxígeno (DQO), V es el volumen del bioreactor y $\mu(S_{sub})$ es la velocidad específica de crecimiento a una S dada.

- **Balance de masa en el sedimentador**

La concentración de biomasa en la corriente de reciclado depende del sedimentador usado. Las dinámicas del sedimentador pueden describirse por la siguiente ecuación:

$$\dot{X}_R(t) = \left(\mu(S_{sub}) - \frac{F_{in}(t)}{V} \right) X_R(t) + \frac{X_R(t)}{V} (r(t) - 1) F_R(t) \quad (4.3)$$

donde F_w es el flujo del agua residual y V_s es el volumen del sedimentador.

Se asume que tenemos una tasa constante en la concentración de sólidos a la entrada y salida, por lo que la descripción del sedimentador puede ser aproximada por [7].

$$X_R(t) = r(t)X(t) \quad (4.4)$$

donde X_R es la concentración de la biomasa en la corriente de recirculado y el parámetro r es considerado la tasa de entrada-salida del sedimentador. En este trabajo se propone un modelo simplificado. La idea es utilizar la tasa de dilución del influente D_{in} (la cual, esta representada por la inversa del tiempo de residencia) y D_R como la tasa de dilución recirculada para el proceso de digestión aerobio. Entonces, los balances del sistema pueden ser representados por:

- **Balance de masa en el bioreactor**

$$\dot{X}(t) = (\mu(S_{sub}) - D_{in} - D_R) X(t) + D_R X_R(t) \quad (4.1a)$$

$$\dot{S}_{sub}(t) = -\frac{1}{Y} \mu(S_{sub}) X(t) + D_{in} S_{in} - D_{in} S_{sub}(t) \quad (4.2a)$$

donde $\mu(\cdot)$ es la tasa de crecimiento específico. Este parámetro es clave para la descripción del crecimiento de biomasa y consumo de sustrato de la reacción. La tasa de crecimiento es modelada por la ecuación del tipo Monod:

$$\mu(S_{sub}(t)) = \frac{\mu_m S_{sub}(t)}{K_m + S_{sub}(t)} \quad (4.3a)$$

done μ_m es la máxima tasa de crecimiento y K_m es la media de la constante de saturación de la materia orgánica biodegradable.

- **Balance de masa del sedimentador**

$$X_R(r) = r(t)X(t) \tag{4.4a}$$

La concentración de biomasa y la concentración de biomasa en la corriente de recirculado están dadas en unidades de mg/l , la concentración de sustrato en $mg DQO/l$ y las tasas de dilución en unidades de h^{-1} . Los parámetros del modelo están reportados en [7] y son los siguientes: $\mu_m = 0.2 h^{-1}$, $K_m = 90 (mg/l)$, $Y = 0.6$, $S_{in} = 300 (mg DQO/l)$, y $r = 3$.

4.2.3 Comportamiento a Lazo Abierto del Reactor Aerobio

Se realizaron simulaciones numéricas para evaluar el efecto de las condiciones iniciales y perturbaciones externas en el influente en el desempeño del proceso aerobio. La *Figura 4.2* muestra un ejemplo de la simulación de un reactor aerobio para el tratamiento de aguas residuales. Las condiciones iniciales se tomaron como $X = 2000 \text{ mg/l}$ y $S_{sub} = 200 \text{ DQO mg/l}$. La tasa de dilución nominal del influente fué tomada como $D_{in} = 0.16 \text{ h}^{-1}$ y la tasa de dilución del recirculado $D_R = 0.04 \text{ h}^{-1}$.

