



UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA – UNIDAD IZTAPALAPA

PROPAGACION DE TSUNAMIS

Tesis que presenta

Modesto Ortiz Figueroa

para obtener el grado de Doctor en Ciencias

ASESOR: Dr. Eugenio Gómez Reyes

División de Ciencias Básicas e Ingeniería
Departamento de Ingeniería de Procesos e Hidráulica

México, D.F., mayo 2001

**A Laura y a nuestros hijos e hija,
Felipe, Laura Gabriela y Ernesto**

AGRADECIMIENTOS

Al Departamento de Oceanografía Física y a la Dirección General del Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California, (CICESE) por el apoyo durante mi estancia en el programa doctoral.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca durante los tres años que comprende el programa doctoral.

A mi asesor E. Gómez-Reyes por proporcionarme todos los recursos a su alcance para hacer posible la investigación. A los profesores y compañeros del Departamento de Ingeniería de Procesos e Hidráulica de la UAM, H. S. Vélez-Muñoz, R. Blanco, A. Galván, M. Jacobo y A. Breña, por las fructíferas discusiones en los diferentes temas de investigación y por su amistad y confianza que hicieron agradable mi estancia en el Departamento.

Al personal de la Biblioteca de CICESE, A. Chávez, Ma. E. Muñoz, G. Morales, G. Zamora, D. Sarracino, C. González, V. Arredondo, E. Avilés y E. Fernández, quienes siempre se han distinguido por su espíritu de servicio y cuyo apoyo local y a distancia ha sido invaluable atendiendo mis solicitudes de material bibliográfico.

Mi aprecio y reconocimiento a los profesores S. K. Singh, V. Kostoglodov y J. Pacheco, del Departamento de Vulcanología y Sismología del Instituto de Geofísica de la UNAM, quienes con la mejor disposición no escatimaron su tiempo y recursos para satisfacer mis demandas de conocimiento en el ámbito de las Ciencias de la Tierra. Gracias a su iniciativa se amplió la perspectiva en el campo de investigación de tsunamis en México.

Agradezco a mi profesor, colega y amigo S. F. Farreras, el haberme iniciado e impulsado continuamente en el estudio de tsunamis.

Contenido

PROPAGACION DE TSUNAMIS

Resumen 1

Introducción General 2

1 Ecuaciones de Propagación de Tsunamis

- 1.1 Introducción 4
- 1.2 Dispersión de onda observada en el tsunami de Shikotan del 4 de octubre de 1994 5
- 1.3 Dispersión de onda, una condición necesaria en la propagación de tsunamis grandes y medianos 11
- 1.4 Discusión y conclusiones 16

2 Aproximación unidimensional a la propagación de tsunamis bidimensionales

- 2.1 Introducción 18
- 2.2 Propagación de tsunamis con simetría radial 18
- 2.3 Direccionalidad en la propagación de tsunamis 19
- 2.4 Propagación unidimensional del tsunami de Shikotan de 1994, comparación con observaciones 21
- 2.5 Propagación unidimensional del tsunami de Alaska de 1964, comparación con observaciones 24
- 2.6 Discusión y conclusiones 26

3 Aplicación de propagación de tsunamis a la Sismología

- 3.1 Localización de las áreas de ruptura de los sismos de Acapulco de 1962 y 1957 mediante el análisis de los tsunamis registrados en Acapulco y en Salina Cruz.
Resumen 27
- 3.2 Introducción 28
- 3.3 Variaciones en el nivel del mar asociadas a los sismos de Acapulco de 1962 29
- 3.4 Estimación de las áreas de ruptura de los sismos de Acapulco de 1962 y de 1957 analizando la propagación de tsunamis 32
- 3.5 Incertidumbre en los resultados 39
- 3.6 Discusión y conclusiones 40

APENDICES

A Wavelets desde el punto de vista de la demodulación compleja

- A.1 Resumen 43
- A.2 Introducción 43
- A.3 Wavelets 44
- A.4 Demodulación Compleja 45
- A.5 Similitudes y diferencias entre la "Wavelet Transform" y la Demodulación Compleja 48
- A.6 Wavelet modificada de Morlet 51
- A.7 Demodulación Compleja empleando una función de Gauss 54
- A.8 ¿ Demodulación o Wavelet Transform? 56
- A.9 ¿Filtros o Wavelets en la localización de eventos transitorios? 56

B Ecuaciones de aguas someras

- B.1 El modelo de aguas someras, ecuaciones primitivas 58
- B.2 Ecuaciones de aguas someras integradas en la vertical 58
- B.3 Solución de las ecuaciones de aguas someras en diferencias finitas, dispersión numérica y el número de Imamura 62
- B.4 Esquema de diferencias finitas en coordenadas esféricas 65

C Solución pseudoespectral de las ecuaciones de Boussinesq

- C.1 Resumen 67
- C.2 Esquema numérico 67
- C.3 Comparación de la solución pseudoespectral de las ecuaciones de Boussinesq con la solución en diferencias finitas de las ecuaciones de aguas someras 70
- C.4 Discusión y conclusiones 71

Bibliografía 72

PROPAGACION DE TSUNAMIS

Resumen

Se analiza la propagación de tsunamis transoceánicos y de tsunamis regionales. En el primer caso el objetivo es establecer criterios para evaluar la alerta de tsunamis transoceánicos. En el caso de tsunamis regionales el objetivo es describir y localizar la fuente sísmica. Para el caso de tsunamis transoceánicos se propone un método simplificado para estimar la altura del frente de onda mediante una función de direccionalidad del flujo de energía aplicada a un modelo unidimensional en diferencias finitas basado en las ecuaciones de aguas someras. Este método se propone, no como una alternativa, sino como mecanismo auxiliar para evaluar en pocos minutos la alerta temprana de tsunamis transoceánicos. La propagación de tsunamis regionales mediante la solución en diferencias finitas de las ecuaciones bidimensionales de aguas someras, se aplica a manera de método inverso para determinar la localización y el área de ruptura de sismos tsunamigénicos que ocurren en zonas de subducción de la corteza terrestre. En particular, se determina la localización y el área de ruptura de los sismos de Acapulco-San Marcos del 28 de julio de 1957 y del 11 y 19 de mayo de 1962. La elección de la solución numérica de las ecuaciones de aguas someras para simular la propagación de tsunamis se fundamenta en el análisis de las observaciones en mar abierto del tsunami de Shikotan del 4 de octubre de 1994 y en el análisis comparativo de las ecuaciones no dispersivas de aguas someras y de las ecuaciones dispersivas de Boussinesq. Las observaciones del tsunami de Shikotan, obtenidas a una distancia de 6300 km de la región de generación del tsunami, y el análisis de ambas ecuaciones, muestran que la dispersión por frecuencia prescrita por las ecuaciones de Boussinesq es un mecanismo necesario y suficiente en la propagación de tsunamis. La solución analítica de las ecuaciones de aguas someras sobrestima significativamente la altura del frente de onda del tsunami en comparación con la solución analítica de las ecuaciones de Boussinesq. Sin embargo, la simulación numérica del tsunami de Shikotan confirma que el método de diferencias finitas central aplicado a las ecuaciones de aguas someras es el más apropiado para simular la propagación de tsunamis debido a que la dispersión intrínseca del método numérico es similar a la dispersión prescrita por Boussinesq. Mientras que el método de diferencias finitas aplicado a las ecuaciones de Boussinesq sobrestima la dispersión debido al efecto combinado de la dispersión física y numérica, lo que a su vez subestima significativamente la altura del frente de onda del tsunami.

Introducción general

Los tsunamis son ondas gravitatorias generadas por una dislocación súbita del fondo marino que afecta de forma similar a la superficie del océano. Esta dislocación es lo que se conoce como condición inicial del tsunami. El origen de la dislocación puede ser sismotectónico o por deslizamiento de grandes masas de sedimento en el talud continental. La longitud de onda de los tsunamis se ha estimado de decenas a cientos de kilómetros y depende del área y del mecanismo de la dislocación. El hecho de que la longitud de onda sea mucho mayor que la profundidad del océano ha permitido estudiar la propagación de tsunamis empleando ecuaciones de ondas que se propagan en aguas someras o de poca profundidad en comparación con la longitud de onda. En mar abierto, la velocidad de propagación de un tsunami es de aproximadamente 700 km/hora. Esta velocidad de propagación, y el hecho de que no se puede predecir el lugar y el tiempo en el que se originará, han hecho difícil la emisión y evaluación de una alerta temprana de prevención de riesgo de inundación costera. En el caso del tsunami de Chile de 1960 no se emitió alerta alguna y las consecuencias fueron devastadoras en Hawai y en Japón. Durante el tsunami de Alaska de 1964, la alerta se sobrestimó causando pánico en las costas de California y de Baja California. En particular, en la ciudad de Ensenada, B. C., se interrumpieron todas las actividades y la mayoría de los habitantes acudieron a los cerros en donde pasaron parte del día y toda la noche. Aun cuando estos hechos pudieran atribuirse a la insipiente red de telecomunicaciones de los años 60s, la incertidumbre en la evaluación de alertas de tsunami ha sido notoria en los años 90s. Tan solo el período comprendido entre los años 1991 y 1997, el Centro de Alerta de Tsunamis del Pacífico emitió 13 alertas de tsunami (Blackford, 1999). Entre éstas, la alerta del tsunami de Shikotan del 4 de octubre de 1994 ha sido el caso más relevante por causar pánico en las costas de Norteamérica, Centroamérica y Sudamérica debido a la falta de un criterio para evaluar el riesgo de inundación. Afortunadamente, la altura de este tsunami en las costas de Norteamérica fue de ~10 cm. El tiempo en el que un tsunami cruza longitudinalmente el Océano Pacífico es de 12 horas; aproximadamente, un tiempo similar al que se requiere para simular la propagación del mismo tsunami en un equipo de supercómputo. Este hecho, y la incertidumbre en la

estimación de la altura del tsunami, constituyen la motivación para hacer una revisión de las ecuaciones que gobiernan la propagación de tsunamis y de los métodos de solución.

Un criterio para evaluar la alerta de tsunamis transoceánicos es el de contar con un Atlas de propagación numérica de tsunamis de diferentes intensidades generados en las diferentes regiones del océano. Sin embargo, antes de iniciar la ardua y costosa tarea de la elaboración de tal Atlas, es necesario agotar hasta donde sea posible la investigación acerca de las ecuaciones y de los métodos de solución que describan adecuadamente la propagación de tsunamis transoceánicos, investigación que se ha abordado en esta tesis con el objetivo de minimizar tanto el tiempo de cómputo como la incertidumbre en la estimación de la altura del tsunami.

La investigación se presenta en tres secciones. En la primera sección se analizan las observaciones en mar abierto del tsunami de Shikotan del 4 de octubre de 1994 con la finalidad de caracterizar el mecanismo de dispersión de onda, y por ende, las ecuaciones y los métodos de solución que mejor describan la propagación de tsunamis transoceánicos. En la segunda sección, con fundamento en las ecuaciones seleccionadas, se propone un método numérico simplificado para estimar en pocos minutos la altura del frente de onda de un tsunami transoceánico. Este método se propone, no como una alternativa a la elaboración del Atlas de propagación de tsunamis, sino como un método complementario para evaluar una alerta temprana de tsunami remoto. En la tercera sección se hace una aplicación de la propagación de tsunamis para determinar la localización y el área de ruptura de sismos cuya fuente sísmica no ha sido localizada con precisión debido a la ausencia de datos o a la incertidumbre en los sismogramas.

1. Ecuaciones de propagación de tsunamis

1.1 Introducción

Durante las tres últimas décadas se ha discutido acerca de las ecuaciones apropiadas para simular la propagación de tsunamis. La discusión se ha centrado en las diferencias que podría tener la altura del frente de onda del tsunami si éste es propagado con las ecuaciones lineales de aguas someras en las que no se considera la dispersión de onda o con las ecuaciones lineales de Boussinesq en las que la dispersión es importante al considerar que las aceleraciones verticales del fluido son importantes. Una diferencia de escasos centímetros en la altura del tsunami en mar abierto podría ser una diferencia significativa en la estimación de la altura de inundación cuando el tsunami llega a la costa. El término dispersión por frecuencia o dispersión de onda se empleará indistintamente para indicar la dependencia de la velocidad de fase en la longitud de onda.

Houston (1978) y Houston *et al.*, (1984), analizando la propagación de los tsunamis de Chile de 1960 y de Alaska de 1964, mediante la solución en diferencias finitas de las ecuaciones de aguas someras, concluye: “... *para tsunamis grandes como el de Alaska de 1964, la dispersión de onda es despreciable durante todas las fases de su propagación, excepto en raras circunstancias cuando el frente del tsunami adquiere la forma de salto hidráulico en su fase final de inundación*”. Hammack y Segur (1978), empleando la ecuación de Korteg y de Vries (equivalente en una dimensión a las ecuaciones de Boussinesq), concluyen: “... *la teoría lineal asintótica nunca se aplica en la propagación de tsunamis. Si la longitud de la condición inicial es aproximadamente 160 km, el frente de onda se simula con teoría lineal sin dispersión a través de cualquier océano hasta que el tsunami llega a las costas. Para tsunamis pequeños (~60 km) la teoría lineal con dispersión es aplicable*”; Kowalik (1993), implícitamente sostiene que la dispersión no es importante y resuelve las ecuaciones de aguas someras con un laborioso esquema de diferencias finitas de cuarto orden para minimizar la dispersión de onda y la disipación de energía que generan los métodos numéricos. Por otra parte, Heinrich *et al.*, (1998), considera que la dispersión es importante y simula la propagación del tsunami de Perú de 1996 a las Islas Marquesas mediante la solución en diferencias finitas de las ecuaciones de

Boussinesq. Imamura *et al.*, (1990) y Liu *et al.*, (1995), consideran que la dispersión de onda es importante y proponen que la solución numérica en diferencias finitas de las ecuaciones de aguas someras es la más apropiada debido a que es posible controlar la dispersión numérica intrínseca del método numérico para imitar la dispersión prescrita por Boussinesq.

El mecanismo de dispersión de onda en la propagación de tsunamis no se ha podido determinar mediante observaciones debido a que éstas provienen de estaciones mareográficas costeras, en donde es difícil discriminar las oscilaciones propias del tsunami de las oscilaciones inducidas por la respuesta de la batimetría costera. En este estudio se determina el mecanismo de dispersión de onda en base a las observaciones en mar abierto del tsunami de Shikotan del 4 de octubre de 1994 y se analiza la necesidad de incluir o no el mecanismo de dispersión en la propagación de tsunamis grandes y medianos.

1.2 Dispersión de onda observada en el tsunami de Shikotan del 4 de octubre de 1994

Con el objetivo de observar la propagación de tsunamis en mar abierto, sin los efectos de la batimetría costera, el "Pacific Marine Environmental Laboratory" (PMEL / National Oceanic and Atmospheric Administration, USA) inició un programa de instalación de transductores de presión (Bottom Pressure Recorder, BPR) con resolución equivalente a 1 mm de altura en la columna de agua e intervalo de muestreo de 15 s (González *et al.*, 1987; Eble and González, 1991; Eble *et al.*, 1989). En este estudio se analizan los datos de uno de los BPR que capturaron al tsunami de Shikotan del 4 de octubre de 1994. La localidad del BPR en el noreste del Océano Pacífico (45.9°N, 129.99°W) se ilustra en la Figura 1.2.1. El BPR se encontraba instalado a una distancia de 450 km de la costa en la profundidad de 1550 m y a una distancia aproximada de 6300 km del origen del tsunami.

El análisis de las observaciones del tsunami de Shikotan, con la finalidad de identificar el mecanismo de dispersión de onda, requiere del perfil batimétrico a lo largo de la trayectoria *S* ortogonal al frente de onda del tsunami desde su origen hasta la localidad

del BPR. Para calcular la trayectoria se simuló numéricamente la propagación del tsunami de Shikotan empleando las ecuaciones de aguas someras (Pedlosky, 1979):

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{M} = 0 \quad (1.2.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} + gh \nabla \eta + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{M} = 0,$$

en donde t es el tiempo; η el desplazamiento vertical de la superficie del mar respecto a la profundidad media (h) de la columna de agua; $\mathbf{M} = (U, V)$ (gasto por unidad de área) representa al vector horizontal de flujo de masa integrado verticalmente, siendo U y V sus componentes longitudinal y latitudinal respectivamente; g es la aceleración de la gravedad y $\boldsymbol{\Omega}$ es la velocidad angular del planeta.

Las ecuaciones (1.2.1) se resolvieron en un sistema de coordenadas esféricas empleando el esquema de diferencias finitas centrales indicado por Goto *et al.*, (1997). La batimetría se tomó del banco de datos ETOPO-2 (Smith and Sandwell, 1997). Se eligió una malla de integración numérica con resolución espacial de 4 minutos en longitud y latitud y un paso de tiempo de 5 segundos para permitir que la dispersión de onda inducida por el modelo numérico fuese similar a la dispersión prescrita por Boussinesq (Imamura *et al.*, 1990; Liu *et al.*, 1995). La condición inicial del tsunami se consideró como una perturbación instantánea de la superficie del mar igual al desplazamiento vertical del lecho marino durante la ruptura. El desplazamiento vertical del lecho marino se calculó con el modelo de dislocación de Mansinha y Smylie (1971), considerando los parámetros del sismo de Shikotan propuestos por Kikuchi y Kanammori, (1995): Rumbo, echado, deslizamiento = 49°, 75°, 125°, con una dislocación uniforme de 5.6 m en un área de 120×60 km.

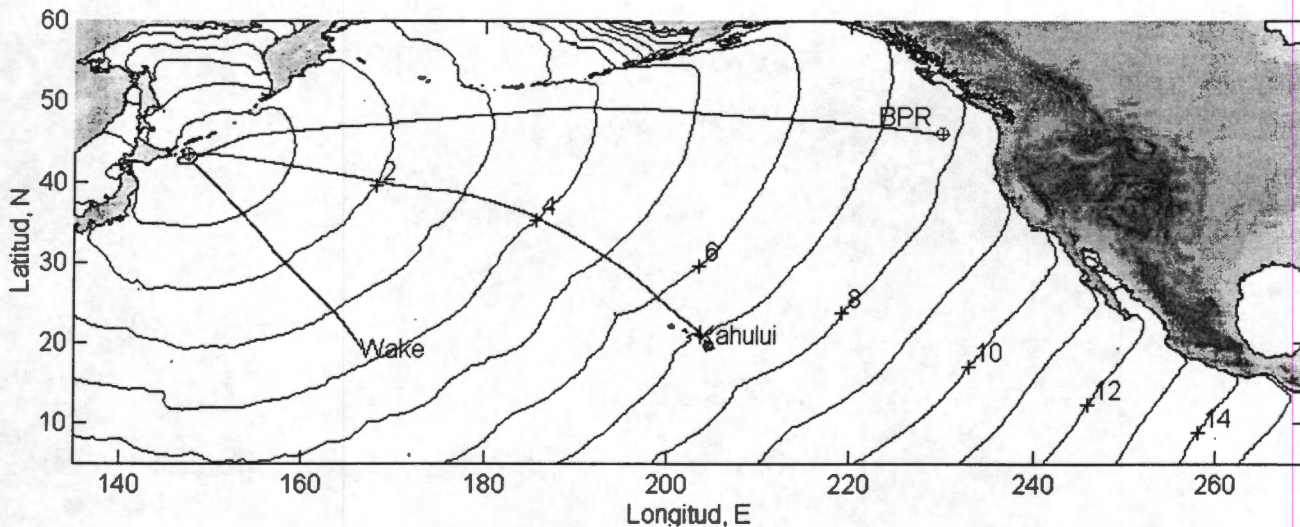


Figura 1.2.1. Tiempo de propagación (horas) del frente de onda del tsunami de Shikotan del 4 de octubre de 1994 (simulación numérica). Las líneas que conectan al epicentro con las localidades del BPR, la Isla Wake y la Bahía de Kahului, corresponden a las trayectorias, *S*, perpendiculares a los frentes de onda.

La trayectoria, *S*, se obtuvo a partir de la matriz de tiempo de propagación del frente de onda del tsunami (Figura 1.2.1), matriz que se construye mediante la identificación del frente de onda a cada paso de tiempo del modelo numérico. Una vez que se obtiene la matriz de propagación se pueden obtener cuantas trayectorias se requieran trazando ortogonales al frente de onda desde una localidad particular. El perfil batimétrico asociado a la trayectoria se obtuvo interpolando los datos de ETOPO-2 a lo largo de la misma. Durante la ejecución del modelo numérico se obtuvo el tsunami sintético (simulación numérica del tsunami) en la localidad del BPR. En la Figura 1.2.2 se comparan los datos del BPR con el tsunami sintético. Cabe mencionar que durante los experimentos numéricos no se encontró una diferencia significativa en la trayectoria del tsunami ni en el tsunami sintético en la localidad del BPR al incluir o no el término de Coriolis en las ecuaciones (1.2.1). Este hecho se explica comparando el período (~30 min) del frente de onda del tsunami (Figura 1.2.2) con el período de rotación (~33 horas) de un péndulo de Foucault en la latitud del BPR.

El análisis de la evolución temporal del contenido de energía (espectrograma) en los datos del BPR, considerando que la mayor parte del flujo de energía del tsunami desde su

origen hasta el BPR ocurre a lo largo de la trayectoria S , permite identificar y comparar el patrón de dispersión por frecuencia de las observaciones con diferentes mecanismos de dispersión de onda.

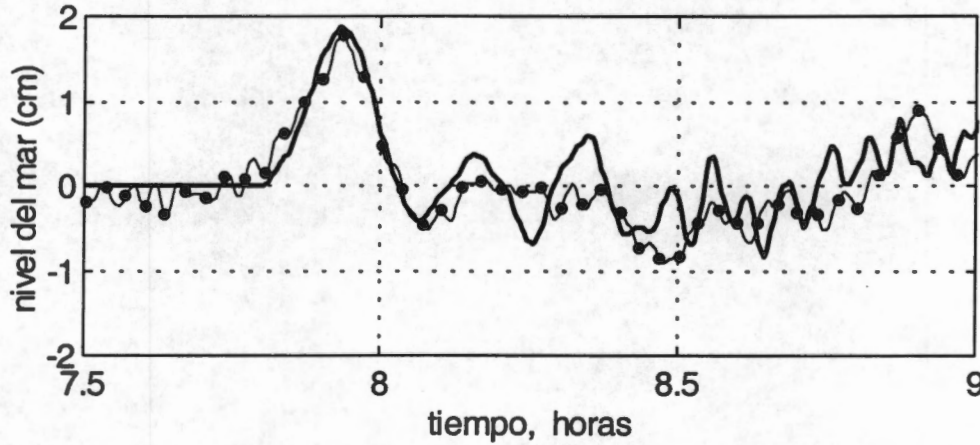


Figura 1.2.2. Comparación de las observaciones del tsunami de Shikotan del 4 de octubre de 1994 en la localidad del BPR (línea con puntos) con el tsunami sintético (línea gruesa). El origen del eje de tiempo está referido al tiempo de origen del sismo (13:22:58.1 ; UT).

Para calcular el espectrograma de los datos del BPR se revisaron los conceptos de demodulación compleja y de "wavelets", encontrando más adecuado el concepto de demodulación compleja. En el Apéndice A, se comparan ambos conceptos y se justifica el método empleado para calcular el espectrograma. El espectrograma, z , de los datos, η , del BPR, se calculó con la ecuación del apéndice A:

$$z(f = \frac{f_N}{\alpha}, t) = \frac{f_N}{\alpha \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \eta(\tau) e^{-(t-\tau)^2 (f_N/2\alpha)^2} e^{i2\pi f_N (t-\tau)/\alpha} d\tau, \quad (\text{A.7.2})$$

en donde t es el tiempo, $f = 1/T = \omega/2\pi$ es la frecuencia cíclica, ω es la frecuencia angular y f_N es la frecuencia de Nyquist. El parámetro, α , controla la frecuencia central y el ancho de los filtros empleados en la demodulación.