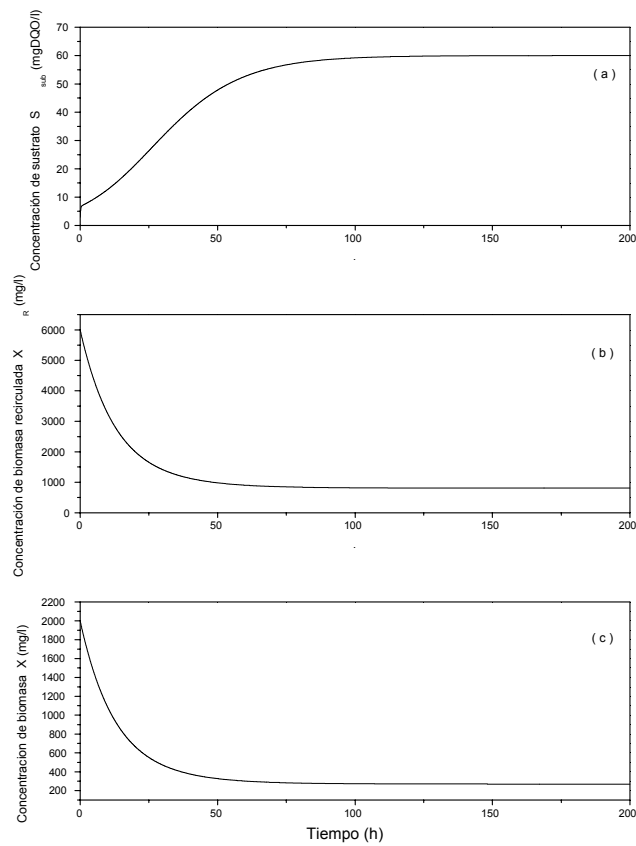


Figura 4.2 Desempeño a lazo abierto del reactor aerobio.

a) Concentración del sustrato S , b) Concentración de la biomasa recirculada X_R , c) Concentración de biomasa X .

La dinámica del proceso es estable en el sentido de que en ausencia de una perturbación externa se mantiene constante el punto de operación deseado. En la figura anterior, podemos observar que la eficiencia de remoción del sistema es alrededor de 75% y que en este caso el valor es aceptable. Sin embargo, si una perturbación externa actúa en el influente del proceso, la eficiencia de remoción en términos de la concentración de la DQO puede reducirse. Una alternativa sistemática para evitar este problema es el uso de una segunda variable manipulada en la estrategia de control.

4.3 Caso de Estudio

Como se describe en el Capítulo 3, el algoritmo de la síntesis del controlador está basado en la factorización de la función de transferencia [11]. Específicamente, el procedimiento de obtener un controlador en paralelo consiste (como se mencionó en el capítulo anterior, *Figura 3.1*) en cuatro pasos: (a) Factorización de la función de transferencia de la planta, (b) cálculo de un controlador maestro, (c) uso de un problema de optimización para obtener un divisor de entrada y (d) inversión del filtro de adelanto-retardo para obtener las entradas de control físicas.

Para que el diseño del control retroalimentado manipule simultáneamente la tasa de dilución del influente D_{in} y la tasa de dilución de recirculado D_R se utiliza un modelo rectangular 2×1 entrada/salida. El diseño del control paralelo es diseñado en base a modelos lineales heurísticos de la respuesta al escalón del proceso aerobio. Para llevar a cabo la respuesta al escalón del proceso se considera el modelo descrito en la *Subsección 4.1.2* representado por las ecuaciones (4.1a)-(4.4a).

Las dinámicas de entrada/salida $D_{in} \rightarrow S_{sub}$ y $D_R \rightarrow S_{sub}$ pueden ser modeladas como procesos estables de primer orden y en donde dichos modelos heurísticos representan la conexión dinámica entre las variables manipuladas D_{in} y D_R con la variable regulada S_{sub} . En base a la respuesta de la *Figura 4.3* los parámetros de ganancia y tiempo característicos del sistema son: $K_{D_{in}S_{sub}} = 1335.16 \text{ mgDQO}h/l$, $\tau_{D_{in}} = 15.67 \text{ h}$, $K_{D_R S_{sub}} = -2420.65 \text{ mgDQO}h/l$ y $\tau_{D_R} = 17.71 \text{ h}$.

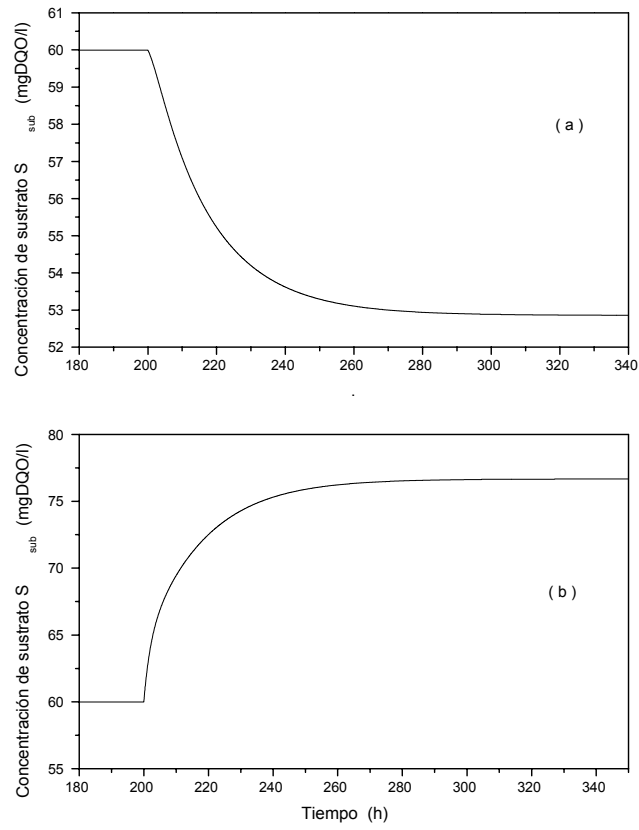


Figura 4.3 Respuesta al escalón de la concentración de sustrato del proceso. a) Con $D_R = 0.16$ y $\Delta D_R = 0.05 \text{ h}^{-1}$; b) Con $D_{in} = 0.16$ y $\Delta D_{in} = 0.05 \text{ h}^{-1}$.

4.3.1 Diagrama Esquemático del Proceso de Digestión Aerobio con Control

En la *Figura 4.4* se muestra el marco experimental para el proceso de digestión aerobia controlado. En este marco se incluye de manera gráfica la necesidad de un sensor en el sistema, con la finalidad de medir la concentración de sustrato en el efluente.

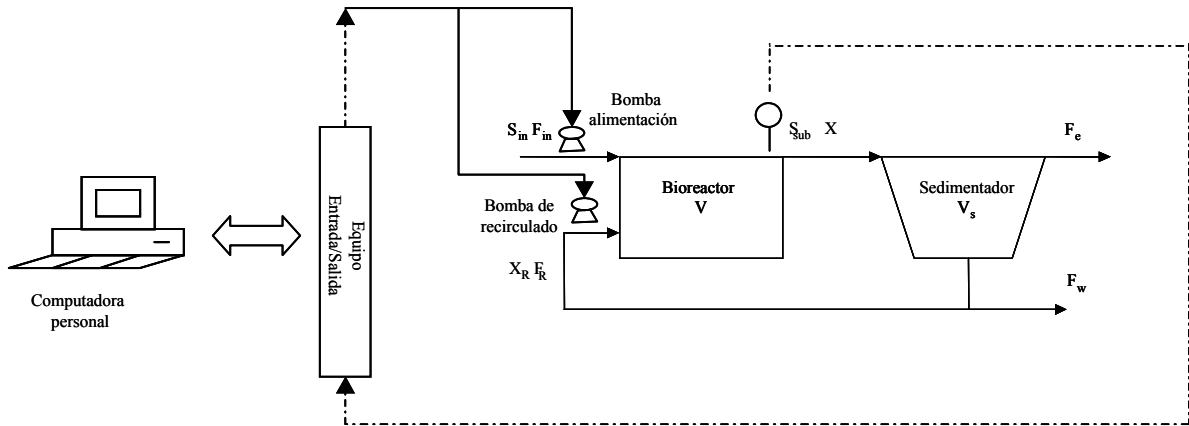


Figura 4.4 Marco experimental para el proceso de digestión aerobia con recirculado.