En el espectrograma de los datos del BPR (Figura 1.2.3a), se aprecia claramente el efecto de dispersión de onda indicado por la curvatura de la evolución temporal de los

valores máximos de energía. El patrón de dispersión en el espectrograma de las observaciones es muy similar al que se observa en el espectrograma del tsunami sintético (Figura 1.2.3b). Esta similitud puede considerarse como una evidencia de que el patrón de dispersión en las observaciones es real, es decir, no es solamente una tendencia numérica del algoritmo de demodulación.

Para caracterizar el mecanismo de dispersión de onda, tanto de las observaciones como del tsunami sintético, se obtuvo el tiempo de arribo por frecuencia, $t_a(f)$:

$$t_a(f) = \int_S \frac{dS}{C_g(f, S)}, \quad (1.2.2)$$

en donde $C_g(f, S)$ es la velocidad de grupo derivada de la relación de dispersión de Boussinesq (ver 1.3.3):

$$C_g(f, S) = \frac{\sqrt{gh(S)}(3 - 2k^2h^2(S))}{3\sqrt{1 - k^2h(S)^2/3}}; \quad f = \frac{k}{2\pi} \sqrt{(1 - k^2h^2(S)/3)gh(S)}, \quad (1.2.3)$$

siendo k el número de onda.

Tanto en el espectrograma de las observaciones como en el del tsunami sintético se aprecia la correlación entre el tiempo $t_a(f)$ y la evolución temporal de la energía, indicando que la dispersión de onda prescrita por Boussinesq es un mecanismo suficiente para describir la propagación transoceánica de este tsunami. No es sorprendente que $t_a(f)$ se ajuste al patrón de dispersión en el espectrograma del tsunami sintético debido a que el número de Imamura es ~ 0.7 a lo largo del 90% de la trayectoria, lo que asegura que la dispersión numérica es similar a la dispersión de Boussinesq. El número de Imamura se discute en el Apéndice B.

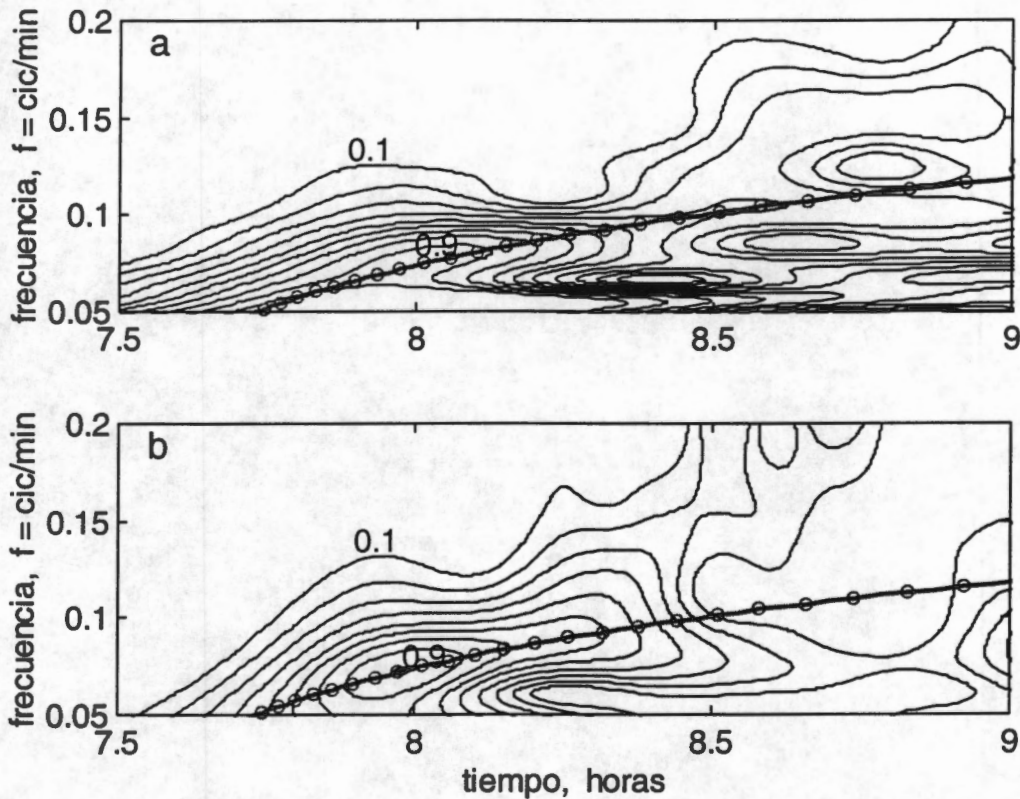


Figura 1.2.3. a -Espectrograma de las observaciones del tsunami de Shikotan del 4 de octubre de 1994; b -Espectrograma del tsunami sintético. Los contornos de energía están normalizados con el valor máximo. La línea con círculos, en ambas figuras, representa el tiempo de arribo por frecuencia $t_a(f)$ prescrito por la relación de dispersión de Boussinesq. El origen del eje de tiempo está referido al tiempo de origen del sismo.

El análisis de los datos del tsunami de Shikotan del 4 de octubre de 1994 muestra que la dispersión de onda prescrita por Boussinesq es una condición suficiente en la propagación de este tsunami y que no es necesario emplear una relación de dispersión de onda de mayor orden. Lo que resta es determinar si la dispersión de Boussinesq es una condición necesaria en la propagación de tsunamis grandes como el tsunami de Chile de 1960 o si es suficiente la relación de dispersión de las ecuaciones de aguas someras, $velocidad\ de\ fase \approx C_0 = \sqrt{gh}$.

1.3 Dispersión de onda, una condición necesaria en la propagación de tsunamis grandes y medianos

La diferencia en la altura del frente de onda del tsunami, al considerar o no significativo el efecto de dispersión de onda, depende de la profundidad del océano y del espectro de su condición inicial. Por ejemplo, un espectro unimodal tiende a impedir la formación de grupos de ondas, por lo que las diferencias en altura serían insignificantes si se incluye o no el mecanismo de dispersión. Por esta razón se eligió analizar la propagación de dos tipos de tsunamis que se clasificarán en este estudio de acuerdo a su condición inicial en un tsunami mediano (Figura 1.3.1a) y en un tsunami grande (Figura 1.3.1b).

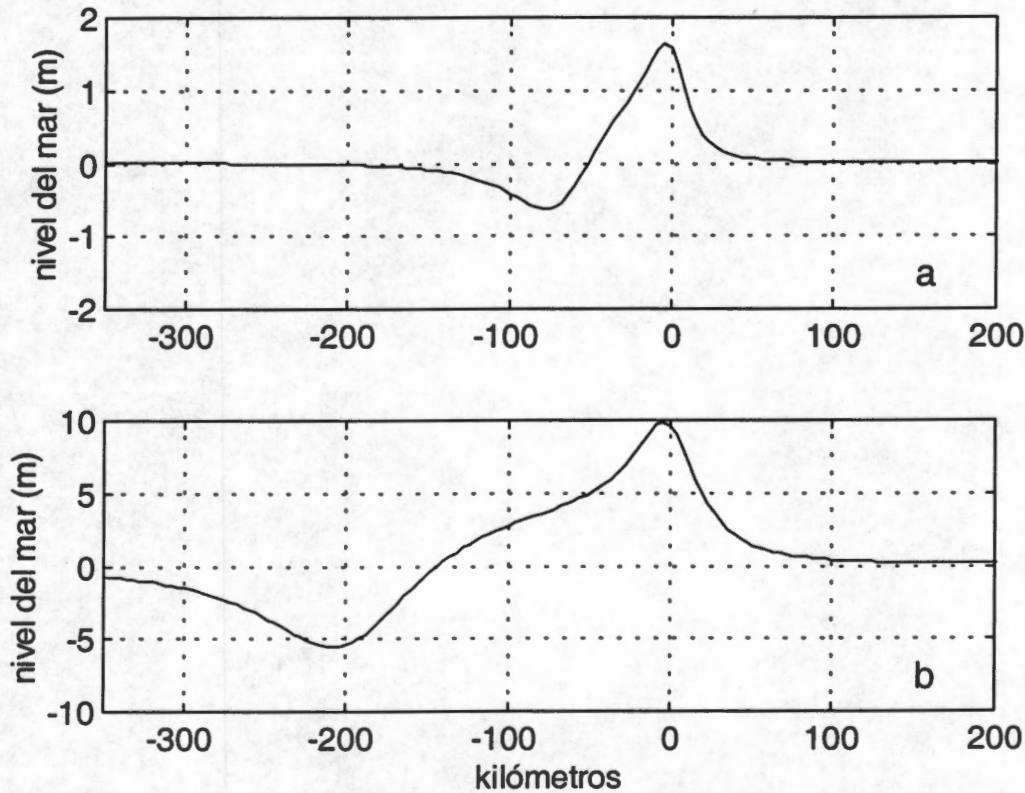


Figura 1.3.1. Condición inicial del tsunami proyectada a lo largo del eje principal (eje perpendicular al rumbo de la falla). **a** –Tsunami mediano; **b** –Tsunami grande. La condición inicial bidimensional se calculó con el modelo de dislocación de Mansinha y Smylie (1971).

El tsunami mediano se eligió como la cota máxima en cuanto a las dimensiones de los ocurridos en México, 1985 (Anderson *et al.*, 1986); Nicaragua, 1992 (Satake *et al.*, 1993); Las Flores Indonesia, 1992 (Yeh *et al.*, 1993); Shikotan, 1994 (Kikuchi and Kanamori, 1995); Jalisco, 1995 (Ortiz *et al.*, 1998). El tsunami grande se eligió similar al de Chile de 1960 (Kanamori and Ciper, 1974), que a su vez es similar en dimensiones al tsunami de Alaska de 1964. Al igual que en el caso del tsunami de Shikotan, la condición inicial de ambos tipos de tsunamis se calculó con el modelo de dislocación de Mansinha y Smylie (1971).

Para observar el efecto de dispersión de onda en ambos tipos de tsunamis a miles de kilómetros de su origen, se consideró un océano de profundidad constante ($h = 3000$ m) sin el efecto de la rotación terrestre. La propagación de los tsunamis se calculó con la solución analítica de las ecuaciones de aguas someras (1.2.1) y con la solución analítica de las ecuaciones de Boussinesq (LeMéauté, 1976; Liu, et al., 1995):

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{M} = 0 \quad (1.3.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} + gh \nabla \eta + 2\Omega \times \mathbf{M} = \nabla \left[\frac{h^3}{3} \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{M}}{h} \right) \right]$$

En un dominio sin rotación con fondo plano, la solución, tanto de (1.2.1) como de (1.3.1), se puede expresar en una sola ecuación en un sistema de coordenadas cartesianas ($0 \leq x \leq a$; $0 \leq y \leq b$), (Lamb, 1932):

$$\eta(x, y, t) = \sum \sum A_{m,n} \cos(m\pi x/a) \cos(n\pi y/b) \cos(Ckt) ; k^2 = \pi^2 (m^2/a^2 + n^2/b^2), \quad (1.3.2)$$

en donde, k es el número de onda, $A_{m,n}$ son los coeficientes de Fourier y C es la velocidad de fase. La solución de (1.2.1) se obtiene haciendo $C = C_t = \sqrt{gh}$, mientras que la solución de (1.3.1) se obtiene mediante la siguiente relación de dispersión, derivada de la misma ecuación al considerar un fondo plano y un dominio sin rotación:

$$C = \omega/k = C_0 \sqrt{1 - k^2 h^2 / 3} \quad (1.3.3)$$

Analizando la solución (1.3.2), (Figuras 1.3.2 y 1.3.3), a 6000 km del origen a lo largo del eje principal (eje perpendicular al rumbo de la falla), la altura del frente de onda del tsunami mediano, propagándose sin dispersión, es 200% mayor que cuando se incluye la dispersión de onda. Mientras que la altura del frente de onda del tsunami grande, propagándose sin dispersión, es 60% mayor que cuando se incluye la dispersión. Las diferencias en la altura del frente de onda a lo largo de los ejes diagonal y paralelo al rumbo de la falla son menores que 20% para ambos tipos de tsunamis.

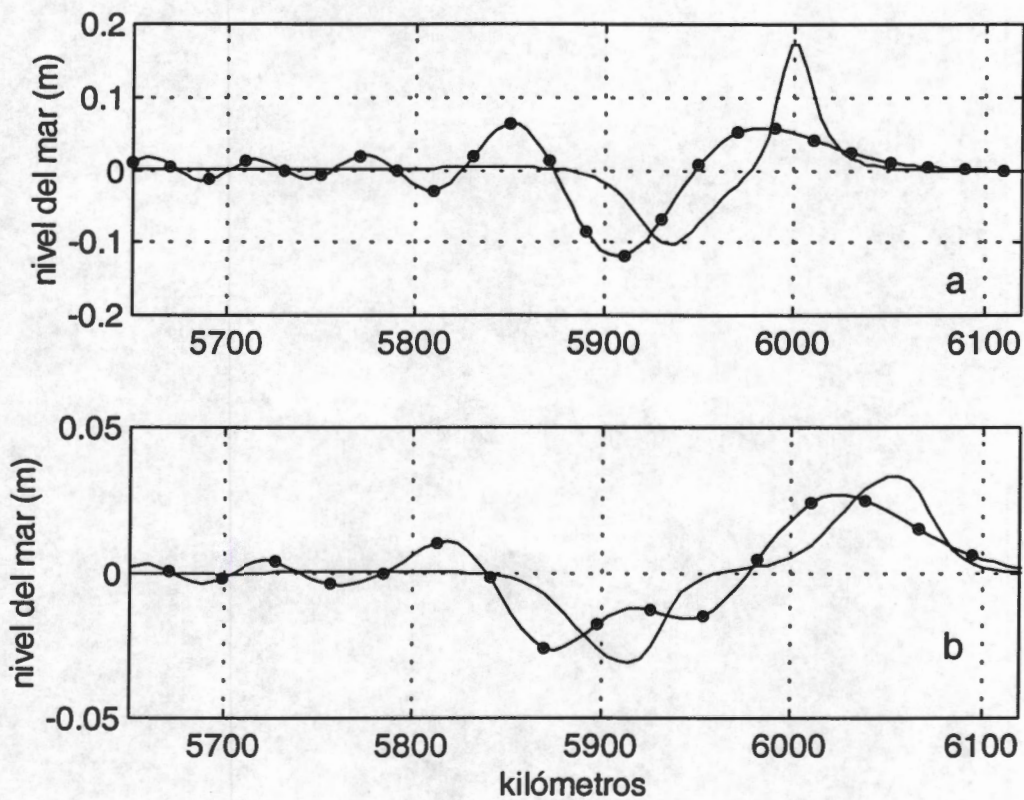


Figura 1.3.2. Forma de onda del tsunami mediano después de haberse propagado 6000 km. Sin dispersión (línea continua); con dispersión (línea con puntos). **a** -A lo largo del eje principal. **b** -A lo largo del eje diagonal.

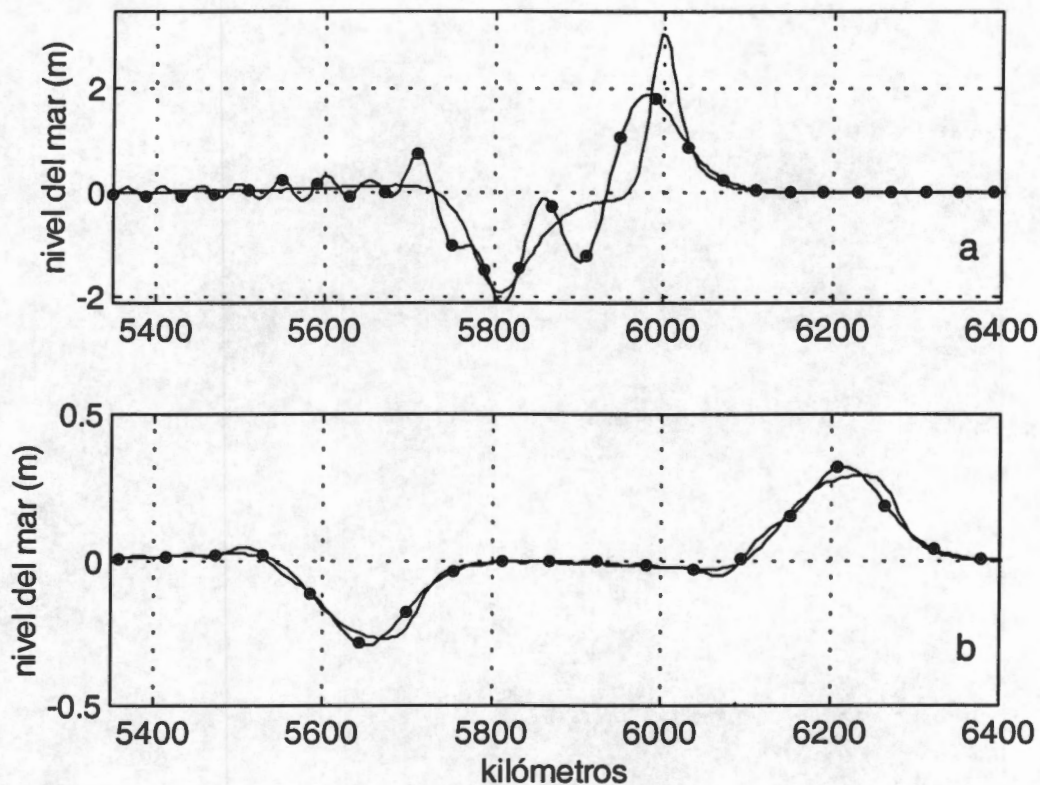


Figura 1.3.3. Forma de onda del tsunami grande después de haberse propagado 6000 km. Sin dispersión (línea continua); con dispersión (línea con puntos). **a** -A lo largo del eje principal. **b** -A lo largo del eje diagonal.

El hecho de que las diferencias de altura sean mayores a lo largo del eje principal, obedece a la asimetría radial de la condición inicial del tsunami. Debido a esta asimetría, la divergencia horizontal del flujo de energía es mayor entre los ejes diagonal y paralelo al rumbo de la falla y actúa como un factor de atenuación proporcional al número de onda y a la distancia de propagación. Cuando el tsunami se propaga sin dispersión entre estos ejes, las ondas cortas se eliminan prácticamente del frente de onda debido a la atenuación, mientras que cuando permitimos la dispersión, las ondas cortas abandonan al frente de onda debido a su menor velocidad de fase y a su vez se atenúan por la distancia, dando como resultado alturas similares del frente de onda al propagarse con o sin dispersión. La divergencia horizontal del flujo de energía es menor cuando el tsunami se propaga a lo largo del eje principal, lo que permite que las ondas cortas permanezcan en el frente sin

atenuarse, siendo éstas las responsables de la mayor altura del frente de onda cuando el tsunami se propaga sin dispersión en la dirección del eje principal.

Es evidente que hay diferencias en la altura del frente de onda y en la forma de onda cuando permitimos que actúe el mecanismo de dispersión en la propagación de tsunamis. Sin embargo, es el significado de las diferencias lo que nos permitirá establecer la importancia de incluir o no el mecanismo de dispersión en las ecuaciones de propagación. Sin lugar a duda, este significado debe establecerse en función de la diferencia en la altura de inundación que el tsunami produce al llegar a la costa. La altura de inundación que pudiesen producir ambos tipos de tsunamis se estimó resolviendo en diferencias finitas las ecuaciones alineales unidimensionales de aguas someras en el esquema de diferencias finitas descrito por Goto et al., (1997):

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{U^2}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad (1.3.4)$$

$$D = \eta + h$$

Las formas de onda de las Figuras 1.3.2a y 1.3.3a se propagaron con las ecuaciones (1.3.4) desde mar abierto hasta la costa a lo largo de un perfil batimétrico típico de la costa occidental de México: Perfil con profundidad de 3000 m en mar abierto, conectado mediante una trinchera profunda (5500 m) a una pendiente continental pronunciada (~7%), terminando en una plataforma continental angosta (10 km) y una pendiente de playa de 5%. Las resoluciones espacial y temporal en el esquema numérico se seleccionaron de 10 m y de 1/20 s respectivamente.

Aun variando la altura del tsunami mediano en aguas profundas, el factor de amplificación al inundar la costa se mantiene constante en proporción 1 : 4; mientras que el factor de amplificación del tsunami grande se mantiene en proporción 1 : 3. El factor de amplificación en ambos tipos de tsunamis indica que las diferencias en la altura del frente de onda son importantes respecto a la inundación cuando el tsunami se propaga en

dirección del eje principal. De las formas de onda en las figuras 1.3.2a y 1.3.3a, se puede estimar una diferencia de ~3 m en la altura de inundación que produce el tsunami grande y una diferencia de ~50 cm que produce el tsunami mediano. Las oscilaciones subsecuentes producto de la dispersión (ver figuras 1.3.2a y 1.3.3a), son también un factor importante al considerar o no el mecanismo de dispersión en la propagación de tsunamis. Estas oscilaciones, al interactuar con los modos normales de oscilación inducidos por la pendiente continental, pueden generar un patrón de resonancia en el que la mayor amplitud del tsunami se presenta después de su llegada a la costa. Como se verá en la sección 2, esta resonancia pudiera ser la causa de que el segundo máximo del tsunami sea el de mayor altura en los tsunamis registrados en Hawaii (figuras 2.4.2b y 2.5.1).

1.4 Discusión y conclusiones

El análisis de las observaciones en mar abierto del tsunami de Shikotan del 4 de octubre de 1994, así como el análisis de la propagación de tsunamis grandes y medianos empleando teoría lineal con y sin dispersión, muestra que el mecanismo de dispersión de onda prescrito por las ecuaciones lineales de Boussinesq, es una condición necesaria y suficiente en la propagación de tsunamis transoceánicos grandes y medianos. Sin embargo, la solución numérica de las ecuaciones de Boussinesq no es conveniente debido a que la representación en diferencias finitas de las derivadas de alto orden genera dispersión y disipación de onda, dando como resultado un efecto combinado de dispersión física y numérica que subestima significativamente la altura del frente de onda del tsunami. Un ejemplo particular de este caso se muestra en la Figura 1.4.1, en donde se compara la solución en diferencias finitas de las ecuaciones de Boussinesq con su solución analítica. Aun cuando existe la posibilidad emplear métodos numéricos pseudoespectrales para resolver las ecuaciones lineales de Boussinesq en una batimetría irregular, minimizando los errores numéricos de dispersión y/o disipación de onda, estos métodos requieren tanto de investigación en cuanto a la descripción de fronteras irregulares como de una capacidad de cómputo lejana a nuestros días. Por otra parte, cuando se considera una batimetría irregular, es difícil resolver numéricamente las ecuaciones de aguas someras sin introducir dispersión numérica. Afortunadamente, la necesidad de incluir el efecto de dispersión de onda en la

propagación de tsunamis, permite descartar el uso de métodos numéricos costosos que minimizan la dispersión numérica. En cambio, es posible resolver las ecuaciones lineales de aguas someras numéricamente, en un esquema explícito de diferencias finitas centrales, de tal manera que la dispersión numérica sea igual o similar a la dispersión prescrita por Boussinesq (Imamura et al., 1990; Liu *et al.*, 1995). En el Apéndice C, se compara la solución de las ecuaciones de Boussinesq, empleando un método pseudoespectral, con los resultados de las ecuaciones de aguas someras, igualando la dispersión numérica con la dispersión física. Cuando Houston (1978), afirma que la dispersión no es importante en la propagación de tsunamis grandes, no toma en cuenta que por el hecho de resolver las ecuaciones de aguas someras en diferencias finitas, sus resultados son más similares a la solución de las ecuaciones de Boussinesq que a la solución de las ecuaciones de aguas someras. Se puede concluir que la solución numérica de las ecuaciones de aguas someras es la más adecuada para describir la propagación de tsunamis tanto grandes como medianos.

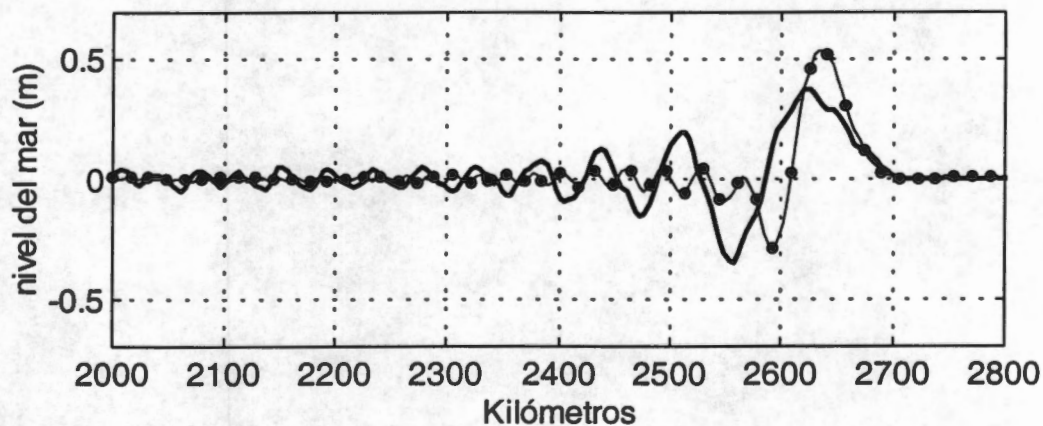


Figura 1.4.1. Propagación unidimensional del tsunami mediano empleando las ecuaciones de Boussinesq: Solución analítica mediante series de Fourier (línea con puntos); solución con el método de diferencias finitas (línea gruesa). La altura del frente de onda en la solución por diferencias finitas es 30% menor que la altura en la solución analítica.

2. Aproximación unidimensional a la propagación de tsunamis bidimensionales

2.1 Introducción

La simulación numérica de propagación de tsunamis bidimensionales (2-D), en el momento en que se emite una alerta de tsunami, requiere de un gran esfuerzo computacional. Por ejemplo, al propagar un tsunami de Chile a Japón, el tiempo del proceso en un equipo de supercómputo es prácticamente igual al tiempo real de propagación del tsunami (~20 horas). Debido a este inconveniente, además del tiempo que se requiere para determinar la condición inicial del tsunami, no se ha avanzado en la automatización de este tipo de procesos con fines de evaluación de una alerta temprana de tsunamis remotos. En este estudio se propone una función de direccionalidad del tsunami que permite estimar en pocos minutos la altura del frente del tsunami a miles de kilómetros de su origen empleando un modelo de propagación unidimensional basado en la solución numérica de las ecuaciones de aguas someras. Este método se propone, no como una alternativa, sino como un complemento para evaluar la alerta temprana de tsunamis remotos.

2.2 Propagación de tsunamis con simetría radial

La función de direccionalidad del tsunami se puede estimar mediante una analogía con el caso de simetría radial en la propagación de ondas barotrópicas en un océano de profundidad constante. En el caso de simetría radial en la condición inicial del tsunami, su propagación, sin considerar la rotación del planeta, se representa mediante la ecuación de Bessel de orden cero, que se deriva de las ecuaciones (1.2.1) en un sistema de coordenadas polares (r, θ) , cuya solución clásica es (Lamb, 1932):

$$\eta(r, t) = \sum_n B_n J_0(k_n r) \cos(Ck_n t), \quad (2.2.1)$$

en donde, r indica la distancia al origen de la perturbación, θ es el ángulo polar y J_0 representa las funciones de Bessel de orden cero. En (2.2.1), la atenuación del tsunami conforme éste se propaga se debe a la divergencia horizontal del flujo de energía. La función de decaimiento (H) de la amplitud del frente de onda está dada por el módulo de la representación de Hankel de las funciones de Bessel:

$$H(k, r) = \sqrt{\frac{2}{\pi k r}} \quad (2.2.2)$$

Como puede observarse en (2.2.2), la función de decaimiento afecta principalmente a las componentes de onda corta conforme aumenta la distancia al origen. Cabe mencionar que en el caso de simetría radial, las diferencias en la altura del frente de onda del tsunami no son importantes al considerar o no el mecanismo de dispersión de onda. Esto se debe al mismo proceso que se explicó en la sección 1.3 para el caso en el que el tsunami se propaga entre los ejes diagonal y paralelo al rumbo de la falla.

2.3 Direccionalidad en la propagación de tsunamis

Lejos de propagarse con simetría radial, los tsunamis son altamente direccionales (la altura del frente del tsunami depende de su dirección de propagación). Considerando que la asimetría radial en la condición inicial del tsunami es la responsable de la direccionalidad y que ésta depende principalmente de la longitud (L) y del ancho (W) de la ruptura, la función de direccionalidad $\beta(L, \theta)$ se propone como un modificador de la función de decaimiento (2.2.2) y en particular como un modificador de la distancia radial, de tal manera que la función de direccionalidad actúe como una medida de similitud entre la propagación direccional y el caso de simetría radial, dando lugar a una función de Hankel modificada:

$$\tilde{H}(k, r) = \sqrt{\frac{2}{\pi k r \beta}} \quad (2.3.1)$$

Aun cuando la función de direccionalidad pudiese colocarse como numerador, ya sea dentro o fuera del radical en (2.3.1), el hecho caprichoso de que se proponga a manera de modificador de la distancia, nos permite hacer una analogía con el caso de simetría radial al modificar únicamente el radio del círculo conservando la apertura del frente de onda. En la Figura 2.3.1 se muestra la función de direccionalidad obtenida numéricamente de la comparación de la propagación bidimensional de tsunamis (1.3.2) y (1.3.3), con la correspondiente propagación unidimensional (1.3.4). En la propagación unidimensional el número de Imamura se igualó a 0.6 y se eliminó el término advectivo. Los experimentos se hicieron variando la longitud de ruptura de 100 km a 1000 km a intervalos de 50 km e igualando el ancho de la misma a $L/4$ en cada experimento. La dirección del eje principal se hizo coincidir con $\theta = 90^\circ$ en todos los experimentos. La función de direccionalidad se evaluó en $r = 6000$ km para valores de θ desde 0° hasta 90° a intervalos de 10° . Formalmente la función de decaimiento (2.3.1) es también función del número de onda. Sin embargo, al calcular la condición inicial del tsunami con el modelo de Mansinha y Smylie (1971), la longitud de onda dominante es $\sim 2W$, por lo que su representación espectral está concentrada alrededor de $k_0 = \pi / W$. Este hecho permite que la función de decaimiento pueda aproximarse considerando únicamente su valor espectral en $k = k_0$, lo que la convierte en un factor único de decaimiento que se puede aplicar a todo el espectro. En resumen, el factor de decaimiento puede estimarse en función de la longitud de la ruptura, L , de la distancia, r , desde el origen del tsunami a lo largo de la trayectoria, S , y de la direccionalidad, $\beta(L, \theta)$:

$$\tilde{H}(L, r, \beta) = \sqrt{\frac{L}{2\pi^2 r \beta(L, \theta)}} \quad (2.3.2)$$

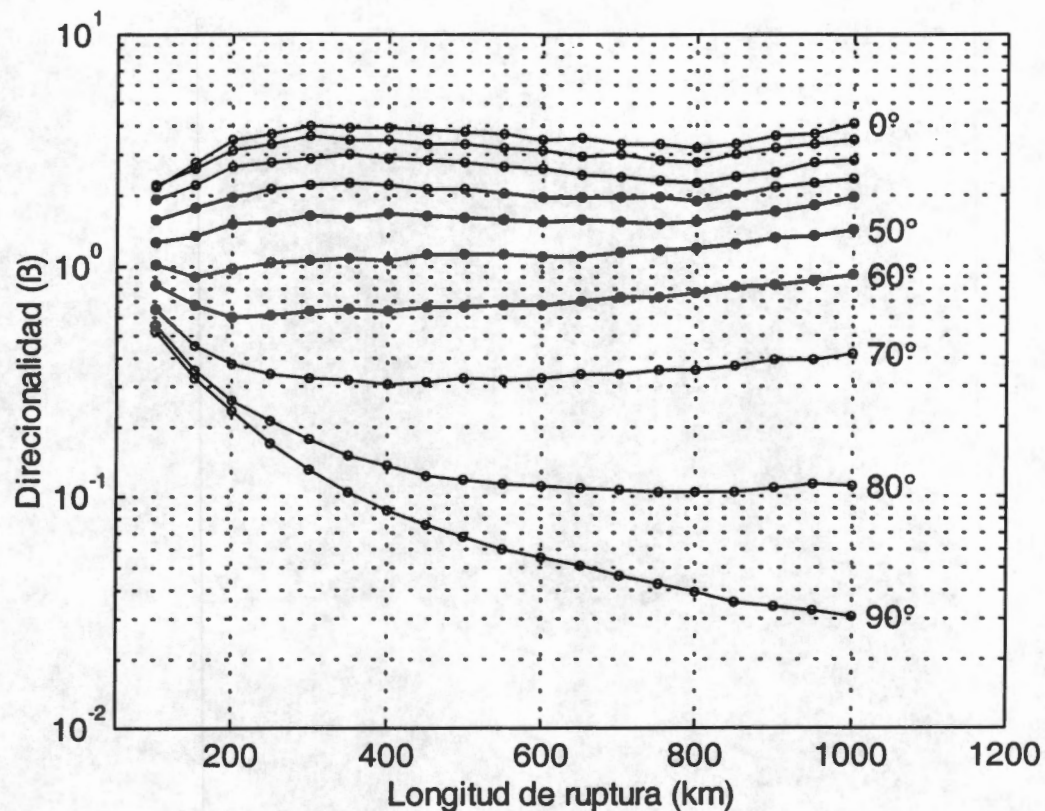


Figura 2.3.1. Función de direccionalidad, $\beta(L, \theta)$; $\theta = 90^\circ$ es la dirección del eje principal (perpendicular al rumbo de la falla). Los grados en la figura indican el ángulo polar θ .

2.4 Propagación unidimensional del tsunami de Shikotan de 1994, comparación con observaciones

Para verificar la eficacia del factor de decaimiento (2.3.2), la condición inicial unidimensional del tsunami de Shikotan del 4 de octubre de 1994, calculada para $\theta = 30^\circ$, se propagó con el modelo unidimensional a lo largo de la trayectoria, S , hasta la localidad del BPR. En la Figura 2.4.1a, se muestran los resultados del modelo unidimensional, $\eta(r_0, t)$, sin considerar la corrección por el factor de decaimiento. En la Figura 2.4.1b, en cuanto al frente del tsunami se refiere, se aprecia la correlación entre las observaciones del tsunami de Shikotan y los resultados del modelo unidimensional corregidos por el factor de decaimiento, *i.e.*, $\eta = \hat{H}\eta(r_0, t)$, en donde $r_0 = 6370$ km y $\beta(120$ km, $30^\circ) = 1.81$.

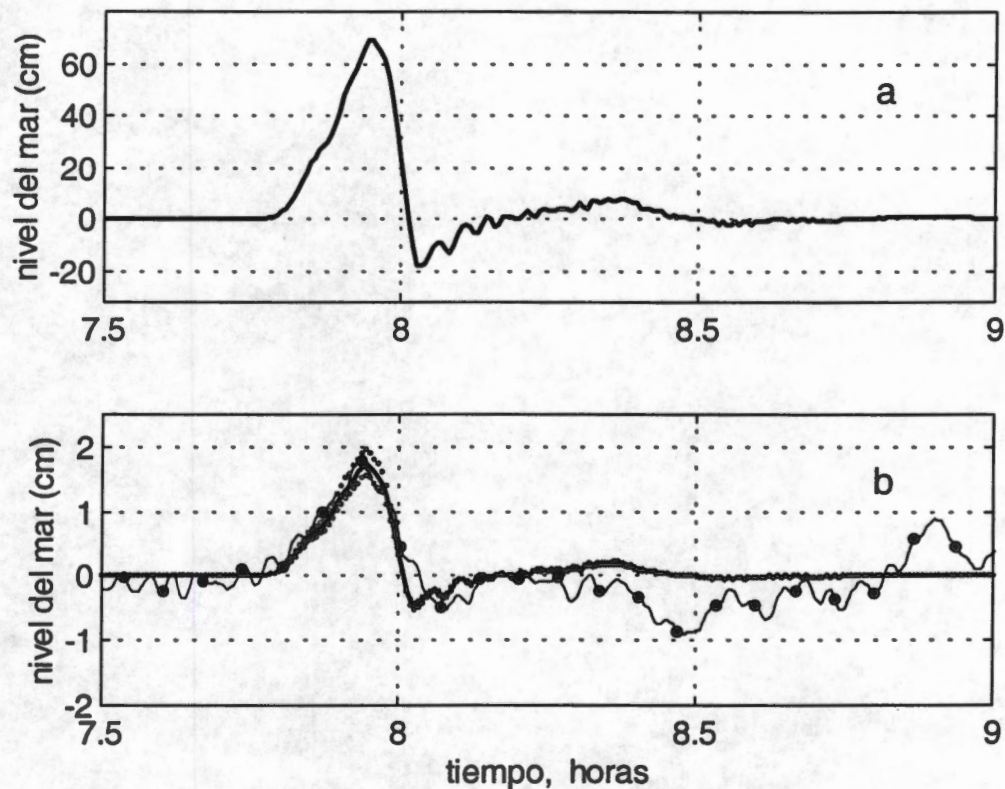


Figura 2.4.1. Tsunami de Shikotan del 4 de octubre de 1994 en la localidad del BPR: **a** –Propagación unidimensional sin aplicar la corrección por el factor de decaimiento; **b** –Comparación de las observaciones del tsunami (línea con puntos) con la propagación unidimensional (línea gruesa) en la que el factor de decaimiento se calculó con $\beta(120 \text{ km}, 30^\circ)$. Las líneas punteadas corresponden a la propagación unidimensional en las que el factor de decaimiento se calculó con $\beta(120 \text{ km}, 20^\circ)$ y $\beta(120 \text{ km}, 40^\circ)$. El origen del eje de tiempo está referido al tiempo de origen del sismo.

Si siguiendo el mismo procedimiento, el tsunami de Shikotan se propagó a la Isla Wake hasta la profundidad de 10 m a lo largo de la trayectoria indicada en la Figura 1.2.1. En este caso, $\beta(120 \text{ km}, 90^\circ) = 0.44$ y $r_0 = 3200 \text{ km}$. En la Figura 2.4.2a, se observa la buena correlación entre los resultados y las observaciones, en cuanto al período y la altura del frente de onda se refiere. El frente del tsunami en los resultados es únicamente 2 cm (~20%) mayor que en las observaciones. Aun cuando el objetivo del método unidimensional es el de estimar la altura del frente del tsunami, las oscilaciones

subsecuentes en la Figura 2.4.2a reproducen (fuera de fase) el período y la altura de las observaciones. Este hecho es una evidencia de que el período resonante (~14 min) observado en la Isla Wake se debe a la respuesta inducida por el talud de la isla. El tiempo (~7 min) en el que una onda barotrópica se propaga desde la base del talud hasta la costa de la isla se calculó con el perfil batimétrico y es consistente con el período de resonancia.

Los ejemplos anteriores muestran que el método unidimensional es adecuado en regiones en donde la batimetría no induce concentración de energía del tsunami. Un ejemplo en donde no se espera que el método unidimensional sea adecuado es el de la propagación del tsunami de Shikotan a la Bahía de Kahului en Hawai. La trayectoria de este tsunami, como se aprecia en la Figura 1.2.1, tiende a concentrar la energía en la vecindad de Kahului. Por otra parte, la Bahía de Kahului tiene forma de “v”, por lo que se espera que la altura de un frente de onda sea notoriamente amplificada cuando éste llega al vértice de la bahía. En la figura 2.4.2b se muestra la discordancia entre las observaciones y los resultados del método unidimensional, en el que $\beta(120 \text{ km}, 45^\circ) = 1.13$, y $r_0 = 5700 \text{ km}$. La altura del tsunami observado es 10 cm (~50%) mayor que en los resultados del modelo unidimensional.

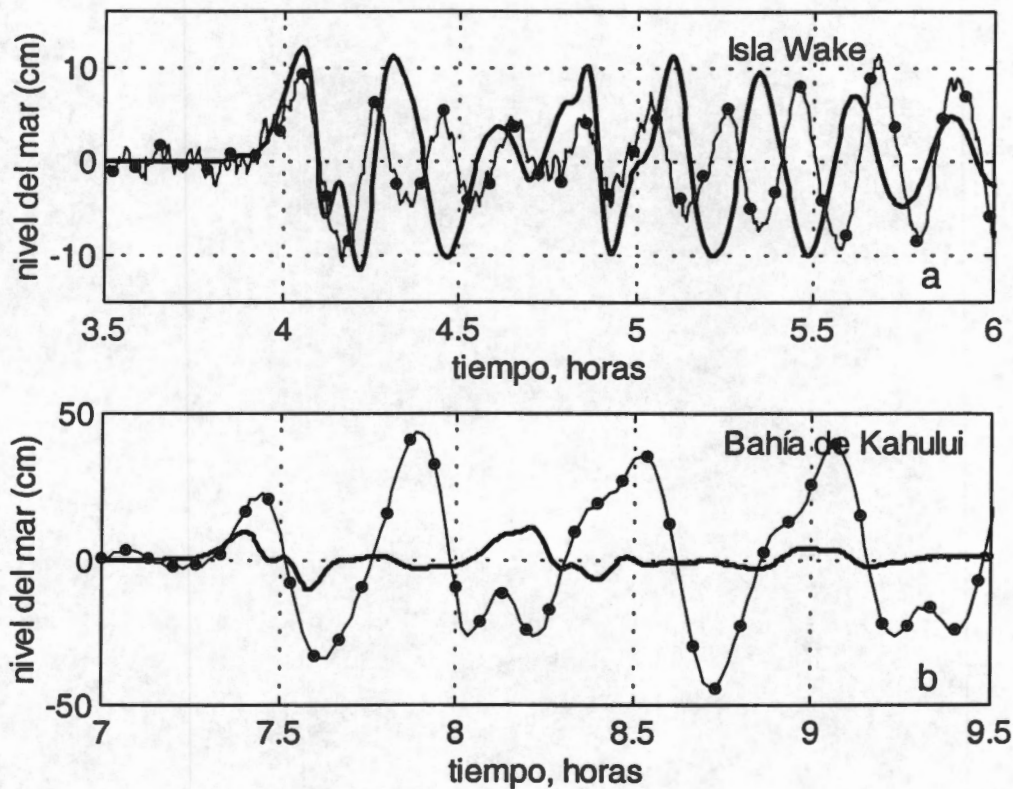


Figura 2.4.2. **a** –Comparación de las observaciones en la Isla Wake del tsunami de Shikotan del 4 de octubre de 1994 (línea con puntos) con el tsunami unidimensional (línea gruesa) en donde $\beta(120 \text{ km}, 90^\circ) = 0.44$; **b** –Comparación de las observaciones en la Bahía de Kahului del tsunami de Shikotan del 4 de octubre de 1994 (línea con puntos) con el tsunami unidimensional (línea gruesa), en donde $\beta(120 \text{ km}, 45^\circ) = 1.13$. El objetivo es reproducir el frente de onda del tsunami. El origen del eje de tiempo está referido al tiempo de origen del sismo.

2.5 Propagación unidimensional del tsunami de Alaska de 1964, comparación con observaciones

El interés primordial del método unidimensional es el de evaluar rápidamente el posible riesgo de inundación ante la alerta de un tsunami grande. Como ejemplo tomemos el caso del tsunami de Alaska de 1964 y el riesgo de inundación en la Bahía de Hilo,

Hawaii. En este caso, la cadena de islas de Hawaii no representa una región de concentración de energía, por lo que se pueden esperar buenos resultados del método unidimensional. El perfil batimétrico para propagar el tsunami se obtuvo a lo largo de la trayectoria, S , desde el centro de la dislocación (150° W, 59° N) hasta la profundidad de 10 m en la Bahía de Hilo. La condición inicial del tsunami se aproximó con la que aparece en la Figura 1.3.1b. En el cómputo del factor de atenuación se consideraron los valores, $\beta(800 \text{ km}, 40^\circ) = 1.55$ y $r_0 = 4400 \text{ km}$. Los resultados del método unidimensional (Figura 2.5.1) reproducen adecuadamente la altura y el volumen del frente de onda de las observaciones. Como en el caso de la Isla Wake, las oscilaciones subsecuentes en los resultados del modelo unidimensional en Hilo, indican la respuesta del campo de ondas al talud de la isla. El período resonante ($\sim 40 \text{ min}$) es consistente con el tiempo de propagación del tsunami desde la costa hasta la base del talud ($\sim 20 \text{ min}$).

Es importante indicar que el tiempo de cómputo para propagar el tsunami unidimensional desde Alaska hasta la Bahía Hilo y para simular 4 horas de tsunami en Hilo, es de 2 minutos en un procesador de 80 MHz, lo que permitiría realizar varios experimentos con diferentes condiciones iniciales para evaluar el riesgo de inundación en caso de una alerta de tsunami.

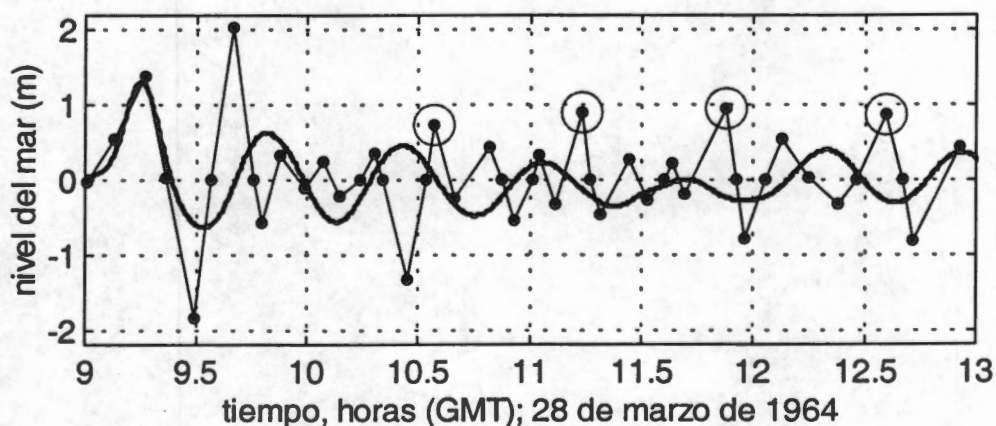


Figura 2.5.1. Comparación de las observaciones del tsunami de Alaska del 28 de marzo de 1964 (línea con puntos) con el tsunami unidimensional (línea gruesa), en el que $\beta(800 \text{ km}, 40^\circ)$. El objetivo es reproducir el frente de onda del tsunami. Los círculos sobre los máximos relativos en las observaciones indican el período de resonancia dominante en la Bahía de Hilo ($\sim 40 \text{ min}$).