El valor de la medición del sustrato en términos de la concentración de la Demanda Química de Oxígeno, como se muestra en el esquema será retroalimentado a un equipo que permita manejar entradas y salidas de datos del sistema en estudio. Con el dato retroalimentado del sistema y el algoritmo de control paralelo se realiza una comparación del valor del parámetro de control retroalimentado con un valor de referencia establecido por el usuario. Si dicho valor se encuentra dentro de los límites establecidos se mantiene constante el flujo en el influente. En caso contrario, si el valor de la concentración del efluente se encuentra por abajo del valor de referencia o por arriba del mismo, entonces el controlador enviara la señal al sistema de aumentar o disminuir la cantidad de flujo en el influente respectivamente. El algoritmo de control paralelo propuesto para el proceso de digestión aerobia, será el que pueda especificar el punto de referencia de la concentración de sustrato bajo la cual queremos que el sistema trabaje; además de permitir la asignación en la distribución del trabajo para cada una de las entradas de control del sistema. En este caso particular, para la tasa de dilución del reactor y la tasa de dilución de recirculación.

4.3.2 Simulaciones

La *Figura 4.5a* muestra el comportamiento del sistema para concentraciones de sustrato constante, $S_{sub} = 70$ y $S_{sub} = 50$ y su relación con distintos valores de tasas de dilución. Es decir, la figura muestra que de acuerdo al valor de la pendiente obtenida existe una relación entre la tasa de dilución del influente y el recirculado. Podemos observar un valor de pendiente de $m = 0.5$ para las trayectorias del sistema en estado estacionario, lo que nos indica que por cada litro del flujo de alimentación se recircula 0.5 veces este mismo para mantener la relación de los flujos en el sistema y lograr con ello, un buen funcionamiento del reactor.

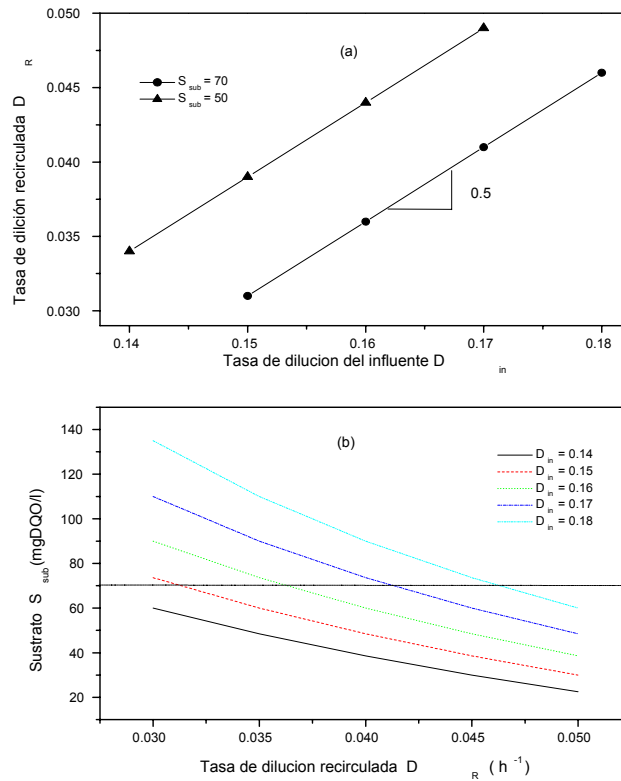


Figura 4.5 Mapas en estado estacionario entrada/salida del reactor

aerobio. a) Efecto de la S_{sub} y de la D_{in} sobre la D_R y b) Efecto

de la D_R y la D_{in} sobre el S_{sub} .

Para ilustrar de mejor forma la relación existente entre los flujos la *Figura 4.5b* muestra el mapa en estado estacionario del reactor aerobio. Podemos observar el comportamiento del sistema en estado estacionario y los valores con los cuales podemos alcanzar el valor de la concentración de sustrato de referencia ($S_{sub} = 70 \text{ mg DQO/l}$) mediante los distintos valores de concentración de tasas de dilución que son intersectados por la línea que marca el punto de referencia. Para ver el funcionamiento del controlador, la *Figura 4.6* presenta la respuesta del reactor aerobio para cinco valores del parámetro α , así como un +25% de una perturbación en el sustrato del influente S_{in} en un tiempo $t = 350 \text{ h}$. Nótese que cuando $\alpha = 1$ la tasa de dilución del influente D_{in} toma su valor nominal \bar{D}_{in} y todas las dinámicas y el esfuerzo de control en estado estacionario es realizado por el control de la tasa de dilución del recirculado. Cuando $\alpha = 0$ el punto de referencia de la tasa de dilución recirculada se mantiene en su valor nominal \bar{D}_R y toda su dinámica y esfuerzo de control estacionario es realizada por la tasa de dilución del influente.