2.6 Discusión y conclusiones

Considerando una región particular en donde se requiera evaluar una alerta temprana de tsunami remoto (Región de Riesgo, RR), la aplicación del método unidimensional requiere de una única simulación bidimensional (2-D) de propagación de un tsunami con origen en RR. El objetivo de la simulación 2-D es el de obtener la matriz de propagación del tsunami al igual que la matriz con la que se construyó Figura 1.2.1. Una vez obtenida la matriz de propagación se pueden obtener, partiendo de las regiones generadoras de tsunamis, cuantas trayectorias (S) y perfiles batimétricos asociados a éstas se requieran. La estimación temprana de los parámetros del sismo permitiría calcular la condición inicial del tsunami y propagarla a lo largo de la trayectoria cuyo origen sea el más cercano al epicentro. El ángulo en la función de direccionalidad puede considerarse de 90° y de 45° , con la finalidad obtener una estimación de la altura máxima y mediana del frente del tsunami. Finalmente, la señal unidimensional del tsunami obtenida en mar abierto podría usarse como forzamiento en un modelo local bidimensional para estimar las áreas de inundación en RR. La validez de la función de direccionalidad estará condicionada a la ausencia de regiones cáusticas de concentración de energía o puede adecuarse considerando dichas regiones. En el caso de amplificación por respuesta local de Golfos o Bahías, el factor de amplificación por respuesta local podría incluirse en el factor de decaimiento (2.3.2).

3. Aplicación de propagación de tsunamis a la Sismología

Permítame el lector hacer algunas aclaraciones que considero pertinentes respecto al título de esta sección. Gracias a los conocimientos aportados por la Sismología tenemos una imagen de los procesos físicos que ocurren en el interior de la Tierra. En particular, el estudio del mecanismo de ruptura en la interfase entre placas tectónicas en la zona de subducción, ha permitido comprender el mecanismo de generación de tsunamis. En conjunción con la Sismología, el conocimiento aportado por la Oceanografía en cuanto a la propagación de ondas oceánicas, ha permitido estudiar científicamente el fenómeno tsunami. Sin embargo, no es posible concebir el estudio de los tsunamis sin el continuo apoyo fundamental de la Sismología. En este sentido, el título de este capítulo no tiene la intención de “enseñar al maestro”, por el contrario, es un reconocimiento y una retribución a los conocimientos fundamentales aportados por la Sismología.

3.1 Localización de las áreas de ruptura de los sismos de Acapulco de 1962 y 1957 mediante el análisis de los tsunamis registrados en Acapulco y en Salina Cruz

Resumen

Las áreas de ruptura de los sismos de Acapulco de 1962 (11 de mayo, M_w 7.1; 19 de mayo, M_w 7.0) y del sismo de 1957 (M_w 7.8) que ocurrieron en la región de Acapulco-San Marcos no han sido determinadas con precisión a partir de datos sísmicos debido a la entonces pobre localización de la red sísmica. La localización de estas áreas es crítica para estimar las dimensiones de la zona de acoplamiento de la interfase entre las placas continental y oceánica y para evaluar posibles escenarios de ruptura en esta parte de la brecha sísmica de Guerrero. La localización y las dimensiones de las rupturas se determinan en este estudio a partir de los tsunamis registrados en los mareogramas de Acapulco y Salina Cruz. Un cuidadoso análisis del mareograma de Acapulco muestra un levantamiento permanente de la costa de 15 ± 3 cm y de 7 ± 3 cm durante los sismos del 11 de mayo y del 19 de mayo de 1962, respectivamente. No se encontró un levantamiento permanente perceptible debido al evento del 28 julio de 1957. Para simular los tsunamis se consideraron mecanismos focales apropiados con diferentes dimensiones de ruptura y

dislocación promedio de la falla. La localización de las áreas de ruptura se investigó a prueba y error, a manera de método inverso, minimizando las diferencias entre los tsunamis observados y los simulados numéricamente (tsunamis sintéticos). En el caso de los eventos de 1962, el mecanismo focal se ajustó para reproducir los levantamientos observados en la costa. Las áreas de ruptura del 11 y del 19 mayo de 1962 se localizaron principalmente tierra adentro al NW y SE de Acapulco. La incertidumbre estimada en la localización de estas áreas es ± 5 km. Para el sismo de 1957, la longitud de la ruptura y sus extremos NW y SW se variaron hasta minimizar las diferencias entre la fase del tsunami sintético y el observado en Acapulco y en Salina Cruz. La posición del área de ruptura se varió gradualmente con respecto a la costa hasta reproducir el patrón de resonancia del tsunami observado en Acapulco. Los resultados indican que el límite NW del área de ruptura del evento de 1957 se localiza a 30 ± 5 km al SE de Acapulco con una longitud de 90 ± 20 km. Se estima que la extensión mar adentro de la ruptura es menor que 10 km.

3.2 introducción

La brecha sísmica de Guerrero se extiende desde los 98.5° W hasta los 101.2° W y se ha dividido, por su sismisidad, en el segmento NW que se extiende desde los 100° W hasta los 101.2° W y en el segmento SE que se extiende desde los 98.5° W hasta los 100° W. Estos segmentos coinciden aproximadamente con lo que se supone fueron las rupturas de los sismos del 28 de julio de 1957 (M_w 7.8) y del 15 de abril de 1907 (M_w 7.7). La última secuencia de movimientos fuertes que probablemente rompieron por completo la brecha sísmica de Guerrero ocurrieron en 1899 (M_w 7.9), 1907 (M_w 8.0), 1908 (M_w 7.5, 7.2), 1909 (M_w 7.6, 7.0) y en 1911 (M_w 7.6) (Singh *et al.*, 1982; Anderson *et al.*, 1989; Singh y Mortera, 1991; Kostoglodov y Ponce, 1994, Anderson *et al.*, 1994). Desde el sismo de 1957, únicamente dos eventos con $M_w \geq 7.0$ han ocurrido en la brecha sísmica, ambos en 1962 (11 de mayo, M_w 7.1; 19 de mayo, M_w 7.0). Estos eventos fueron localizados cerca de las fronteras NW y SE de la brecha sísmica en la vecindad de Acapulco. Sin embargo, los momentos sísmicos se consideran pequeños ($M_0 < 1 \times 10^{27}$ dina-cm) para llenar la brecha sísmica (Anderson *et al.*, 1994).

Si el tiempo de recurrencia promedio para movimientos fuertes en la zona de subducción de Guerrero es del orden de 60 a 70 años (Nishenko y Singh, 1987a), ambos segmentos de la brecha sísmica están en su última etapa de madurez. Este hecho enfatiza la importancia de estimar la localización y las dimensiones de posibles futuras rupturas en la región. La investigación de las áreas de ruptura de sismos anteriores puede ser la clave para identificar la región de acoplamiento fuerte en la interfase de las placas y por lo tanto puede ser la clave para estimar la magnitud el área y la localización de eventos futuros. Desafortunadamente, debido a la entonces pobre distribución de la red sísmica, no se ha podido establecer la localización de las áreas de ruptura de los sismos de 1962 y 1957. Por ejemplo, Merino y Coronado (1962), localizaron los epicentros de los sismos de 1962 mar adentro cerca de la Trinchera Mesoamericana, mientras que Cruz y Wyss (1983), reportan una localización tierra adentro. Nishenko y Singh (1987b), y González-Ruiz y McNally (1988), analizando las réplicas del sismo de 1957, reportan incierta la localización de este evento debido a la baja calidad de los datos sísmicos.

En algunos casos los registros de tsunamis y las variaciones en el nivel del mar asociadas con el sismo pueden usarse apropiadamente para estimar la localización y las dimensiones de ruptura de sismos fuertes ocurridos en zonas de subducción (Ortiz, *et al.*, 1998). En este estudio se estiman las dimensiones y la localización de las rupturas de los dos sismos de 1962 y del sismo de 1957 a partir del análisis de la propagación de los tsunamis correspondientes y en base a un detallado análisis de los mareogramas de Acapulco y de Salina Cruz.

3.3 Variaciones en el nivel del mar asociadas a los sismos de Acapulco de 1962

Grivel (1967), estimó un levantamiento de 22.7 cm en el fondo marino como consecuencia de los sismos del 11 y del 19 de mayo de 1962. La magnitud del levantamiento del fondo la obtuvo con la diferencia del nivel medio del mar durante los periodos 1952-1960 y 1963-1966. Cruz y Wyss (1983), estimaron un levantamiento similar de 22 cm en el fondo marino basándose en las diferencias del nivel medio del mar 10 años antes y 10 años después de 1962. Sin embargo, es necesario identificar por separado el cambio en el nivel medio del mar asociado a cada uno de los eventos de 1962. Un análisis

de la marea residual, sustrayendo la predicción de marea de las observaciones, muestra una elevación del fondo marino de 15 ± 3 cm y de 7 ± 3 cm durante los sismos del 11 y del 19 de mayo, respectivamente. En la Figura 3.3.1 se muestra la marea residual, en donde se aprecian los cambios en el nivel del mar asociados con los eventos de 1962. Los cambios de nivel se obtuvieron de la diferencia del promedio de la marea residual calculado 24 horas antes y después de cada evento. La incertidumbre en la estimación de los cambios de nivel corresponde a la suma de las desviaciones estándar de los promedios calculados antes y después de cada evento. Es importante notar que los cambios de nivel de 9 cm y de 8 cm, reportados por Cruz y Wyss (1983), para los eventos del 11 y del 19 de mayo respectivamente, no concuerdan con el cambio de nivel total estimado por ellos mismos ni con el cambio total estimado por Grivel (1967). En el nivel del mar de Acapulco no se detectó ningún cambio asociado al sismo del 28 de julio de 1957.

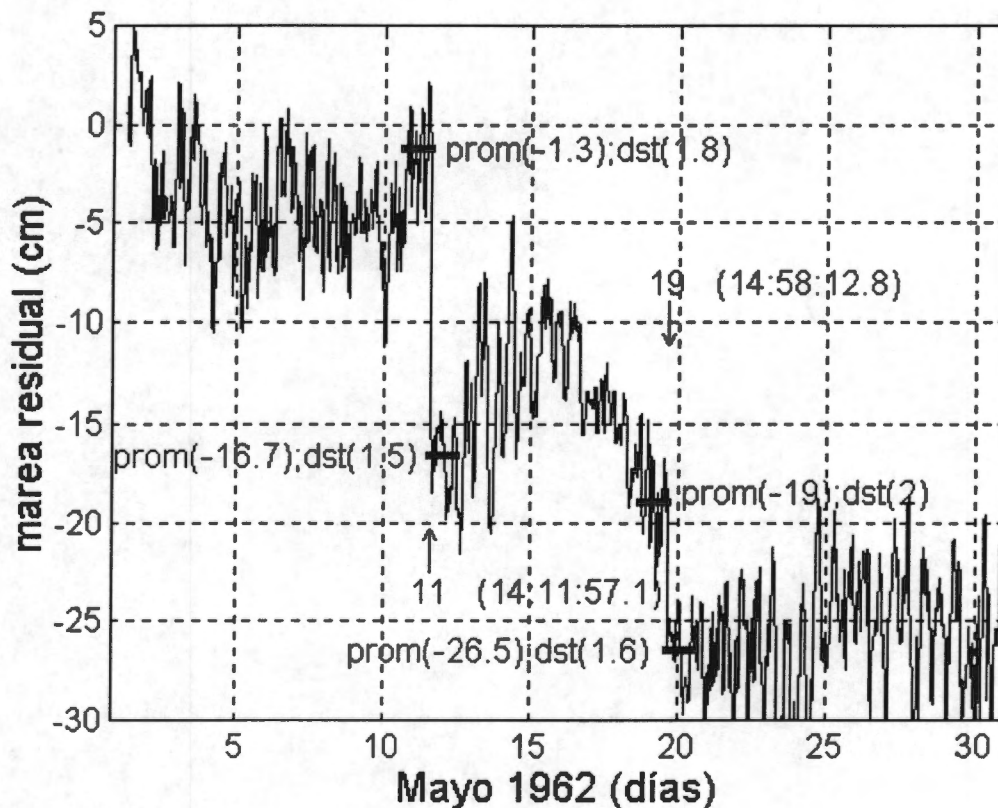


Figura 3.3.1. Marea residual de Acapulco. Las flechas verticales indican el tiempo de origen de los sismos del 11 y del 19 de mayo de 1962. La longitud de las barras horizontales indica el lapso de tiempo sobre el que se calcularon los promedios de la marea residual.

El análisis de la tendencia del nivel del mar es útil para identificar cambios en el nivel del mar cuya procedencia no se debe a eventos oceanográficos. Por ejemplo, Godin *et al.*, (1980), reporta una tendencia negativa (-1cm/año) en el nivel del mar de Acapulco durante los años 1952-1975 y la asocia a un levantamiento tectónico regional. Sin embargo, considerando los cambios en el nivel del mar asociados a los sismos de 1962, la tendencia en Acapulco es de 0.2 cm/año. En la Figura 3.3.2 se compara la tendencia del nivel del mar en Acapulco antes y después de considerar los cambios de nivel asociados a los sismos de 1962. También se muestra para comparación la tendencia del nivel del mar en San Diego, Ca., y en Balboa, Panamá. Es importante notar que la tendencia (0.2 cm/año) en Acapulco, cuando se incluyen las correcciones de nivel asociadas a los sismos, es similar a la tendencia en San Diego (0.2 cm/año) y en Balboa (0.13 cm/año). Lo que indica la certidumbre en la estimación de los cambios de nivel asociados a los sismos de 1962.

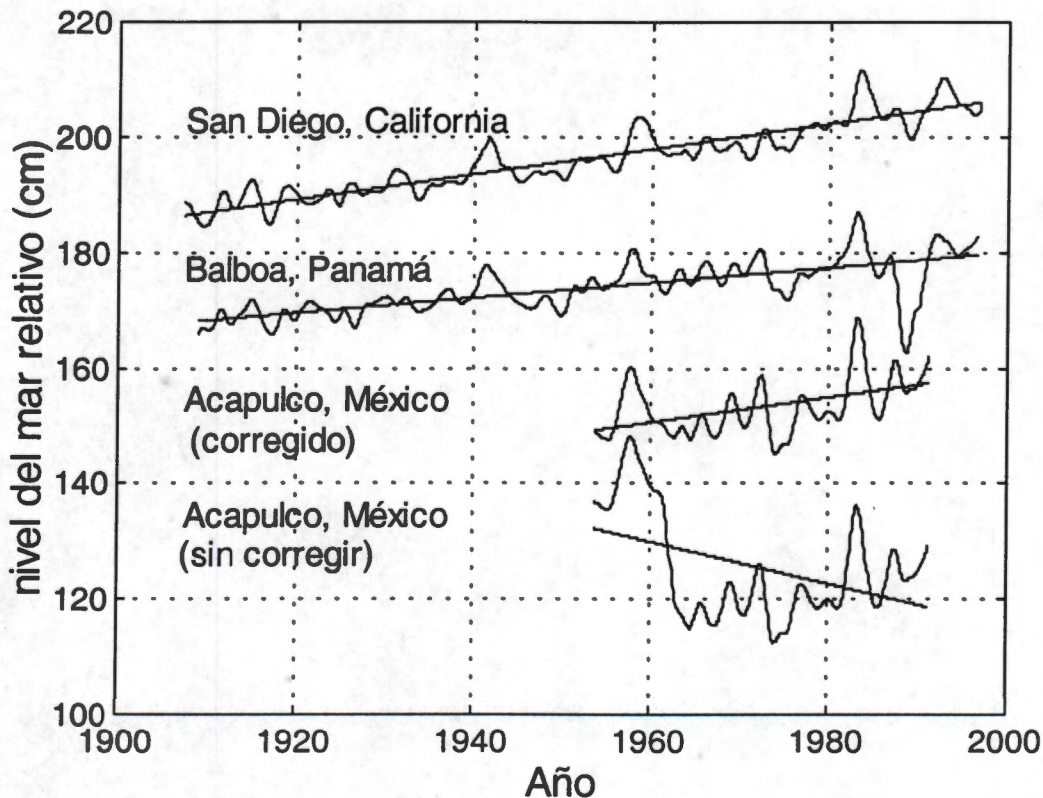


Figura 3.3.2. Tendencia y promedios anuales del nivel del mar en Acapulco antes y después de incluir la corrección por el cambio de nivel ocasionado por los sismos de 1962. Se incluyen para comparación la tendencia y los promedios anuales del nivel del mar en San Diego, California y en Balboa, Panamá.

3.4 Estimación de las áreas de ruptura de los sismos de Acapulco de 1962 y de 1957 analizando la propagación de tsunamis

Una primera aproximación de las áreas, A , de ruptura se obtuvo mediante la relación $M_w = \log(A) + 4.0$ (Utsu y Seki, 1954; Wyss, 1979; Singh *et al.*, 1980). En donde M_w es la magnitud del sismo y A el área en km^2 . Los parámetros de los sismos se enlistan en la Tabla 3.4.1. Las áreas estimadas mediante el análisis de propagación de los tsunamis se muestran en la Figura 3.4.1. La propagación de los tsunamis se simuló resolviendo las ecuaciones lineales de aguas someras (1.2.1) en un esquema explícito de diferencias finitas centrales y en un conjunto de mallas topográficas anidadas expresadas en un sistema de coordenadas rectangulares (Goto *et al.*, 1997), en donde no se consideró el efecto de la rotación del planeta debido a que la distancia de propagación en la región de interés es del orden de una longitud de onda. El método de integración en mallas anidadas permite incrementar la resolución de la batimetría conforme el tsunami se acerca a la costa. En la simulación, el paso de tiempo se fijó en 1 s y la resolución espacial se incrementó de 27 segundos en mar abierto a 3 segundos cerca de la costa para describir los detalles de las bahías de Acapulco y Salina Cruz. La batimetría de la región se digitalizó de las cartas de navegación (S.M., 1993-1997). La condición inicial de los tsunamis se calculó con el modelo de dislocación de Mansinha y Smilye (1971), considerando una perturbación instantánea de la superficie del mar igual a la deformación vertical del lecho marino ocurrida durante el sismo. Los parámetros de los sismos de 1962 y 1957, empleados en el modelo de dislocación, se enlistan en la Tabla 3.4.1.

Tabla 3.4.1

Parámetros de los sismos de 1957 y 1962 empleados en la simulación de tsunamis

Evento	Profundidad ¹	M_0 10^{27} dina-cm	M_w	L km	W km	Desplazamiento ² (Δu)
11 de mayo de 1962	12	0.45	7.1	40	35	65(65)
19 de mayo de 1962	20	0.32	7.0	35	35	50(30)
28 de julio de 1957	20	5.13	7.8	90	70	165(200)

¹Profundidad tomada de Uppsala, DeBilt (de Singh *et al.*, (1984)), y/o de los sismogramas de Stuttgart.

²Los desplazamientos fuera del paréntesis se calcularon con la relación: $M_0 = \mu L W \Delta u$, con $\mu = 5 \times 10^{11}$ dina/cm². Los que están dentro del paréntesis se infirieron con la simulación de los tsunamis.

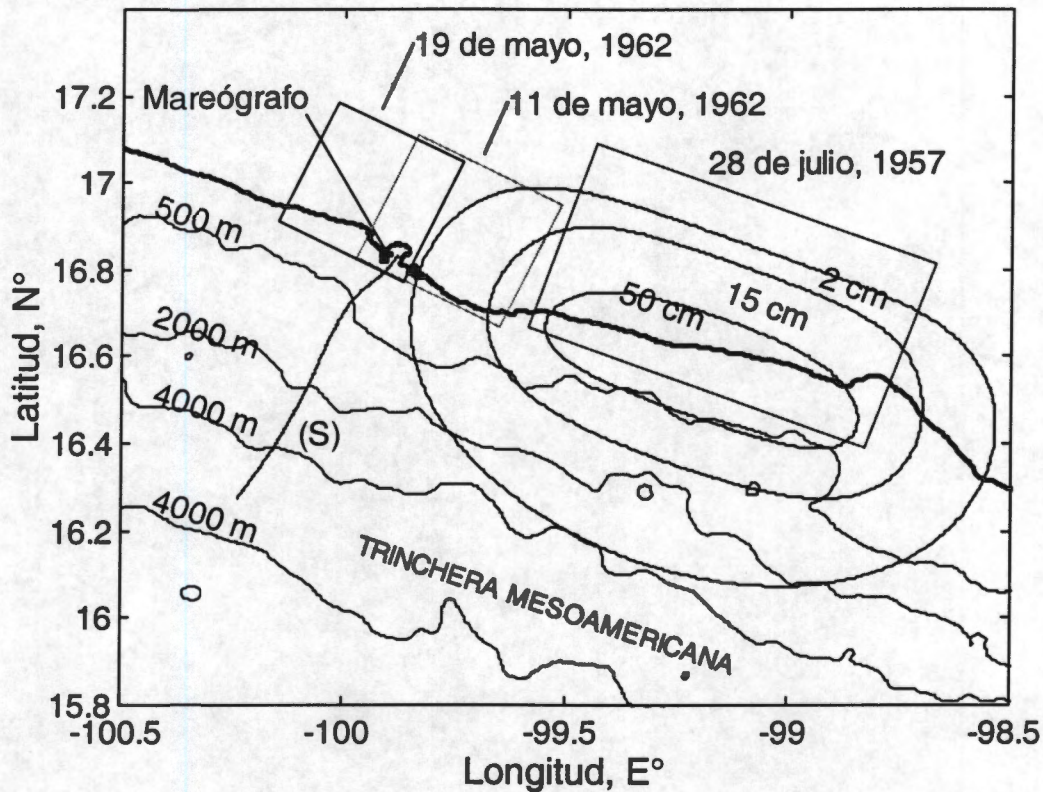


Figura 3.4.1. Areas de ruptura de los sismos de 1962 y 1957, estimadas mediante la propagación de los tsunamis correspondientes. El mareógrafo de Acapulco está ubicado en la parte Oeste de la Bahía de Acapulco. La línea desde la trinchera hasta la costa indica la trayectoria, S, que recorrería una onda barotrópica (el tsunami) en un lapso de 15 minutos. La elipses indican el levantamiento de la corteza terrestre estimado con el modelo de dislocación empleando los parámetros del sismo de 1957. Las profundidades de las isóbatas se indican en metros.

La localización preliminar del área de ruptura del sismo del 11 de mayo de 1962 se basó en la identificación del tiempo de la primera señal del tsunami que aparece en el mareograma. En la Figura 3.4.2 se muestra el mareograma de Acapulco del 11 de mayo de 1962, en donde se indica con una T la primera evidencia del tsunami ocurriendo 9 minutos después del tiempo de origen del sismo (14:11:56.1 GMT). Considerando el tiempo $\tau = 9 \text{ min}$ como el tiempo en el que el máximo más cercano de la condición inicial del tsunami se propaga hasta la estación mareográfica a lo largo de la trayectoria, S, prescrita por la ley de Snell, se encuentra que la distancia entre el máximo y la estación mareográfica

es $d = 12 \text{ km}$. De acuerdo con los modelos de dislocación de Mansinha y Smylie (1971), el máximo desplazamiento vertical coincide con el extremo menos profundo del plano de falla, consecuentemente, la proyección superficial del plano de falla debe localizarse principalmente tierra adentro en la vecindad de Acapulco. La distancia, d , se estimó con la ecuación:

$$d = \int_0^{\tau} \sqrt{gh(S)} dt \quad (3.4.1)$$

Aun cuando la primera señal del tsunami pudiese confundirse con el ruido de fondo del mareograma, el tsunami sintético (Figura 3.4.3) reproduce tanto a esta primera señal como a las subsecuentes oscilaciones amortiguadas que se observan en el mareograma.

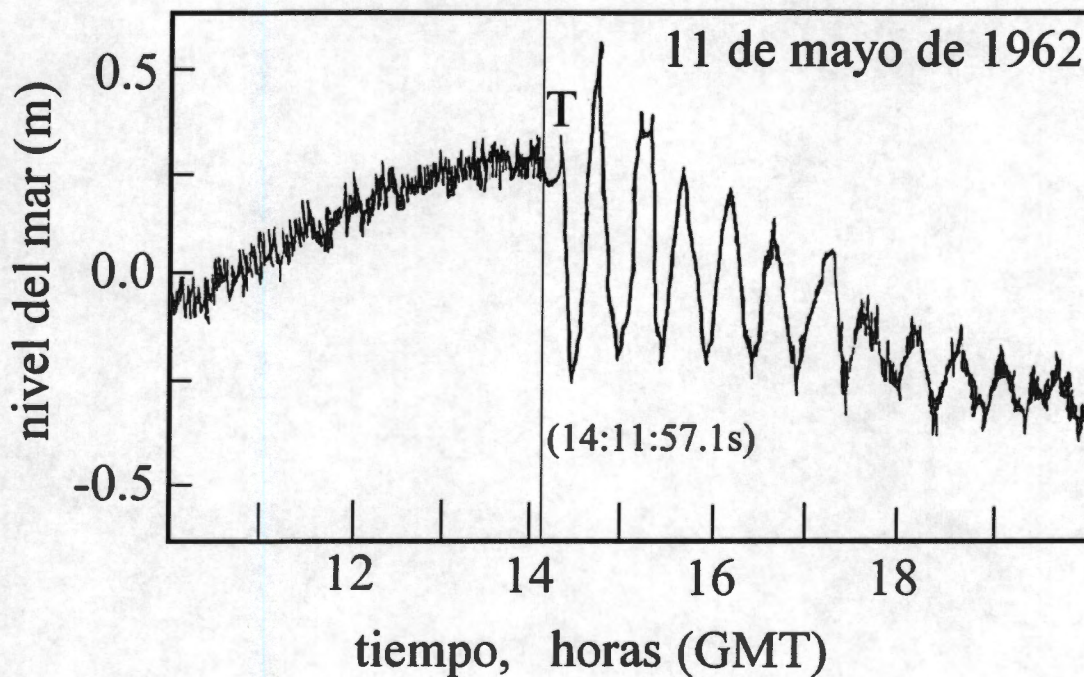


Figura 3.4.2. Mareograma de Acapulco del 11 de mayo de 1962. La línea vertical indica el tiempo de origen del sismo. La T indica la primera señal del tsunami 9 minutos después del sismo.

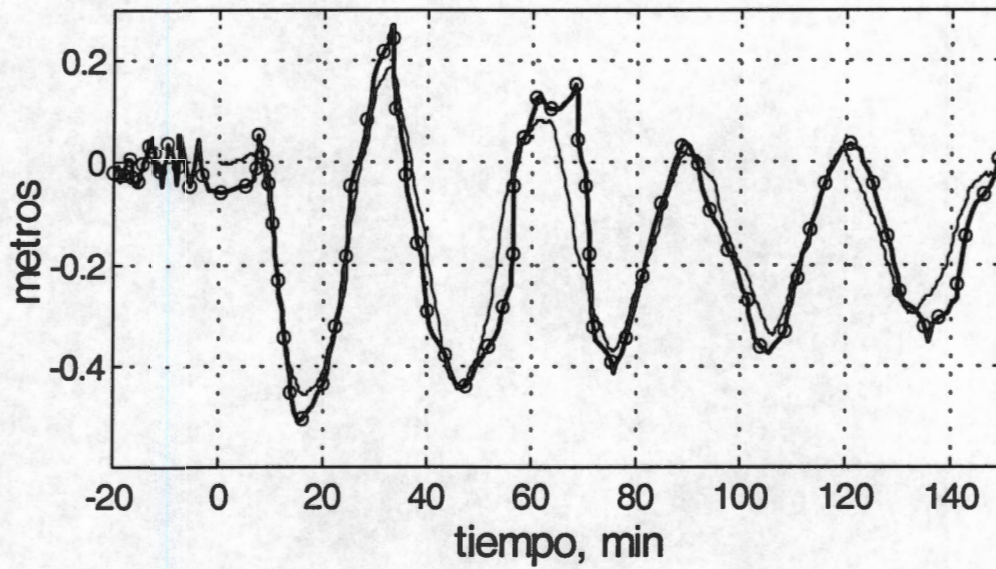


Figura 3.4.3. Comparación de las observaciones del tsunami de Acapulco del 11 de mayo de 1962 (línea con círculos) con el tsunami sintético (línea delgada). El origen del eje de tiempo está referido al tiempo de origen del sismo.

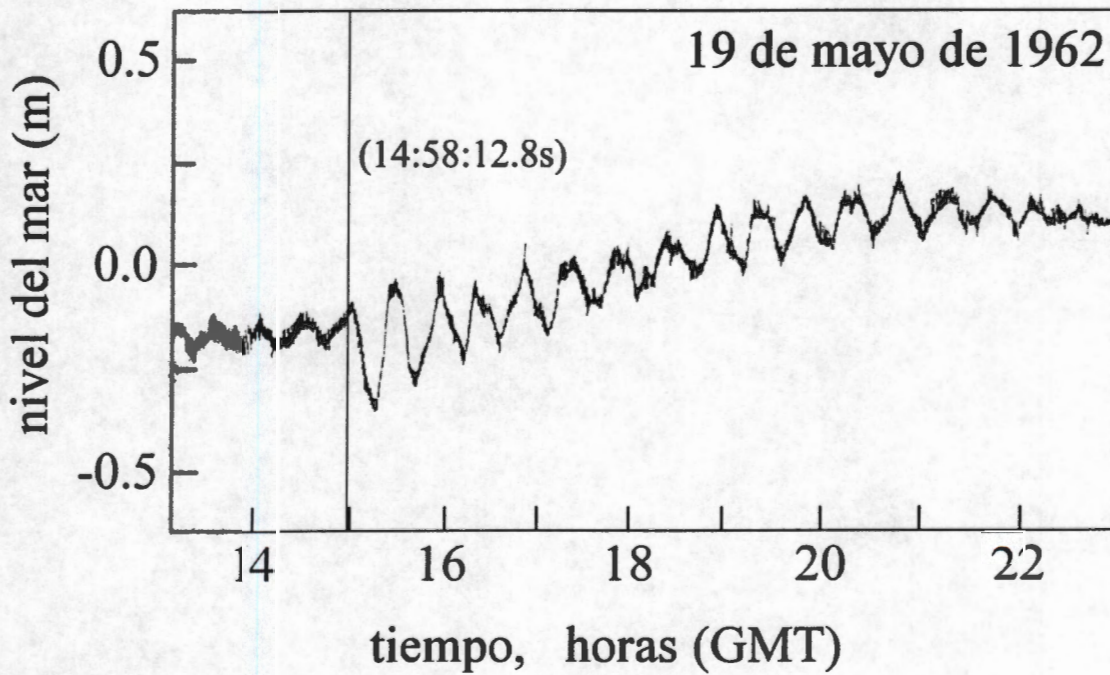


Figura 3.4.4. Maréograma de Acapulco del 19 de mayo de 1962. La línea vertical indica el tiempo de origen del sismo.

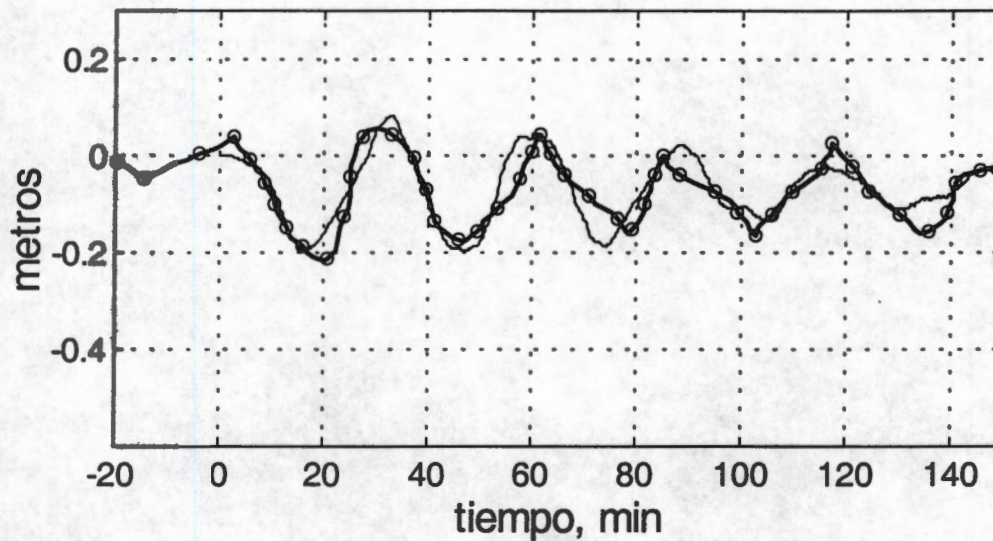


Figura 3.4.5. Comparación de las observaciones del tsunami de Acapulco del 19 de mayo de 1962 (línea con círculos) con el tsunami sintético (línea delgada). El origen del eje de tiempo está referido al tiempo de origen del sismo.

El ruido de fondo en el mareograma del 19 de mayo (Figura 3.3.4) hace difícil identificar con precisión la primera señal del tsunami. Sin embargo, es claro que el vaciado de la bahía a los 7.5 minutos después del origen del sismo (14:58.12.8 GMT) es una oscilación propia del tsunami. Siendo este tiempo (7.5 min) menor que el tiempo de llegada del tsunami del 11 de mayo, se puede considerar que el área de ruptura del 19 de mayo se localiza tan cerca de la estación mareográfica como el área de ruptura del 11 de mayo. El tsunami sintético del 19 de mayo (Figura 3.4.5) reproduce adecuadamente el tiempo del primer vaciado de la bahía y las subsecuentes oscilaciones amortiguadas que se observan en el mareograma.

La localización preliminar del área de ruptura del sismo del 28 de julio de 1957, al Oeste de Acapulco, se basó en la localización dada por Merino y Coronado (1957). A partir de la localización preliminar, los extremos de la ruptura a lo largo de la costa se hicieron variar de tal forma que la fase del tsunami sintético coincidiera con las observaciones del tsunami en los mareogramas de Acapulco y de Salina Cruz. Los mareogramas de Acapulco y de Salina Cruz del 28 de julio se muestran en las Figuras 3.4.6 y 3.4.7. El extremo NW de la ruptura se localizó a 30 km al SE de Acapulco con longitud

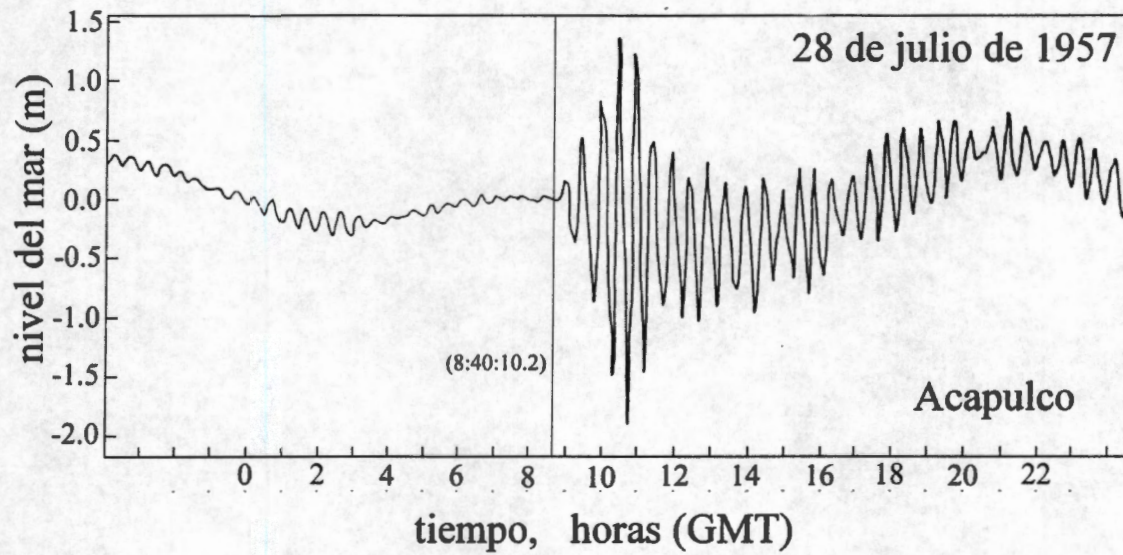


Figura 3.4.6. Mareograma de Acapulco del 28 de julio de 1957. La línea vertical indica el tiempo de origen del sismo.

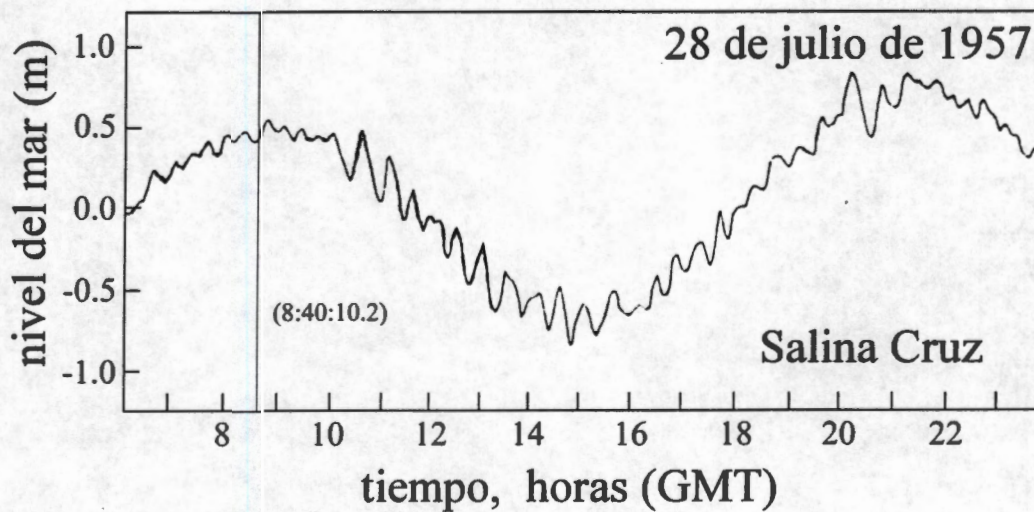


Figura 3.4.7. Mareograma de Salina Cruz del 28 de julio de 1957. La línea vertical indica el tiempo de origen del sismo.

de ruptura de 90 km. La posición del área de ruptura se hizo variar en dirección perpendicular a la costa hasta reproducir el patrón de resonancia observado en el mareograma de Acapulco. Se estima que la extensión mar adentro del área de ruptura es menor que 10 km. En las Figuras 3.4.8a,b,c se comparan los tsunamis sintéticos con las observaciones en los mareogramas de Acapulco y de Salina Cruz.

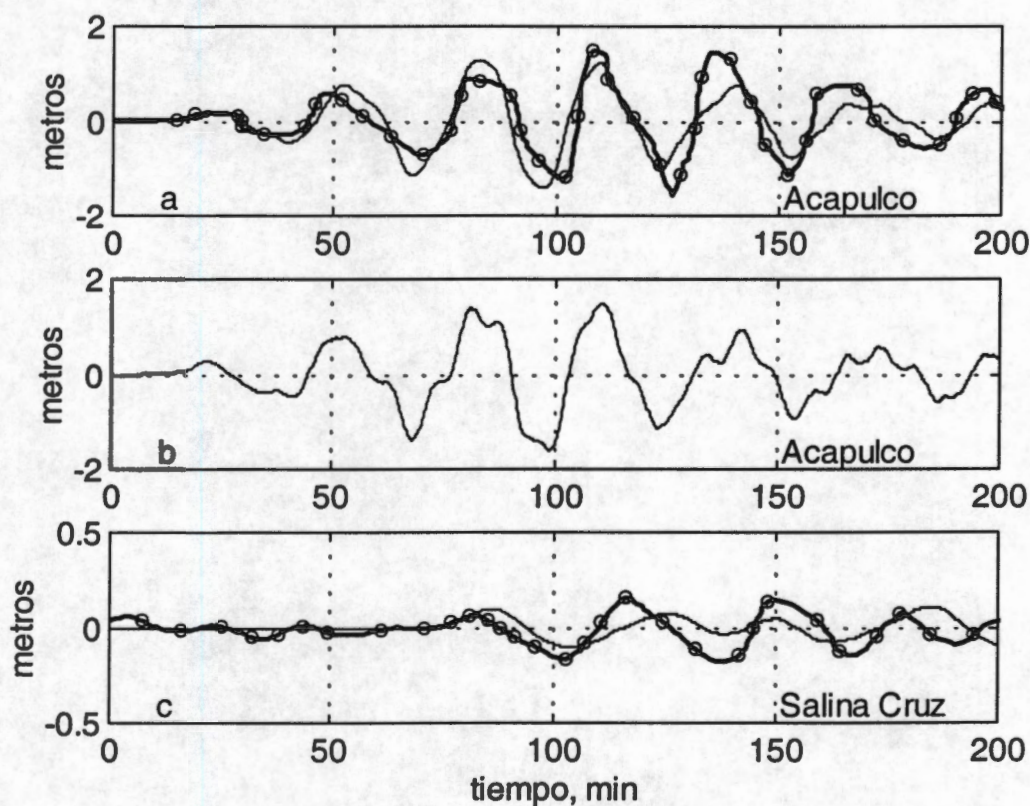


Figura 3.4.8. **a**-observaciones del tsunami de Acapulco del 28 de julio de 1957 (línea con círculos); tsunami sintético (línea delgada). **b**-tsunami sintético generado al recorrer mar adentro (10km) el área de ruptura. Se aprecia el segundo frente de onda superpuesto a la onda estacionaria. **c**- observaciones en Salina Cruz del tsunami del 28 de julio de 1957 (línea con círculos); tsunami sintético (línea delgada). El origen del tiempo en los tres ejes está referido al tiempo de origen del sismo.

3.5 Incertidumbre en los resultados

Los mareógrafos instalados a lo largo de la costa occidental de México en los años 1957 y 1962, fueron del tipo estándar de flotador, operando en tubos de 12 pulgadas de diámetro con orificio de entrada de $\frac{3}{4}$ de pulgada. La respuesta de este tipo de mareógrafos es unitaria para oscilaciones con periodos mayores que 25 minutos y amplitudes menores que 1 metro (Cross, 1968). Los tsunamis registrados en los mareogramas de Acapulco y de Salina Cruz no necesitan corrección por la respuesta del mareógrafo debido a que el período de las oscilaciones es mayor que 25 minutos y la amplitud, en el 99% de las oscilaciones, es menor que 1 metro.

En la simulación de los tsunamis del 11 y del 19 de mayo de 1962, se produce un cambio de ~2 minutos en la fase del tsunami sintético con respecto a las observaciones, al desplazar el área de ruptura ~5 km alrededor de su posición indicada en la Figura 3.4.1, mientras que al incrementar en ~5 km la longitud de las rupturas, se produce un incremento en el volumen de la condición inicial del tsunami, mismo que produce un incremento de ~10% en la amplitud de los tsunamis sintéticos. Considerando que la incertidumbre en el tiempo de los mareogramas es menor que 1 minuto (Grivel, 1967), se puede aceptar que la incertidumbre, tanto en la longitud como en la localización de las áreas de ruptura, es menor que 5 km.

En la simulación del tsunami del 28 de julio de 1957, se obtiene una diferencia de ~2 minutos en la fase del tsunami sintético con respecto a las observaciones en Acapulco al variar en 5 km el extremo NW de la ruptura, mientras que al variar en 20 km el extremo SE de la ruptura, se obtiene una diferencia de ~1 minuto en la fase del tsunami sintético con respecto a las observaciones en Salina Cruz. La sensibilidad en el cambio de fase en Salina Cruz se debe a la rapidez con la que el tsunami se propaga a lo largo de la Trinchera Mesoamericana. La forma de onda del tsunami sintético en Acapulco es muy sensible a la localización del área de ruptura con respecto a la costa. Al desplazar mar adentro el área de ruptura, el máximo de la condición inicial del tsunami, que también se desplaza mar adentro, produce un segundo frente de onda, que después de reflejarse en la costa, se

propaga como una onda de menor período que el período del patrón resonante, reflejándose sucesivamente entre la trinchera y la costa, superpuesta al patrón resonante. Este segundo frente de onda no se observa en el mareograma de Acapulco. En la Figura 3.4.8b se aprecia, superpuesto al patrón resonante, el segundo frente de onda que se produce al desplazar una distancia de 10 km mar adentro el área de ruptura, distancia que puede ser aceptada como la incertidumbre en la localización del área respecto a la costa. El patrón resonante observado en el mareograma es producto de los modos normales de oscilación inducidos por la pendiente continental. Estos modos normales corresponden a una onda semi-atrapada entre la trinchera y la costa, con reflexión total en la costa y reflexión con fuga en la trinchera. Cuando disminuye el ancho del área de ruptura, los modos normales no alcanzan a formar el patrón resonante y se producen oscilaciones amortiguadas, como es el caso de los tsunamis del 11 y del 19 de mayo de 1962. En la Figura 3.4.1 se indica la trayectoria de menor tiempo de una onda barotrópica desde la trinchera hasta la costa. El tiempo de propagación a lo largo de la trayectoria, en un solo sentido, es de 15 minutos, lo que corrobora el carácter estacionario de las oscilaciones observadas en Acapulco con período de 30 minutos.

3.6 Discusión y conclusiones

La simulación numérica de los tsunamis observados en Acapulco y en Salina Cruz permite acotar la localización de las rupturas de los sismos del 11 y del 19 de mayo de 1962 y del sismo del 28 de julio de 1957. Las áreas se muestran en la Figura 3.4.1.

El extremo NW del área de ruptura del sismo de 1957 se localiza a 30 km al SE de Acapulco. Esta localización difiere de estimaciones previas en donde el extremo NW de la ruptura se localizó en la Bahía de Acapulco (ver, Nishenko and Singh, 1987b; González-Ruiz and McNally, 1988). Las áreas de ruptura de los sismos del 11 y del 19 de mayo de 1962, indican la continuidad de la ruptura del sismo de 1957.

La posición y el ancho de las áreas de ruptura de los sismos de 1962 coincide con la localización de la interfase de acoplamiento fuerte, en la región de subducción al SE de

Acapulco, estimada a partir de observaciones de deformación de la corteza terrestre. En la Figura 3.6.1 se compara la posición de las rupturas de los sismos de 1962, estimadas en este estudio, con la posición estimada por Kostoglodov et al., (2000) mediante un modelo de deformación de la corteza terrestre calibrado con datos de nivelación diferencial a lo largo de un perfil perpendicular a la costa de Acapulco. Es importante notar que la localización mar adentro de del extremo SW de las rupturas de los tres sismos queda a una distancia de ~60 km de la Trinchera Mesoamericana y a ~10 km de la costa. Esta localización es muy sensible en los experimentos numéricos, mientras que la localización del extremo opuesto (el más profundo) no es tan crítica en la simulación del tsunami, debido a que los desplazamientos verticales que produce el modelo de dislocación ocurren tierra adentro. La posición de las áreas de ruptura de los sismos de 1962, sugiere un comportamiento asísmico en la interfase entre las placas, desde la trinchera hasta una distancia de 60km en dirección a la costa, al menos al SE de Acapulco.

Los últimos sismos fuertes en México han ocurrido mar adentro en la interfase entre las placas (los sismos de: Petatlán del 14 de marzo de 1979, M_w 7.4; Michoacán del 21 de septiembre de 1985, M_w 8.1; Pinotepa Nacional del 25 de febrero de 1995, M_w 7.1; Jalisco-Colima del 9 de octubre de 1995 M_w 8.0). Esto sugiere que la zona de acoplamiento fuerte entre las placas, al menos en algunos segmentos, se extiende hasta la trinchera. Sin embargo, la localización de las áreas de ruptura de los sismos de 1957 y 1962, indica la posibilidad de que la zona de acoplamiento del segmento NW de la brecha sísmica de Guerrero se localice tierra adentro.