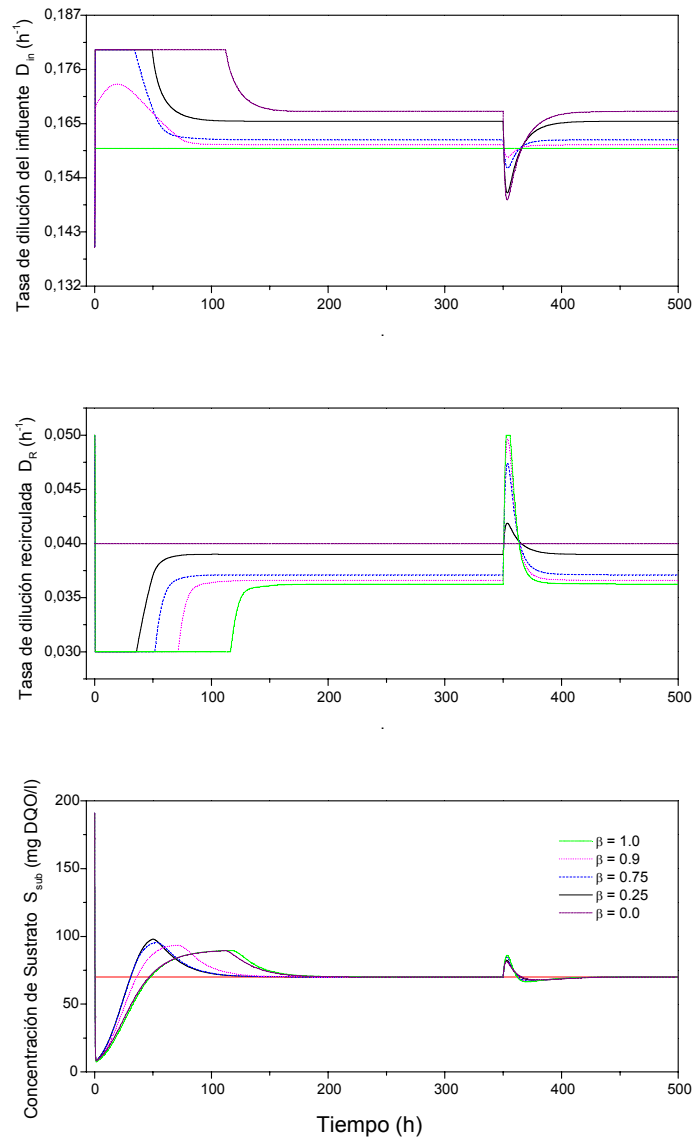


Figura 4.6 Desempeño del reactor aerobio con control paralelo.

Podemos observar que mientras mayor es el flujo que entra en el sistema, mayor es el flujo de recirculado por lo que la convergencia del sistema es más lenta. Esto se puede ver al momento de utilizar en valor de $\alpha = 0$ donde únicamente la tasa de dilución del sistema actúa para regular la concentración del sustrato hasta el valor de sustrato deseado. Sin embargo, la convergencia del sistema es más lenta, con un tiempo de convergencia de aproximadamente 175 h (7 días). Por lo que al repartir el trabajo en dos entradas de control el tiempo de recuperación del sistema se ve reducido. Esto se observa cuando utilizamos un valor de $\alpha = 0.75$; en este caso estamos asignando un 75% del trabajo a la tasa de dilución del influente y un 25% a la tasa de dilución del recirculado. Al realizar esta asignación podemos observar que el sistema tiende a recuperarse en menor tiempo que cuando únicamente actúa la tasa de dilución del influente ($\alpha = 0$). De las simulaciones realizadas se encontró que, para que exista un buen desempeño del sistema, tanto en procesamiento del sustrato como en tiempo de recuperación del mismo, se requiere hacer una distribución adecuada del trabajo entre las dos entradas de control. Con esto se quiere decir que un valor óptimo del parámetro α estaría alrededor de 0.9. Observamos que con valores de α menores a 0.9 se obtiene una recuperación más rápida. Por lo tanto, con el uso de $\alpha = 0.9$ la convergencia del sistema se logra en menor tiempo 110 h (4.5 días), lo cual significa una mejora en desempeño del sistema al actuar ambas entradas de control. Esto se debe a que el flujo de recirculado favorece la degradación del sustrato en el interior del reactor, de manera similar a lo que sucede en destilación con la corriente de recirculación que introduce un efecto de rectificación en el fenómeno de separación.