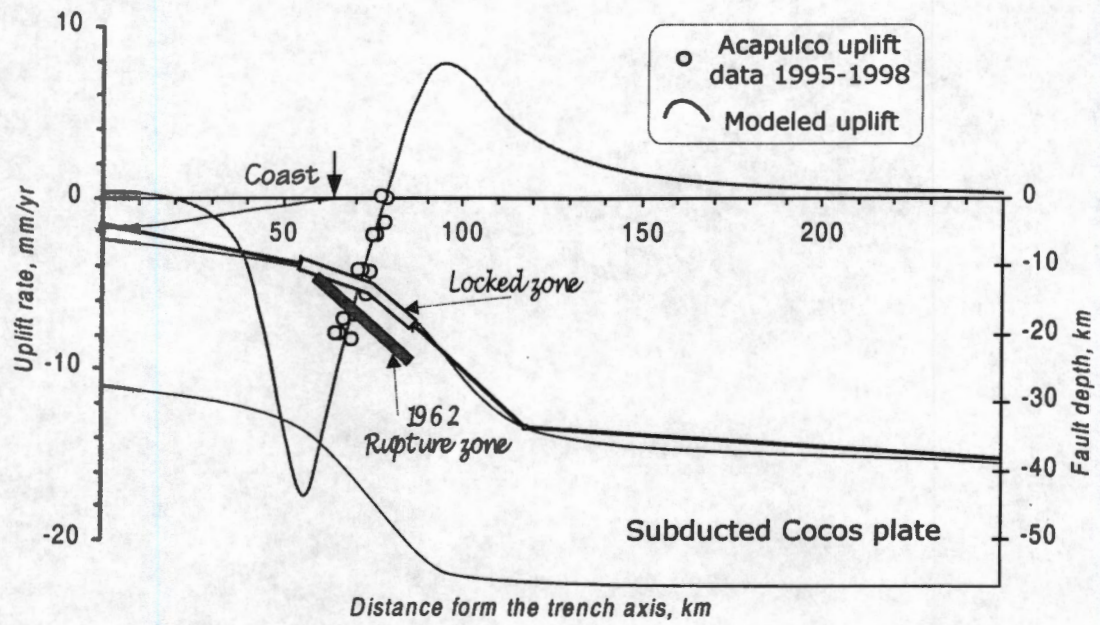


Figura 3.6.1. Posición del área de ruptura de 1962 (Rupture zone) estimada en este estudio y posición de la zona de acoplamiento fuerte entre las placas (Locked zone) estimada por Kostoglodov et al., (1996). Figura tomada de Kostoglodov et al., (2000).

APENCICE A

WAVELETS DESDE EL PUNTO DE VISTA DE LA DEMODULACION COMPLEJA

A.1 Resumen

Se desarrolla el método de demodulación compleja empleando una función de Gauss como función base y se propone el uso de este método en lugar de la Wavelet Transform para analizar la dispersión por frecuencia en señales geofísicas de propagación de ondas. Se demuestra que la descomposición en wavelets distorsiona la representación de las señales en el dominio tiempo-frecuencia. Finalmente se propone y se justifica el uso de las palabras: Filtro en lugar de wavelet y Demodulación Compleja en lugar de Wavelet Transform, cuando el objetivo del análisis es la obtención del espectrograma para localizar eventos transitorios en diferentes frecuencias.

A.2 Introducción

Esta investigación se llevó a cabo con la finalidad de seleccionar un método para identificar la dispersión por frecuencia en la propagación de tsunamis remotos. En los últimos 10 años ha sido común encontrar la palabra wavelets en la literatura de las Ciencias Geofísicas, en donde se han empleado las wavelets para eliminar el ruido en las series de tiempo (Moreau *et al.*, 1996); para localizar eventos transitorios en el dominio tiempo-frecuencia (Weng and Lau, 1994); para el monitoreo de actividad sísmica con la finalidad de identificar tiempos de arribo de las diferentes ondas sísmicas (Olmo and Presti, 1994), y para detectar cambios abruptos en los parámetros de señales y sistemas (Denjean and Castanié, 1994), entre otros. Sin embargo, al aplicar la "Wavelet Transform" a señales sintéticas, empleando wavelets reales de soporte compacto, los resultados mostraron indiscriminadamente una dispersión por frecuencia aún en señales en donde no se esperaba encontrar dispersión. Con esta motivación se hizo una revisión de los conceptos de Demodulación Compleja y de la Wavelet Transform, revisión que permitió aclarar algunas limitaciones de la Wavelet Transform y la superioridad del concepto de Demodulación Compleja cuando el objetivo del análisis es la identificación de eventos transitorios. Por

ejemplo, en las aplicaciones mencionadas no se ha tomado en cuenta que al emplear wavelets reales en la Wavelet Transform, solamente se obtiene un conjunto de funciones reales por banda de frecuencia y no la modulación en la amplitud de estas funciones. Cuando las wavelets son reales y ortogonales de soporte compacto, éstas forman un conjunto de filtros asimétricos y su aplicación a las series de tiempo introduce cambios de fase diferentes para diferentes frecuencias, distorsionando la representación de la información. Dicho de otra forma, estos filtros (wavelets) introducen un cambio en la localización (en el dominio del tiempo) de eventos que ocurren en diferentes frecuencias. Este hecho se discute en la sección A.5, en donde se compara la Demodulación Compleja con la Wavelet Transform con el objetivo de visualizar la Wavelet Transform, al igual que la Demodulación, como la aplicación de un conjunto de filtros pasa-banda. En la sección A.6 se presenta y se justifica la Wavelet Modificada de Morlet con el objetivo de compararla más adelante con el método propuesto en esta investigación (sección A.7), en donde se demuestra que la Wavelet Transform, usando la Wavelet Modificada de Morlet como función base, es prácticamente la misma operación que la Demodulación Compleja que aquí se propone, con la diferencia de que el empleo de las constantes es más apropiado en la Demodulación que en la Wavelet Transform.

A.3 Wavelets (Chui, 1992 ; Daubechies, 1992 ; Strang y Nguyen, 1996).

El término *wavelets* se refiere al conjunto de ondas de corta duración definidas por dilataciones [ej., $\psi(t) \rightarrow \psi(2t)$] y traslaciones [ej., $\psi(t) \rightarrow \psi(t+1)$] de una función $\psi(t)$ limitada en tiempo y en frecuencia y cuyo contenido de energía es finito; es decir, $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)| dt < \infty$. A la función $\psi(t)$ se le conoce como la función *básica* y a las funciones dilatadas y trasladadas se les denomina *wavelets*. Una *wavelet* de escala a en la posición b se expresa:

$$\psi_{ab}(t) = |a|^{-1/2} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (\text{A.3.1})$$

en donde a y b son reales y $a > 0$. Los parámetros a y b pueden tomar valores en forma continua o discreta. El coeficiente $|a|^{-1/2}$ en (A.3.1), conserva la energía de las *wavelets*

igual a la energía de la función básica $\|\psi_{a,b}\| = \|\psi\| = 1$. La “Wavelet Transform” (WT) aplicada a la función $h(t)$ se define:

$$w(a,b) = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt \quad (\text{A.3.2})$$

en donde ψ^* indica el conjugado de ψ . La interpretación de esta transformada se discutirá posteriormente en la sección A.5 bajo el concepto de la demodulación compleja.

A.4 Demodulación Compleja (Bloomfield, 1946)

Bajo la hipótesis de que una función real $h(t)$ se puede expresar:

$$h(t) = R(t) \cos(2\pi f_0 t + \phi(t)) + \sigma(t) \quad (\text{A.4.1})$$

en donde la amplitud $R(t)$ y la fase $\phi(t)$ pueden variar continuamente en el intervalo de frecuencia, $f_0 + \varepsilon$, siendo $\sigma(t)$ el contenido de energía de $h(t)$ fuera de dicho intervalo de frecuencia. La Demodulación Compleja (DC) consiste en obtener las variaciones en amplitud y en frecuencia de $h(t)$ en el intervalo de frecuencia determinado por $f_0 + \varepsilon$. El procedimiento consiste en multiplicar $h(t)$ por la función $e^{-2\pi i f_0 t}$ y en aplicar a su vez un filtro lineal y simétrico $g(t)$ con respuesta unitaria en $f = 0$ y con frecuencia de corte $f_c = \varepsilon$; ($i = \sqrt{-1}$). La señal compleja demodulada, $z(t)$, se define como la convolución del producto $h(t)e^{-2\pi i f_0 t}$ con el filtro $g(t)$. La elección del filtro dependerá del problema en particular y de las propiedades de $h(t)$.

$$z(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{-2\pi i f_0 \tau} g(t - \tau) d\tau \quad (\text{A.4.2})$$

La amplitud y la fase demoduladas estarán dadas por:

$$R(t) = |z(t)| \quad ; \quad e^{i\phi(t)} = \frac{z(t)}{|z(t)|} \quad (\text{A.4.3})$$

en donde la frecuencia instantánea de $R(t)$ estará dada por:

$$f(t) = f_0 + \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (\text{A.4.4})$$

Sin el ánimo de ofender al lector por la simplicidad del método y con la finalidad de comparar la demodulación compleja con la *Wavelet Transform*, se describirá la demodulación compleja en el dominio de frecuencia.

Sean $H(f)$ y $G(f)$ las Transformadas de Fourier (TF) de $h(t)$ y de $g(t)$ respectivamente, en donde la Transformada de Fourier y la Transformada Inversa se definen respectivamente:

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-2\pi ift} dt \quad (\text{A.4.5})$$

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f)e^{2\pi ift} df \quad (\text{A.4.6})$$

Al multiplicar $h(t)$ por la función $e^{-2\pi if_0 t}$, en el dominio de frecuencia se está transformando a $H(f)$ por $H(f + f_0)$. En otras palabras, estamos corriendo o desplazando a $H(f)$ de tal forma que su energía en la frecuencia f_0 quede localizada en $f = 0$. Este corrimiento permite aplicar el filtro paso bajo $G(f)$ con frecuencia de corte $f_c = \varepsilon$, para recuperar la señal demodulada empleando (A.4.3) y (A.4.4).

Otra forma de ver la demodulación compleja consiste en desplazar al filtro $G(f)$ centrándolo en la frecuencia de interés f_0 , con lo que transformamos al filtro en el filtro complejo pasa banda $P(f) = G(f - f_0)$. En el dominio del tiempo, el filtro estará dado por $p(t) = g(t)e^{2\pi if_0 t}$, y la señal compleja demodulada, $z(t)$, estará dada por la convolución de $h(t)$ con el filtro $p(t)$:

$$z(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)p(t - \tau)d\tau \quad (\text{A.4.7})$$

La amplitud y la fase demoduladas estarán dadas igual que en (A.4.3). La frecuencia instantánea de $R(t)$, a diferencia de (A.4.4), será directamente la derivada de la fase sin necesidad de sumarle f_0 :

$$f(t) = \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (\text{A.4.8})$$

La demodulación compleja puede expresarse en forma más completa adecuando el ancho de banda del filtro $p(t)$ a su frecuencia central, esto es:

$$p\left(\frac{t}{\alpha}\right) = g\left(\frac{t}{\alpha}\right) e^{\frac{2\pi i f_N t}{\alpha}} \quad (\text{A.4.9})$$

en donde f_N es la frecuencia de Nyquist y α es una constante que puede tomar valores en el intervalo $\{1 \leq \alpha < \xi < \infty\}$. La constante α reduce o aumenta el ancho de banda del filtro y determina su frecuencia central. Conforme el valor de α aumenta, el ancho de banda del filtro disminuye, así como su frecuencia central. Esto significa que la "longitud" del filtro en el dominio del tiempo es menor (menor número de coeficientes) para las frecuencias altas. El valor de la constante ξ dependerá de la de la "longitud" de la serie de tiempo. Este valor se discutirá en la sección A.7. Bajo estas consideraciones la demodulación compleja toma la forma:

$$z(\alpha, t) = \frac{1}{\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) p\left(\frac{t-\tau}{\alpha}\right) d\tau \quad (\text{A.4.10})$$

El concepto de demodulación compleja permite interpretar la ecuación (A.4.10) como el espectrograma de $h(t)$, es decir, la evolución temporal del contenido de energía por banda de frecuencia de $h(t)$.

Cuando en lugar de modular al filtro $g(t)$ con el exponencial complejo en (A.4.9), lo modulamos con la función, $\cos\left(2\pi \frac{f_N}{\alpha} t\right)$, lo que se obtiene al aplicar (A.4.10) es

únicamente un conjunto de señales reales filtradas por banda de frecuencia, en las que la información de la fase se habrá perdido. Pero no todo está perdido, la modulación en amplitud $R(t)$ aún puede recobrase aplicando la Transformada de Hilbert a (A.4.10):

$$R(t) = |z(t) - i \text{Hi}(z(t))| = \left| z(t) - \frac{i}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{z(\tau) d\tau}{\tau - t} \right| \quad (\text{A.4.11})$$

A.5 Similitudes y diferencias entre la “Wavelet Transform” y la Demodulación Compleja

La similitud entre la Wavelet Transform y la Demodulación Compleja puede observarse directamente de las ecuaciones (A.3.2) y (A.4.10). En la ecuación (A.3.2) que describe a la WT, se define a la función $\psi(t)$ como una función limitada en tiempo y en frecuencia y cuyo contenido de energía es finito. En la ecuación (A.4.10) que describe a la DC se define a la función $p(t)$ como un filtro simétrico y lineal que por su definición misma lo hace una función limitada en tiempo y en frecuencia y cuyo contenido de energía es también finito. La WT en (A.3.2) se define como el producto interno de la función $h(t)$ con las *wavelets* dilatadas y trasladadas $\psi_{ab}(t) = |a|^{-1/2} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$, mientras que la DC en (A.4.10) se define como la convolución de $h(t)$ con el filtro $p\left(\frac{t}{\alpha}\right)$ que ha sido dilatado por el factor α y que automáticamente está siendo trasladado en el tiempo al convolucionarse con $h(t)$. La diferencia que se observa entre las ecuaciones (A.3.2) y (A.4.10) es en el argumento del integrando. Esta diferencia sutil puede interpretarse con mayor facilidad en el dominio de frecuencia, por lo que procederemos a obtener las Transformadas de Fourier de (A.3.2) y de (A.4.10). Sean $W(a, f)$ la TF de (A.3.2) y $Z(\alpha, f)$ la TF de (A.4.10), en donde $\Psi(f)$ y $P(f)$ son respectivamente las TF de $\psi(t)$ y de $p(t)$:

$$W(a, f) = \int_{-\infty}^{\infty} w(a, b) e^{-2\pi i f b} db = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right) e^{-2\pi i f b} dt db = |a|^{-1/2} H(f) \Psi^*(af) \quad (\text{A.5.1})$$

$$Z(\alpha, f) = \int_{-\infty}^{\infty} z(\alpha, t) e^{-2\pi i f t} dt = \frac{1}{\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) p\left(\frac{t-\tau}{\alpha}\right) e^{-2\pi i f t} d\tau dt = H(f) P(\alpha f) \quad (\text{A.5.2})$$

Las ecuaciones (A.5.1) y (A.5.2) permiten interpretar la WT bajo el concepto de la demodulación. Las *wavelets*, al igual que en la demodulación (A.4.10), son un conjunto de filtros pasa banda en el que el ancho de banda de cada filtro está adecuado a la frecuencia central del mismo. Las constantes a y α en (A.5.1) y (A.5.2) tienen la misma función en el argumento de ambas ecuaciones, la de definir la frecuencia central del filtro y su ancho de banda. La diferencia en el modo de emplearlas como coeficientes depende del objetivo del análisis. En la demodulación compleja se tiene como objetivo analizar las variaciones en amplitud y en fase de $h(t)$ por banda de frecuencia, sin alterar la amplitud de la señal demodulada, por lo que se requiere que la respuesta del filtro sea unitaria en su frecuencia central. En la WT el objetivo es reconstruir la función $h(t)$ con la suma de las señales “demoduladas” por lo que la constante a , además de definir la frecuencia central de las *wavelets* (del filtro), mantiene constante la norma de éstas, en el sentido de que en la WT, algunas *wavelets* forman un conjunto de funciones ortonormales. El que las *wavelets* actúen como filtros pasa banda no es algo nuevo, Strang y Nguyen (1996), dan un excelente tratado de la relación que existe entre la Wavelet Transform y los Bancos de Filtros orientados a comprimir información y a la reconstrucción perfecta de la misma.

La diferencia en el argumento de los integrandos de (A.3.2) y (A.4.10) se puede interpretar con claridad al comparar (A.5.1) y (A.5.2) bajo las siguientes consideraciones:

i) $\psi(t) = p(t)$ es una función real y simétrica: Esto implica que $\Psi^*(af) = \Psi(af)$ por lo que (A.5.1) tendría el mismo significado que (A.5.2).

ii) $\psi(t)$ es una función compleja y su TF es real: Esto implica que $\Psi^*(af) = \Psi(af)$ por lo que al igual que en (i), (A.5.1) tendría el mismo significado que (A.5.2).

iii) $\psi(t)$ es una función real pero no es simétrica: Su transformada de Fourier es compleja y se puede expresar como $|\Psi(f)|e^{i\theta(f)}$, lo que implica que (A.5.1) cambia la fase de la señal “demodulada” en $-\theta(f)$, mientras que en (A.5.2) el cambio de fase sería en $+\theta(f)$. Este es el caso de las *wavelets* ortogonales reales de soporte compacto, debido a que una condición necesaria para que sean ortogonales es que sean asimétricas (Daubechies, 1992). Las

wavelets ortogonales prometen la descomposición ortogonal de una señal y la reconstrucción perfecta de la misma a partir de la descomposición. Posiblemente la utilidad de esta descomposición sea de gran valor para comprimir información. Sin embargo, la asimetría de $\psi(t)$, no permite la localización de eventos transitorios debido a que cada una de las componentes del espectrograma (señales demoduladas) no están localizadas en el tiempo que les corresponde. Un ejemplo sencillo de este caso se puede obtener haciendo $h(t) = \delta(t)$ y $\psi(t) = db10$ en (A.3.2), en donde $\delta(t)$ es la función Delta de Dirac y *db10* es la wavelet #10 de *Daubechies* obtenida de la Versión *Wavelets* 1.0.2 de *MatLab*. En la Figura A.5.1 se muestra el valor absoluto de la Transformada de Hilbert de cada uno de los 10 niveles obtenidos con *db10*. Si interpretamos la Figura A.5.1 como el espectrograma de $\delta(t)$, concluiríamos que estamos observando un fenómeno de propagación de ondas en un medio dispersivo. En cambio, si en lugar de usar (A.3.2), demodulamos la Delta de Dirac con la ecuación (A.4.10), en donde $p(t)$ está dada por la ecuación (A.7.1), no se observa ninguna dispersión en el espectrograma (Figura A.5.2).

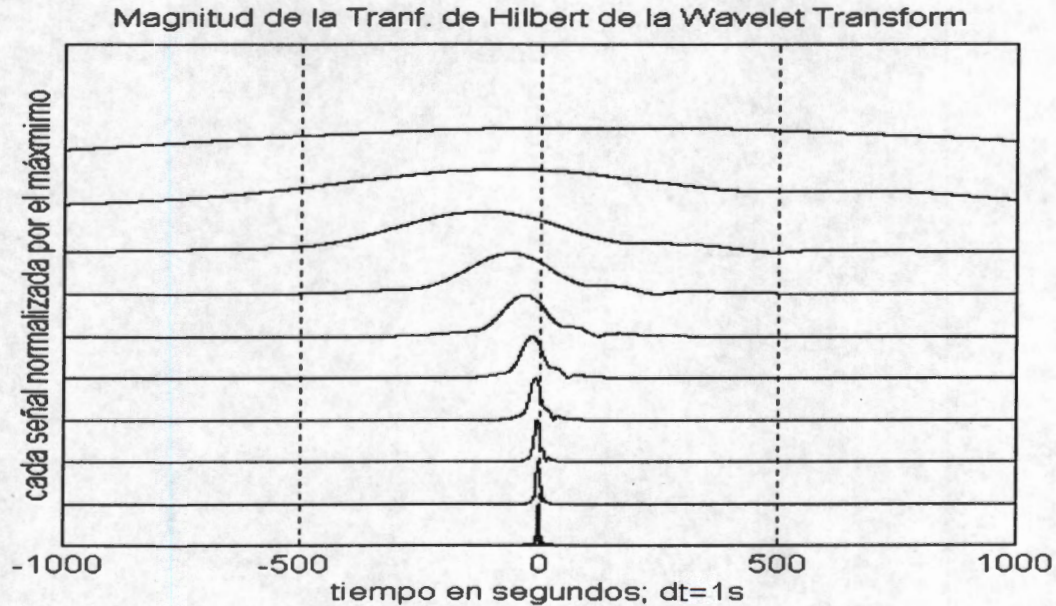


Figura A.5.1. Magnitud de la Transformada de Hilbert de cada uno de los 10 niveles obtenidos al aplicar la Wavelet Transform a la Función Delta de Dirac. La magnitud de la transformada de Hilbert es la envolvente de la señal. Aparentemente los eventos de menor frecuencia llegan antes que los de alta frecuencia.

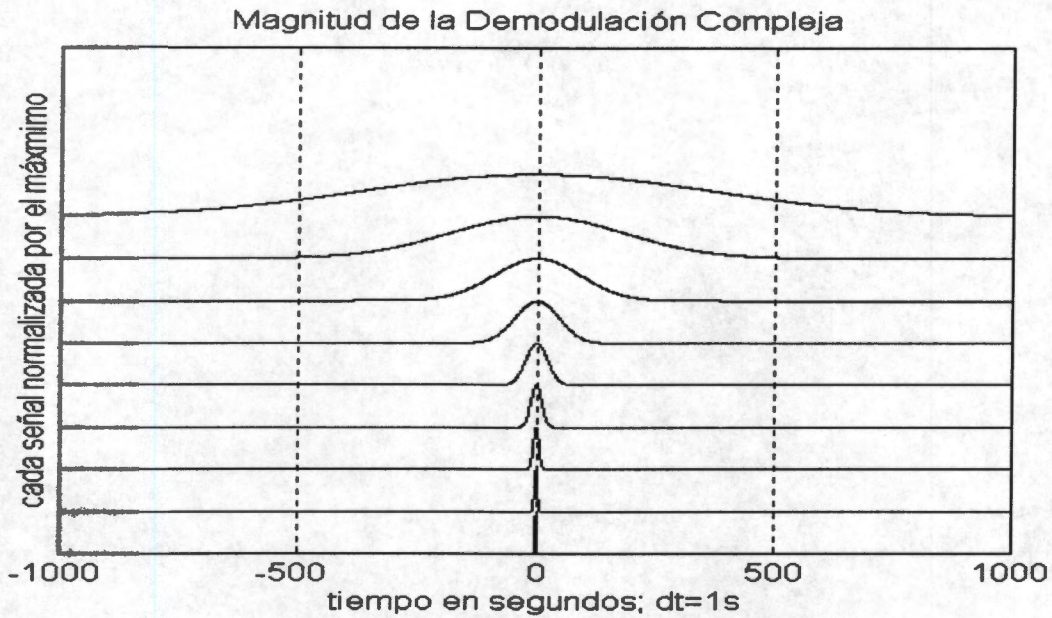


Figura A.5.2. Magnitud normalizada por el máximo de cada una de las señales obtenidas al aplicar la Demodulación Compleja a la Función Delta de Dirac. En este caso no se observa dispersión por frecuencia.

A.6 Wavelet modificada de Morlet

La *wavelet* de Morlet (Strang y Nguyen, 1996) es una función de Gauss modulada por el exponencial complejo:

$$\xi(t) = e^{-t^2/2} e^{i\omega_0 t} \tag{A.6.1}$$

En donde ω es la frecuencia angular y $\omega_0 = \pi \sqrt{\frac{2}{\ln 2}} = 5.336$

Un requisito para las *wavelets* (la función básica) es que cumpla con la condición:

$$S = \int_{-\infty}^{\infty} \xi(t) dt = 0 \tag{A.6.2}$$

a ello obedece el corrimiento a la frecuencia ω_0 en (A.6.1) con lo cual:

$$S_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \xi(t) dt = \sqrt{2\pi} e^{-\omega_0^2/2} = 1.99 \times 10^{-6} \tag{A.6.3}$$

En nuestro caso estamos interesados en funciones discretas en tiempo, en donde $t = n\Delta t$, por lo que consideramos más práctico trabajar con la frecuencia cíclica $f = \frac{\omega}{2\pi}$.

Con este cambio en la notación podemos rescribir (A.6.1) sin cambiar su significado:

$$\xi(t) = e^{-t^2/2} e^{i2\pi f_0 t}, \text{ en donde } f_0 = \frac{\pi}{2\pi} \sqrt{\frac{2}{\ln 2}} = 0.849 \quad (\text{A.6.4})$$

Analizando (A.6.4) desde el punto de vista de la demodulación compleja definida en (A.4.10), y considerando que el dominio de frecuencia para funciones discretas está acotado por el intervalo $\{-f_N \leq f \leq f_N\}$, el valor de f_0 en (A.6.4) debe ser menor o igual que la frecuencia de Nyquist:

$$f_0 = 0.849 \leq \frac{1}{2\Delta t} \quad (\text{A.6.5})$$

La condición (A.6.5) implica a su vez que el intervalo de muestreo esté acotado ($\Delta t \leq 0.5887$) debido a que, en el dominio de frecuencia, el exponencial complejo está haciendo un corrimiento de la TF de la función de Gauss (el filtro en la demodulación) centrandola en la frecuencia f_0 .

Para suavizar la restricción del intervalo de muestreo cambiaremos f_0 por f_N en (A.6.4), además de modificar la función de Gauss, obteniendo así la *Wavelet Modificada de Morlet*:

$$\psi(t) = e^{-t^2 f_N^2 / 2} e^{i2\pi f_N t} \quad (\text{A.6.6})$$

Esta modificación en la función de Gauss, al incluir la frecuencia de Nyquist en el argumento, permite que la densidad de muestreo de la función de Gauss sea independiente de Δt . La condición (A.6.2) indica una menor dependencia del intervalo de muestreo en (A.6.6):

$$S_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = \frac{\sqrt{2\pi}}{f_N} e^{-2\pi^2} \quad (\text{A.6.7})$$

En la Figura A.6.1, se comparan los valores de S_1 y S_2 para diferentes intervalos de muestreo y se observa que S_2 es prácticamente cero aún para valores de $\Delta t = O(10^3)$, mientras que S_1 está restringida a valores de $\Delta t \leq 0.5887$.

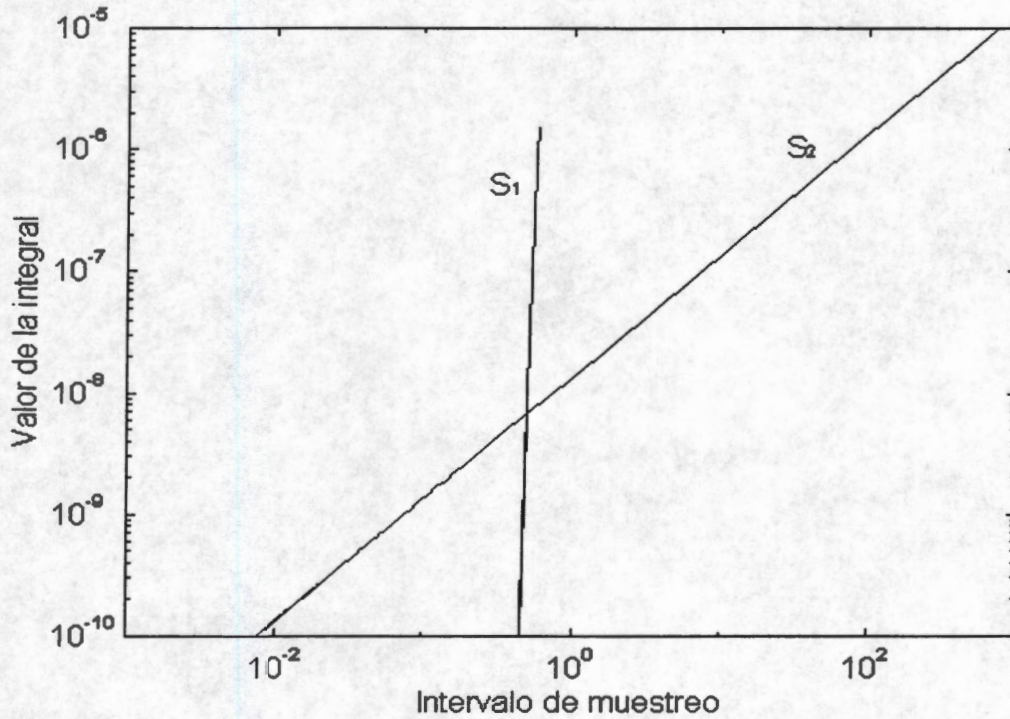


Figura A.6.1. Valor de las Integrales S_1 y S_2 en función del intervalo de muestreo. El valor de S_2 es prácticamente cero para un conjunto relativamente amplio de valores del intervalo de muestreo.

Empleando la *Wavelet Modificada de Morlet* (A.6.6) como función básica, la WT (A.3.2) y su TF (A.5.1) toman la forma:

$$w(a,b) = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-(t-b)^2 f_N^2 / 2a^2} e^{i2\pi f_N(t-b)/a} dt \quad (A.6.8)$$

$$W(a,f) = a|a|^{-1/2} H(f) \frac{\sqrt{2\pi}}{f_N} e^{-2\pi^2 a^2 (f - f_N/a)^2 / f_N^2} \quad (A.6.9)$$

En la figura A.6.2. se muestra el resultado de (A.6.9) considerando que $H(f) = 1$; $f_N = 1$; en donde $a = 2^k$; $k = 0,1,2,3,4,5,6$.

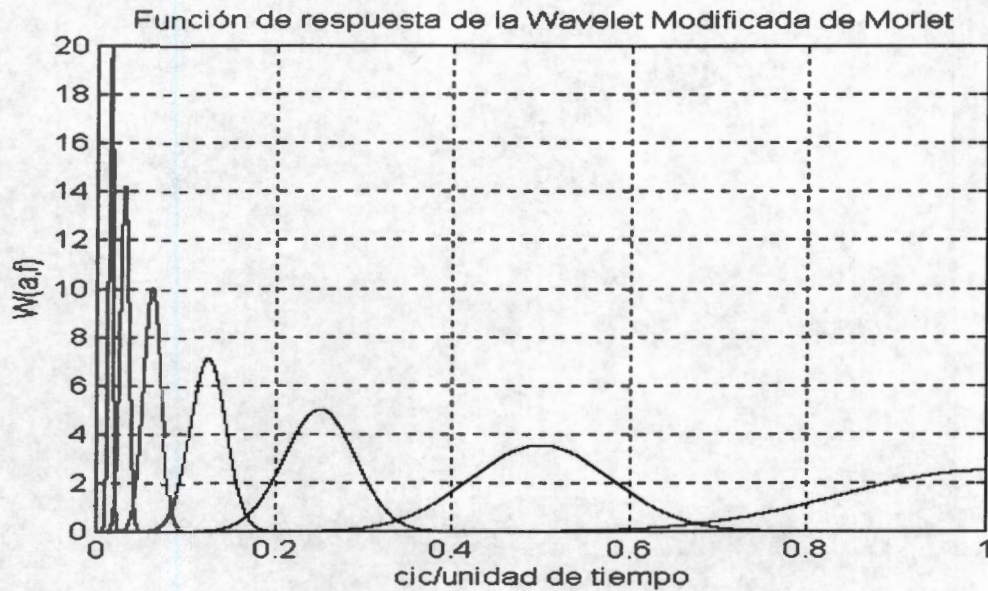


Figura A.6.2. Respuesta en frecuencia del conjunto de wavelets (filtros) modificadas de Morlet. Es notoria la amplificación de la respuesta hacia las bajas frecuencias.

A.7. Demodulación compleja empleando una ventana de Gauss

Para demodular $h(t)$ emplearemos como filtro $p(t)$ la parte real de la *Wavelet Modificada de Morlet* centrada en la frecuencia de Nyquist y normalizada de tal forma que el filtro tenga respuesta unitaria en su frecuencia central:

$$p(t) = \frac{f_N}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2 f_N^2 / 2} e^{i2\pi f_N t} \quad (\text{A.7.1})$$

La demodulación compleja (A.4.10) y su TF (A.5.2) estarán dadas por:

$$z(\alpha, t) = \frac{1}{\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \frac{f_N}{\sqrt{2\pi}} e^{-(t-\tau)^2 f_N^2 / 2\alpha^2} e^{i2\pi f_N (t-\tau) / \alpha} d\tau \quad (\text{A.7.2})$$

$$Z(\alpha, f) = H(f) e^{-2\pi^2 \alpha^2 (f - f_N / \alpha)^2 / f_N^2} \quad (\text{A.7.3})$$

En este caso el máximo valor de α , de tal forma que se cumpla la condición A.6.2, está restringido por:

$$\max(\alpha) = \xi = \frac{n}{\sqrt{32(7 - \ln(\frac{\sqrt{2\pi}}{f_N}))}} \quad (\text{A.7.4})$$

en donde n es el número de datos de $h(t)$.

En la figura A.7.1, se muestra el resultado de (A.7.3) considerando que $H(f) = 1$; $f_N = 1$; en donde $\alpha = 2^k$; $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

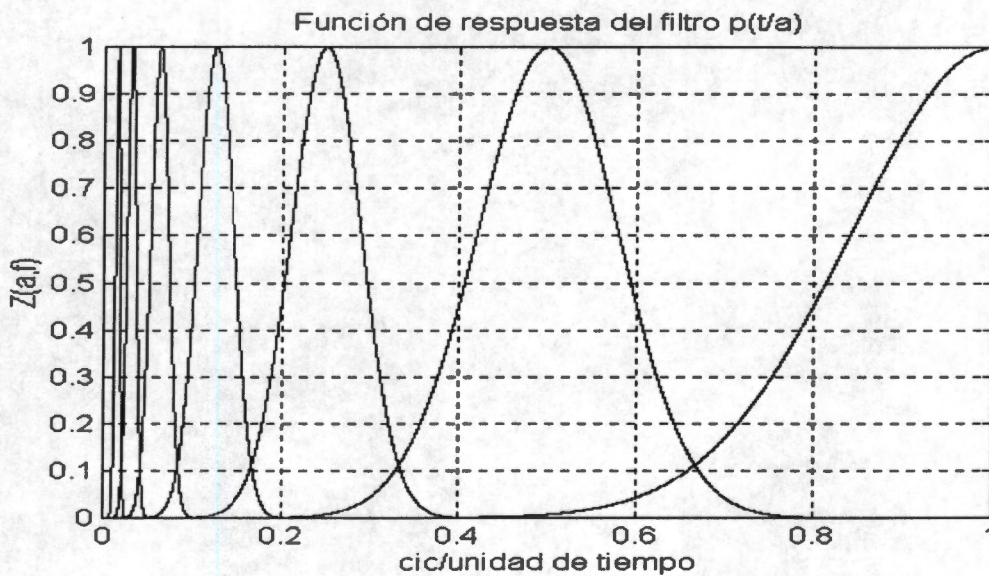


Figura A.7.1. Respuesta en frecuencia de los filtros pasa-banda (funciones de Gauss) empleados en la demodulación compleja.

Las ecuaciones A.6.9 y A.7.3 solo difieren en las constantes debido a que las TF de $\psi(t)$ y $p(t)$ son reales. En este caso, como se estableció en la sección A.5, la WT (A.6.8) y la DC (A.7.2), a reserva de las constantes, tienen el mismo significado. Tanto en A.6.9 como en A.7.3, los valores de las constantes pueden seleccionarse para determinar un barrido adecuado en el dominio de frecuencia. En las figuras A.6.1 y A.7.1, el barrido es disperso para una mejor apreciación de los filtros.

A.8. ¿Demodulación o Wavelet Transform?

El concepto de demodulación tiene un significado físico bien establecido y hasta cierto punto natural. Este concepto es tan antiguo como la electrónica y es de aplicación cotidiana al escuchar la radio AM y FM. El concepto de la Wavelet Transform es relativamente reciente y en algunos casos, como se estableció en las secciones A.6 y A.7, puede interpretarse bajo el concepto de la demodulación. Cuando las *wavelets son reales*, la relación entre la Wavelet Transform y la Demodulación Compleja no es tan directa. En este caso, a reserva de las constantes, es necesario aplicar la Transformada de Hilbert a la Wavelet Transform para interpretar a la Wavelet Transform bajo el concepto de la Demodulación. Un excelente tratado de la transformada de Hilbert puede encontrarse en Bracewell, 1978.

A.9. ¿Filtros o Wavelets en la localización de eventos transitorios?

El concepto de wavelets tiene un fundamento matemático bien establecido con aplicaciones en diferentes disciplinas científicas. Sin embargo, en cuanto a la localización de eventos transitorios de diferentes frecuencias en series de tiempo (time-frequency localization), el empleo indiscriminado de la Wavelet Transform es delicado, sobre todo cuando al emplear wavelets reales se interpreta a la Wavelet Transform a manera de espectrograma. Cabe mencionar que para obtener un espectrograma adecuado a la serie de tiempo, es preferible seleccionar al conjunto de filtros por su respuesta en frecuencia y no por su ortogonalidad, debido a que al buscar ortogonalidad, los filtros pasa banda pueden ser extremadamente amplios.

Generalmente nos referimos a los filtros como a la “ventana” debido a su representación o respuesta en frecuencia (función de banda limitada). Si nos detenemos a observar su representación en el dominio del tiempo veremos que tienen la forma de una onda de corta duración (una función limitada en tiempo). Por ejemplo, en la Figura A.9.1, se presenta un filtro Lanczos (Lanczos, 1961) pasa banda en el dominio del tiempo y su respuesta en frecuencia. Si estas fuesen las únicas características de las wavelets, con

seguridad hoy en día nos referiríamos al filtro Lanczos como “*le ondelette*” de Lanczos o la “*wavelet*” de Lanczos.

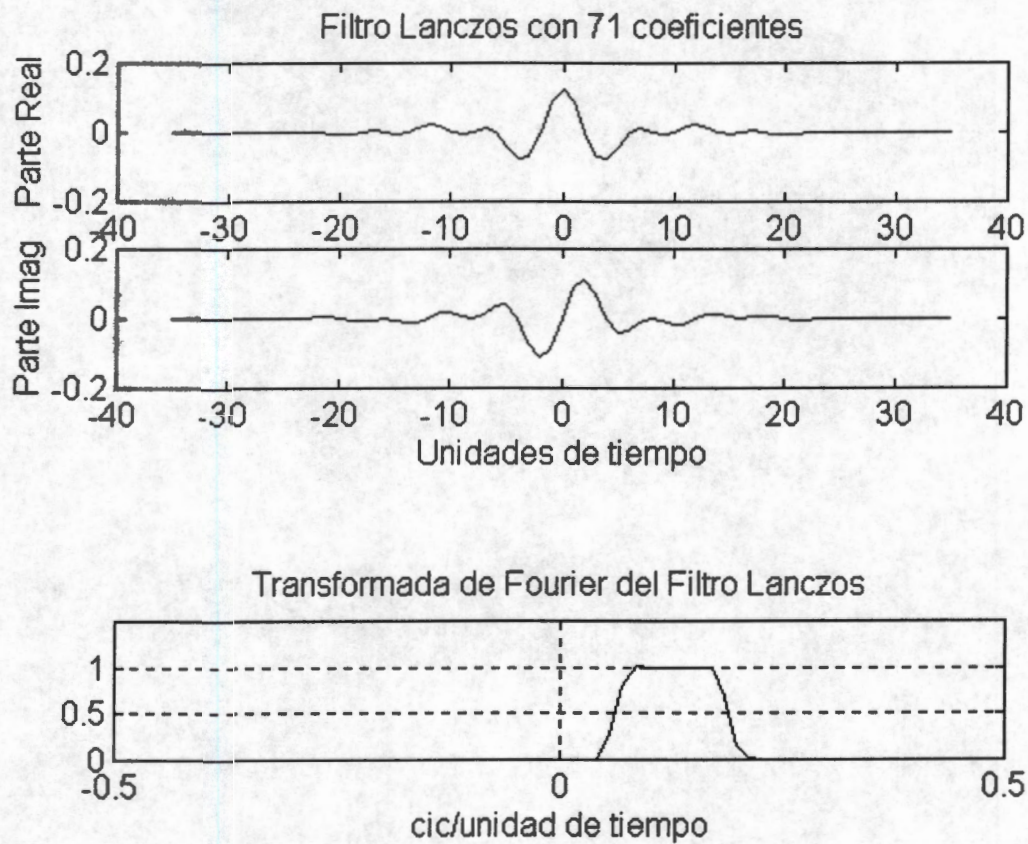


Figura A.9.1. Coeficientes del filtro Lanczos pasa-banda (parte superior de la figura) y su respuesta en frecuencia (parte inferior de la figura).

APENDICE B

B.1. El modelo de aguas someras, ecuaciones primitivas

El modelo de aguas someras (Pedlosky, 1979) describe el movimiento de ondas cuya longitud es mucho mayor que la profundidad del agua en donde se propagan. En este modelo, las aproximaciones de incompresibilidad del agua y de densidad constante reducen la ecuación de conservación de masa a la condición de incompresibilidad:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{B.1.1})$$

Mientras que la aproximación hidrostática permite expresar las ecuaciones horizontales de conservación de momento:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -g \frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (\text{B.1.2})$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -g \frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad (\text{B.1.3})$$

En las ecuaciones (B.1.1 a B.1.3), t representa el tiempo, $\Psi(x, y, t)$ representa la altura de la columna de agua a partir del nivel de referencia $z=0$, g es la aceleración de la gravedad, (u, v) son las componentes de la velocidad horizontal del campo de masa en las direcciones ortogonales (x, y) respectivamente, siendo w la componente vertical de la velocidad en la dirección z .

B.2. Ecuaciones de aguas someras integradas en la vertical

La aproximación hidrostática implica suponer que las velocidades son independientes de la profundidad, por lo que es conveniente integrar verticalmente la ecuación de conservación de masa. Condicionando al fluido que está en el fondo y en la superficie a permanecer tanto en el fondo como en la superficie respectivamente, la ecuación de ambas fronteras es $F(x, y, z, t) = 0$, consecuentemente:

$$\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} + w \frac{\partial F}{\partial z} = 0$$

En el fondo, $z = z_0(x, y)$, por lo que $F = z - z_0$, lo que implica:

$$u(x, y, z_0) \frac{\partial z_0}{\partial x} + v(x, y, z_0) \frac{\partial z_0}{\partial y} - w(x, y, z_0) = 0 \quad (\text{B.2.1})$$

En la superficie, $z = \Psi(x, y, t)$, implica:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + u(x, y, \Psi) \frac{\partial \Psi}{\partial x} + v(x, y, \Psi) \frac{\partial \Psi}{\partial y} - w(x, y, \Psi) = 0 \quad (\text{B.2.2})$$

Integrando B.1.1, desde el fondo hasta la superficie libre se obtiene:

$$\int_{z_0}^{\Psi} \frac{\partial u}{\partial x} dz + \int_{z_0}^{\Psi} \frac{\partial v}{\partial y} dz + w(x, y, \Psi) - w(x, y, z_0) = 0 \quad (\text{B.2.3})$$

Expresando los dos primeros términos de (B.2.3) mediante las relaciones:

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{z_0}^{\Psi} u dz = u(x, y, \Psi) \frac{\partial \Psi}{\partial x} - u(x, y, z_0) \frac{\partial z_0}{\partial x} + \int_{z_0}^{\Psi} \frac{\partial u}{\partial x} dz$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \int_{z_0}^{\Psi} u dz = u(x, y, \Psi) \frac{\partial \Psi}{\partial y} - u(x, y, z_0) \frac{\partial z_0}{\partial y} + \int_{z_0}^{\Psi} \frac{\partial u}{\partial y} dz$$

De (B.2.1), (B.2.2), (B.2.3) y empleando las relaciones anteriores, se obtiene la ecuación de conservación de masa integrada en la vertical:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (\text{B.2.4})$$

en donde,

$$U = \int_{z_0}^{\Psi} u dz = u[h(x, y) + \eta(x, y, t)]$$

$$V = \int_{z_0}^{\Psi} v dz = v[h(x, y) + \eta(x, y, t)]$$

$$h(x, y) + \eta(x, y, t) = \Psi(x, y, t) - z_0(x, y)$$

siendo $h(x, y)$ la profundidad media de la columna de agua y $\eta(x, y, t)$ la variación del nivel del agua con respecto a $h(x, y)$.

Siguiendo un procedimiento similar se integran las ecuaciones (B.1.2) y (B.1.3) desde el fondo hasta la superficie libre:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{U^2}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{UV}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad (\text{B.2.5})$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{UV}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{V^2}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial y} = 0, \quad (\text{B.2.6})$$

en donde, $D = h(x, y) + \eta(x, y, t)$.

Cuando se considera que la contribución de los términos alineales no es importante, el conjunto de ecuaciones (B.2.4 a B.2.6) se expresa:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (\text{B.2.7})$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + gh \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad (\text{B.2.8})$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + gh \frac{\partial \eta}{\partial y} = 0, \quad (\text{B.2.9})$$

en donde, $U = uh(x, y)$; $V = vh(x, y)$

En el estudio de propagación transoceánica de tsunamis es conveniente expresar las ecuaciones lineales de aguas someras en un sistema de coordenadas esféricas:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{R \cos(\xi)} \left[\frac{\partial U}{\partial \lambda} + \frac{\partial}{\partial \xi} (V \cos(\xi)) \right] = 0 \quad (\text{B.2.10})$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{gh}{R \cos(\xi)} \frac{\partial \eta}{\partial \lambda} = fV \quad (\text{B.2.11})$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{gh}{R} \frac{\partial \eta}{\partial \xi} = -fU \quad (\text{B.2.12})$$

En donde $U = uh(\lambda, \xi)$ y $V = vh(\lambda, \xi)$ son respectivamente las componentes del flujo de masa en las direcciones meridional (ξ) y longitudinal (λ); R es el radio del planeta; la fuerza de Coriolis está representada por $f = 2\Omega \sin(\xi)$, siendo Ω la velocidad angular del planeta.

El conjunto de ecuaciones (B.2.10 a B.2.12), expresado en forma vectorial, toma la forma:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{M} = 0 \quad (\text{B.2.13})$$

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} + gh \nabla \eta + 2\Omega \times \mathbf{M} = 0$$

en donde $\mathbf{M} = U e_\lambda + V e_\xi$

B.3. Solución de las ecuaciones de aguas someras en diferencias finitas, dispersión numérica y el número de Imamura

No es recomendable resolver directamente el conjunto de ecuaciones (B.1.1 a B.1.3) en diferencias finitas debido a la dificultad que se presenta en algunos esquemas numéricos para conservar la masa. En cambio, el conjunto de ecuaciones (B.2.4 a B.2.6) no presenta esta dificultad en la gran variedad de esquemas numéricos por el hecho de que todas las variables están expresadas en derivadas.