En base a lo anterior, podemos observar que el uso de dos variables de control mejora la respuesta del reactor aerobio en términos de tiempo y respuesta de procesamiento. Además observamos que bajo la acción de ambas entradas el rechazo a perturbaciones en el reactor se logra en un tiempo aproximado de 50 h (2 días), considerado un tiempo aceptable para eliminar una sobrecarga en el sistema. Evitando con esto una disminución en la eficiencia de remoción del sistema, y lográndose un sistema de trabajo eficiente, rápido y seguro.

4.4 Conclusiones

La idea principal en esta parte del trabajo es manipular al mismo tiempo dos entradas de control: una rápida y otra lenta, dadas por tasa de dilución del influente y la tasa de dilución del recirculado respectivamente. La finalidad es disminuir el esfuerzo de control y regular la composición del efluente del proceso de digestión aerobio a un valor de referencia establecido. El diseño del controlador para cada entrada esta basada en modelos lineales heurísticos obtenidos de la respuesta al escalón del proceso aerobio. El trabajo propone un procedimiento de síntesis basado en una factorización de plantas de multiple entrada-una salida. Se utiliza una función para cada entrada en la arquitectura en paralelo de la estrategia de control, donde cada controlador es derivado del mismo error de regulación. El controlador propuesto es diseñado bajo un criterio de minimización, el cual balancea el uso de dos entradas de control. El resultado es una estructura de control paralelo eficiente, robusta y capaz de manejar saturaciones en las entradas de control con mayor eficiencia que un simple lazo de control.

4.5 Referencias

- [1] Patry G.G. and Chapman D., *Dinamic Modelling and Expert System in Wastewater Engineering*, Lewis Publisher, Michigan, 1981.
- [2] Luyben W.L., *Process Modeling, Simulation, and Control for Chemical Engineers*, McGraw-Hill, New York, 1990.
- [3] Henson M.A.; Ogunnaike B.A. and Schwaber J.S., *AIChE J.* **1995**, *41* 604.
- [4] Chia T.L. and Brosilow C.B. *Hydrocarbon Processing.* 1991, June, *61*.
- [5] Balchen J.G.; Mimme K.I., *Process Control: Structures and Applications*, Van Nostrand Reinhold, New York, 1988.
- [6] Williams S.J.; Hrovat D.; Davey C.; Maclay D.; Crevel J.W.V. and Chen L.F., *Proc. Amer. Control Conf.*, Chicago, **1992**, 1950.
- [7] P.G. Georgieva, S. Foyo Acevedo, *Int. J. Robust Nonlinear Control* **1999**, *9* 949-967.
- [8] Arden E., Lockett W.T., *J. Soc. Chem. Ind.*, **1914**, *33* 553.
- [9] Sundstrom D.W. and Klei H.E. *Wastewater Treatment*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1979.
- [10] Verstraete W. and van Vaerenbergh E. *Microbial Degradations*, W. Schoborn (Vol. Ed.), VCH, Weinheim, 1986
- [11] Vidyasagar M. *Control System Synthesis: A Factorization Approach.* MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1985.
- [12] Morari M. and Zafiriou E., *Robust Process Control*, Prentice-Hall. New York, 1989
- [13] Mc Lain; Kurtz R.B.; Henson M.A. and Doyle III F.J. Habituating control for nonsquare nonlinear processes, *Ind. Eng. Chem. REs.* **1996**, *35*, 4067-4077.
- [14] Luenberger D.G., *Optimization by Vector Space Methods*, John Wiley and Sons, New York, 1969.

Capítulo 5

Conclusiones Generales

En este capítulo se resumen los puntos que en esta tesis se han estudiado y los logros obtenidos en base a los resultados de los Capítulos 2, 3 y 4, incorporando así las conclusiones generales a este trabajo.

1. Se estudió la optimización de las reglas de sintonizado IMC para hacer coincidir la respuesta de un proceso a la respuesta de un modelo de referencia. Se mostró que para un gran intervalo de tiempos de retardo, la expansión de primer orden del operador de tiempo de retardo $\exp(-\theta s) \approx 1 - \theta s$ no limita seriamente el desempeño de los controladores PI sintonizados con las reglas IMC.
2. Se analizó que los procedimientos heurísticos de reducción de modelo, similares a la regla media para obtener procesos de primer o segundo orden, funcionan bien debido a que proporcionan al controlador PI/PID protección contra dinámicas de alta frecuencia inducidas por tiempos de retardo reales y dinámicas de respuesta inversa.
3. Se explotó la estructura de control rectangular para diseñar controladores redundantes trabajando en una arquitectura de control paralelo, la cual ante una perturbación muy grande y con saturaciones en la entrada de control, provee una operación del proceso más suave y segura que su contraparte no redundante.
4. El sintonizado de los controladores resultantes para la estrategia de control paralelo se realizó mediante las reglas de sintonizado IMC obteniéndose con esto un sintonizado y una respuesta de

los controladores aceptables. Es decir, la estrategia de control diseñada con esta estructura en paralelo permite a un sistema a lazo cerrado lograr acciones de control moderadas y desempeño mejorado.

5. En el esquema de control en paralelo, las saturaciones de la señal de control se pueden compensar con otra entrada de control, la cual es capaz de regular efectivamente la salida.
6. En general, el trabajo de tesis propone un procedimiento de síntesis de controladores paralelos basado en una factorización de plantas de múltiple entrada-una salida. Se utiliza una función para cada entrada en la arquitectura en paralelo de la estrategia de control, donde cada controlador es derivado del mismo error de regulación. El controlador propuesto es diseñado bajo un criterio de minimización, el cual balancea el uso de dos entradas de control, siendo el resultado una estructura de control paralelo eficiente, robusta y capaz de manejar saturaciones en las entradas de control con mayor eficiencia que un simple lazo de control.
7. Los resultados de las simulaciones muestran que la estructura de control paralelo genera un desempeño del controlador bastante aceptable en el rechazo a perturbaciones externas en el sistema en estudio. Esto se ejemplificó con un reactor continuo tipo tanque agitado y un reactor biológico aerobio, en los cuales la estructura de control muestra ser eficiente y con buen desempeño del control ante perturbaciones externas y cambios de referencia.
8. Para la aplicación del algoritmo de control paralelo se muestra un esquema del equipo necesario para implementarlo de manera experimental, así como la descripción del funcionamiento del control bajo las características específicas del proceso.
9. Para implementar de manera experimental el esquema de control paralelo, es necesario realizar un estudio de los parámetros de control del sistema para seleccionar aquellos que permitan obtener un buen desempeño del sistema. Es decir, un criterio de selección más sistemático de estos parámetros (cambios al escalón en el sistema). Así mismo, para el caso del reactor biológico considerar como trabajo futuro un modelo del sistema en donde se encuentre involucrado el balance de masa para el oxígeno y analizar con estas nuevas variables el efecto del diseño del control paralelo y anular con esto la restricción de que X_R sea constante.



Casa abierta al tiempo

Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa
Departamento de Ingeniería de Procesos e Hidráulica



**UNA ESTRUCTURA PARALELA PARA
EL CONTROL DE PROCESOS**

UNIDAD
Iztapalapa

DIVISION
CBI

TESIS

Que para obtener el grado de
Doctor en Ciencias (Ingeniería Química)

Por
Alejandra Velasco Pérez

Asesor

Dr. José de Jesús Álvarez Ramírez