En el método de diferencias finitas de Goto *et al.*, (1997), se resuelve el conjunto completo de ecuaciones (B.2.4 a B.2.6). En este apéndice se resuelven las ecuaciones lineales (B.2.7 a B.2.9) en una dimensión con el objetivo de ilustrar la dispersión de onda que introduce el esquema numérico y se resuelven las ecuaciones lineales en coordenadas esféricas (B.2.10 a B.2.12) como complemento al escrito principal.

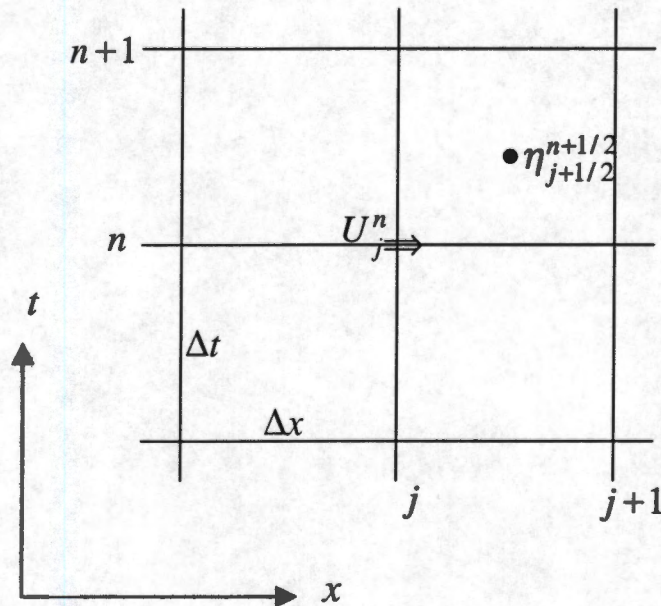


Figura B.3.1. Esquema de diferencias finitas centrales en una dimensión y en tiempo.

Las ecuaciones de aguas someras en una dimensión y su representación en diferencias finitas de acuerdo al esquema de la Figura B.3.1, se expresan:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{\Delta t} \left[\eta_{j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - \eta_{j+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} \right] + \frac{1}{\Delta x} [U_{j+1}^n - U_j^n] = 0 \quad (\text{B.3.1})$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + gh \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{\Delta t} [U_j^{n+1} - U_j^n] + \frac{gh}{\Delta x} \left[\eta_{j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - \eta_{j-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right] = 0 \quad (\text{B.3.2})$$

Como ejemplo, el primer término en diferencias de la ecuación (B.3.1), completando la serie de Taylor puede escribirse:

$$\frac{1}{\Delta t} \left[\eta_{j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - \eta_{j+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} \right] = \frac{\partial \eta}{\partial t} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)!} \left(\frac{\Delta t}{2} \right)^{2m} \frac{\partial^{2m+1} \eta}{\partial t^{2m+1}}$$

Aplicando esta operación, las ecuaciones en diferencias (B.3.1) y (B.3.2), se expresan:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)!} \left[\left(\frac{\Delta t}{2} \right)^{2m} \frac{\partial^{2m+1} \eta}{\partial t^{2m+1}} + \left(\frac{\Delta x}{2} \right)^{2m} \frac{\partial^{2m+1} U}{\partial x^{2m+1}} \right] = 0 \quad (\text{B.3.3})$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + gh \frac{\partial \eta}{\partial x} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)!} \left[\left(\frac{\Delta t}{2} \right)^{2m} \frac{\partial^{2m+1} U}{\partial t^{2m+1}} + gh \left(\frac{\Delta x}{2} \right)^{2m} \frac{\partial^{2m+1} \eta}{\partial x^{2m+1}} \right] = 0 \quad (\text{B.3.4})$$

Las ecuaciones (B.3.3) y (B.3.4) son las ecuaciones diferenciales que representan a las ecuaciones en diferencias (B.3.1) y (B.3.2). Los terceros términos de (B.3.3) y (B.3.4), que se están agregando a las ecuaciones originales, son las expresiones de los errores numéricos introducidos en la solución de las ecuaciones de aguas someras debido al truncamiento de las series de Taylor en el esquema de diferencias finitas. Para examinar estos errores en una sola ecuación haremos uso de la siguiente aproximación para las derivadas de alto orden:

$$\frac{\partial^{2m+1}}{\partial t^{2m+1}} = -(\sqrt{gh})^{2m+1} \frac{\partial^{2m+1}}{\partial x^{2m+1}}$$

De (B.3.3) y (B.3.4), empleando la relación anterior se obtiene:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - gh \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} - gh \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{(2m+1)!} \left(\frac{\Delta x}{2} \right)^{2m} \left[1 - \left(\sqrt{gh} \frac{\Delta t}{\Delta x} \right)^{2m} \right] \frac{\partial^{2m+2} \eta}{\partial x^{2m+1}} = 0 \quad (\text{B.3.5})$$

Tomando en cuenta únicamente el primer término de la serie en (B.3.5), ésta toma la forma:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - gh \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} - gh \frac{\Delta x^2}{12} \left[1 - gh \left(\frac{\Delta t}{\Delta x} \right)^2 \right] \frac{\partial^4 \eta}{\partial x^4} = 0 \quad (\text{B.3.6})$$

El tercer término en (B.3.6) representa la dispersión de onda que introduce el esquema numérico. Es importante notar que este esquema numérico no introduce disipación de energía.

Por otra parte, consideremos la expresión de la ecuación de Boussinesq en una dimensión (Shuto, 1991):

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - gh \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} - \frac{gh^3}{3} \frac{\partial^4 \eta}{\partial x^4} = 0 \quad (\text{B.3.7})$$

Al igualar los terceros términos de (B.3.6) y (B.3.7), la dispersión numérica en (B.3.6) es prácticamente igual a la dispersión prescrita por la ecuación de Boussinesq. El cociente entre estos dos coeficientes es lo que se conoce como número de Imamura, Im :

$$Im = \frac{\Delta x}{2h} \sqrt{1 - gh \left(\frac{\Delta t}{\Delta x} \right)^2} \quad (\text{B.3.8})$$

El número de Imamura, $Im = 1$, hace que la dispersión numérica sea similar a la dispersión física. Ciertamente es difícil mantener $Im = 1$ en batimetrías irregulares. Sin embargo, Shuto, (1991) y Satake et al., (1995), han mostrado que la solución de las ecuaciones de aguas someras, manteniendo el número de Imamura en el intervalo $[0.6 < Im < 1.4]$, es aceptablemente similar a la solución de las ecuaciones de Boussinesq.

B.4. Esquema de diferencias finitas en coordenadas esféricas

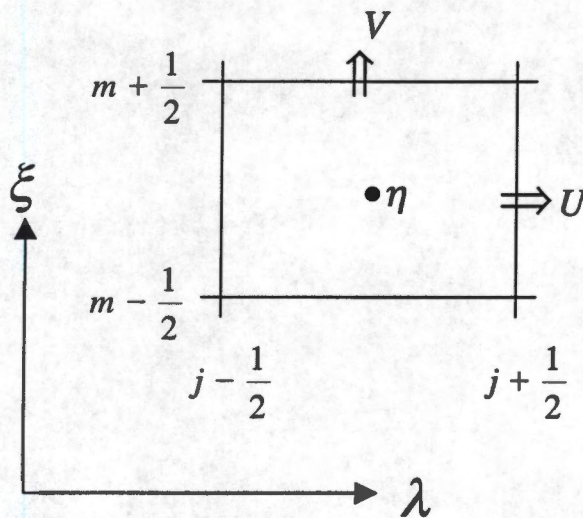


Figura B.4.1. Esquema de diferencias finitas centrales en coordenadas esféricas

El conjunto de ecuaciones B.2.10 a B.2.12, expresado en el esquema de diferencias finitas centrales de la Figura B.4.1, toma la forma:

$$\frac{\eta_{j,m}^{n+\frac{1}{2}} - \eta_{j,m}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} + \frac{1}{R \cos \xi_m} \left[\frac{U_{j+\frac{1}{2},m}^n - U_{j-\frac{1}{2},m}^n}{\Delta \lambda} + \frac{V_{j,m+\frac{1}{2}}^n \cos \xi_{m+\frac{1}{2}} - V_{j,m-\frac{1}{2}}^n \cos \xi_{m-\frac{1}{2}}}{\Delta \xi} \right] = 0 \quad (B.4.1)$$

$$\frac{U_{j+\frac{1}{2},m}^{n+1} - U_{j+\frac{1}{2},m}^n}{\Delta t} + \frac{gh_{j+\frac{1}{2},m}}{R \cos \xi_m} \frac{\eta_{j+1,m}^{n+\frac{1}{2}} - \eta_{j,m}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta \lambda} = fQ \quad (\text{B.4.2})$$

$$\frac{V_{j,m+\frac{1}{2}}^{n+1} - V_{j,m+\frac{1}{2}}^n}{\Delta t} + \frac{gh_{j,m+\frac{1}{2}}}{R} \frac{\eta_{j,m+1}^{n+\frac{1}{2}} - \eta_{j,m}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta \xi} = -fP, \quad (\text{B.4.3})$$

en donde,

$$Q = \frac{1}{4} \left[V_{j+1,m+\frac{1}{2}}^n + V_{j+1,m-\frac{1}{2}}^n + V_{j,m+\frac{1}{2}}^n + V_{j,m-\frac{1}{2}}^n \right]$$

$$P = \frac{1}{4} \left[U_{j+\frac{1}{2},m+1}^n + U_{j+\frac{1}{2},m}^n + U_{j-\frac{1}{2},m+1}^n + U_{j-\frac{1}{2},m}^n \right]$$

De B.4.1 a B.4.3, las incógnitas η , U y V quedan explícitamente expresadas:

$$\eta_{j,m}^{n+\frac{1}{2}} = \eta_{j,m}^{n-\frac{1}{2}} - R_1 \left[U_{j+\frac{1}{2},m}^n - U_{j-\frac{1}{2},m}^n + V_{j,m+\frac{1}{2}}^n \cos \xi_{m+\frac{1}{2}} - V_{j,m-\frac{1}{2}}^n \cos \xi_{m-\frac{1}{2}} \right] \quad (\text{B.4.4})$$

$$U_{j+\frac{1}{2},m}^{n+1} = U_{j+\frac{1}{2},m}^n - R_2 h_{j+\frac{1}{2},m} \left[\eta_{j+1,m}^{n+\frac{1}{2}} - \eta_{j,m}^{n+\frac{1}{2}} \right] + R_3 Q \quad (\text{B.4.5})$$

$$V_{j,m+\frac{1}{2}}^{n+1} = V_{j,m+\frac{1}{2}}^n - R_4 h_{j,m+\frac{1}{2}} \left[\eta_{j,m+1}^{n+\frac{1}{2}} - \eta_{j,m}^{n+\frac{1}{2}} \right] - R_5 P, \quad (\text{B.4.6})$$

en donde,

$$\Delta s = \Delta \lambda = \Delta \xi; \quad R_1 = \Delta t / (R \cos \xi_m \Delta s); \quad R_2 = g \Delta t / (R \cos \xi_n \Delta s); \quad R_3 = 2 \Delta t \Omega \sin \xi_m;$$

$$R_4 = g \Delta t / (R \Delta s); \quad R_5 = 2 \Delta t \Omega \sin \xi_{m+1/2}$$

APENDICE C

C. Solución pseudoespectral de las ecuaciones de Boussinesq

C.1. Resumen

Se describe un método numérico pseudoespectral para resolver las ecuaciones lineales de Boussinesq en un fondo irregular. Los errores en la aproximación de las derivadas en los esquemas numéricos de diferencias finitas introducen dispersión artificial por frecuencia y/o disipación de energía, errores que se traducen en cambios en la fase y/o disminución en la amplitud de la onda. El método que se describe no introduce dispersión numérica ni disipación de energía, lo que a su vez permite estudiar el efecto de dispersión física en la propagación de ondas largas. El esquema numérico consiste en la evolución temporal de la Transformada de Fourier de las ecuaciones de Boussinesq. Para la convergencia del método es necesario que la solución sea una función de banda limitada en el espectro del número de onda.

C.2. Esquema numérico

Las ecuaciones lineales de Boussinesq de conservación de masa y momento describen la propagación de ondas largas en las que la dispersión por frecuencia es importante (LeMéhaute, 1976; Liu et al., 1995):

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \quad (\text{C.2.1})$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + gh \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{1}{3} h^2 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right), \quad (\text{C.2.2})$$

en donde, η representa la perturbación del nivel medio del mar en el tiempo, t , propagándose en la dirección, x , en una batimetría irregular de profundidad, h . El gasto (U) está dado por $U = uh$, en donde u es la velocidad del fluido en la dirección x .

El método pseudoespectral consiste en representar únicamente las derivadas temporales de (C.2.1) y (C.2.2) en un esquema explícito de diferencias finitas centrales en el tiempo $k\Delta t$ y el espacio $j\Delta x$.

$$\eta_j^{k+1} = \eta_j^k - \Delta t \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)_j^{k+\frac{1}{2}} \quad (\text{C.2.3})$$

$$-\frac{1}{3} h_j^2 \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right)_j^{k+\frac{1}{2}} + U_j^{k+\frac{1}{2}} = -\frac{1}{3} h_j^2 \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right)_j^{k-\frac{1}{2}} + U_j^{k-\frac{1}{2}} - g h_j \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_j^k \Delta t \quad (\text{C.2.4})$$

Aplicando la transformada de Fourier a las ecuaciones (C.2.3) y (C.2.4):

$$\zeta_\lambda^{k+1} = \zeta_\lambda^k - \Delta t (2\pi i \lambda) \psi_\lambda^{k+\frac{1}{2}} \quad (\text{C.2.5})$$

$$-\frac{1}{3} \int_{-\infty}^{\infty} (2\pi i \tau)^2 \psi_\tau^{k+\frac{1}{2}} H_{\lambda-\tau} d\tau + \psi_\lambda^{k+\frac{1}{2}} = -\frac{1}{3} \int_{-\infty}^{\infty} (2\pi i \tau)^2 \psi_\tau^{k-\frac{1}{2}} H_{\lambda-\tau} d\tau + \psi_\lambda^{k-\frac{1}{2}} - g \Delta t \int_{-\infty}^{\infty} (2\pi i \tau) \zeta_\tau^k \hat{h}_{\lambda-\tau} d\tau \quad (\text{C.2.6})$$

En estas ecuaciones se aplican las siguientes definiciones:

$$\zeta(\lambda, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \eta(x, t) e^{-2\pi i \lambda x} dx; \quad \psi(\lambda, t) = \int_{-\infty}^{\infty} U(x, t) e^{-2\pi i \lambda x} dx$$

$$\hat{h}(\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x) e^{-2\pi i \lambda x} dx; \quad H(\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} h^2(x) e^{-2\pi i \lambda x} dx$$

En donde λ es el número de onda cíclico, es decir, *número de onda* = $2\pi\lambda$.

El esquema numérico para resolver (C.2.5) y (C.2.6) es un esquema explícito de diferencias centrales en tiempo en el que se hacen evolucionar los espectros discretos $\zeta(\lambda, t)$ y $\psi(\lambda, t)$ en los nodos λ .

La ecuación (C.2.6) adquiere una forma sencilla al representar en forma matricial las integrales de tipo convolutorio:

$$A \psi_\lambda^{k+\frac{1}{2}} = A \psi_\lambda^{k-\frac{1}{2}} - B \zeta_\lambda^k \quad (\text{C.2.7})$$

Para explicar la forma de las matrices tomemos como ejemplo un conjunto finito de valores para las variables espectrales: $\psi(\lambda, t) = (\psi_1, \psi_2, \psi_3)^T$; $\zeta(\lambda, t) = (\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3)^T$; $\hbar(\lambda) = (\hbar_1, \hbar_2, \hbar_3)$; $H(\lambda) = (H_1, H_2, H_3)$; $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$; en donde $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$. La expresión matricial del lado izquierdo de (C.2.6) toma la forma:

$$-\frac{\Delta\lambda}{3} (2\pi i)^2 \begin{bmatrix} H_1\lambda_1^2 & 0 & 0 \\ H_2\lambda_1^2 & H_1\lambda_2^2 & 0 \\ H_3\lambda_1^2 & H_2\lambda_2^2 & H_1\lambda_3^2 \\ 0 & H_3\lambda_2^2 & H_2\lambda_3^2 \\ 0 & 0 & H_3\lambda_3^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_1^{k+\frac{1}{2}} \\ \psi_2^{k+\frac{1}{2}} \\ \psi_3^{k+\frac{1}{2}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_1^{k+\frac{1}{2}} \\ \psi_2^{k+\frac{1}{2}} \\ \psi_3^{k+\frac{1}{2}} \end{bmatrix}$$

Efectuando la suma se obtiene la matriz:

$$A = -\frac{\Delta\lambda}{3} (2\pi i)^2 \begin{bmatrix} H_1\lambda_1^2 & 0 & 0 \\ H_2\lambda_1^2 - \frac{3}{\Delta\lambda(2\pi i)^2} & H_1\lambda_2^2 & 0 \\ H_3\lambda_1^2 & H_2\lambda_2^2 - \frac{3}{\Delta\lambda(2\pi i)^2} & H_1\lambda_3^2 \\ 0 & H_3\lambda_2^2 & H_2\lambda_3^2 - \frac{3}{\Delta\lambda(2\pi i)^2} \\ 0 & 0 & H_3\lambda_3^2 \end{bmatrix}$$

La matriz B es menos complicada y toma la forma:

$$B = \Delta\lambda(2\pi i) \begin{bmatrix} \hbar_1\lambda_1 & 0 & 0 \\ \hbar_2\lambda_1 & \hbar_1\lambda_2 & 0 \\ \hbar_3\lambda_1 & \hbar_2\lambda_2 & \hbar_1\lambda_3 \\ 0 & \hbar_3\lambda_2 & \hbar_2\lambda_3 \\ 0 & 0 & \hbar_3\lambda_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_1^k \\ \zeta_2^k \\ \zeta_3^k \end{bmatrix}$$

Despejando (C.2.7) se obtiene la expresión explícita para el espectro de las velocidades:

$$\psi_\lambda^{k+\frac{1}{2}} = \psi_\lambda^{k-\frac{1}{2}} - (A^T A)^{-1} (A^T B) \zeta_\lambda^k \quad (C.2.8)$$

La ecuación (C.2.8) es un sistema de ecuaciones sobredeterminado que se está resolviendo minimizando el cuadrado de los errores, lo que implica que la solución completa está definida en el espacio definido por las filas de A , mientras que la solución que se obtiene está definida únicamente en el espacio definido por las columnas de A . Sin embargo, considerando que los espectros, tanto de la batimetría como los de las velocidades y elevaciones, son de banda limitada, se puede afirmar que la solución quedará contenida en su totalidad en el espacio definido por las columnas de A .

La evolución de los espectros de las velocidades y elevaciones se obtiene iterando las ecuaciones (C.2.5) y (C.2.8) que se transcriben a continuación para una mejor apreciación:

$$\zeta_{\lambda}^{k+1} = \zeta_{\lambda}^k - \Delta t(2\pi i \lambda) \psi_{\lambda}^{k+\frac{1}{2}} \quad (\text{C.2.5})$$

$$\psi_{\lambda}^{k+\frac{1}{2}} = \psi_{\lambda}^{k-\frac{1}{2}} - (A^T A)^{-1} (A^T B) \zeta_{\lambda}^k \quad (\text{C.2.8})$$

C.3. Comparación de la solución pseudoespectral de las ecuaciones de Boussinesq con la solución en diferencias finitas de las ecuaciones de aguas someras

Con la finalidad de comparar la solución pseudoespectral de las ecuaciones lineales de Boussinesq con la solución en diferencias finitas de las ecuaciones lineales de aguas someras (obtenidas de C.2.1 y C.2.2 al eliminar el término dispersivo en C.2.2), se diseñó un experimento numérico considerando la condición inicial del tsunami de Chile de 1960 (Figura 1.3.1b) propagándose en un canal unidimensional con fondo irregular. En el esquema de diferencias finitas el número de Imamura se igualó a la unidad a lo largo del canal para igualar la dispersión numérica con la dispersión prescrita por Boussinesq. Los resultados (Figura C.3.1) de ambas ecuaciones con los respectivos métodos muestran una excelente correlación, lo que indica la eficacia del método de diferencias finitas cuando se controla la dispersión numérica.

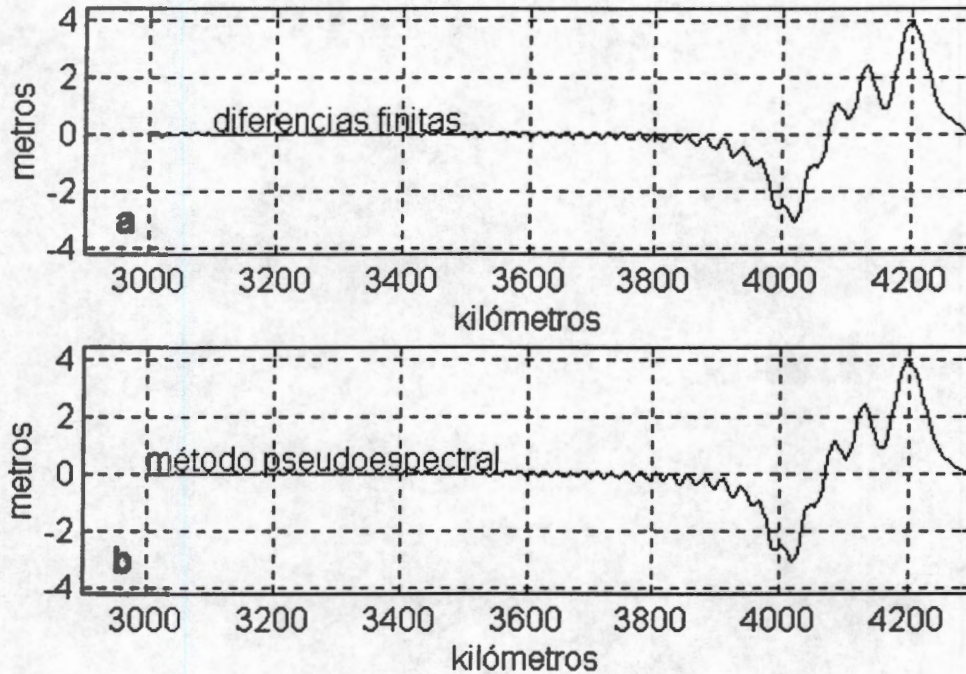


Figura C.3.1. Propagación unidimensional del tsunami de Chile de 1960: **a** - mediante la solución en diferencias finitas de las ecuaciones de aguas someras; **b** -empleando la solución pseudoespectral de las ecuaciones de Boussinesq. Ambas soluciones son prácticamente iguales.

C.4. Discusión y conclusiones

En la propagación de la condición inicial del tsunami de Chile de 1960, resolviendo las ecuaciones de Boussinesq con el método pseudoespectral, se aprecia el efecto puro de la dispersión física en la deformación del frente de onda seguido por un tren de ondas cuya amplitud decrece en función de la distancia al frente del tsunami. Es interesante notar que en la propagación de esta misma condición inicial, aplicando el método de diferencias finitas a las ecuaciones lineales de aguas someras, se aprecia el efecto puro de la dispersión numérica que imita en forma excelente a la dispersión física, tal como lo predice el número de Imamura. Aún cuando el método pseudoespectral minimiza los errores numéricos de dispersión de onda y disipación de energía, este método en 2-D, requiere de investigación para el caso de fronteras irregulares y requiere de un gran esfuerzo computacional debido a que en cada paso de tiempo se tienen que calcular dos convoluciones, que en el caso de un dominio de las dimensiones del Océano Pacífico, hacen que el método sea inoperante.

BIBLIOGRAFIA

- ANDERSON, J.G., J.N. BRUNE, J. PRINCE, R. QUAAS, S.K. SINGH, D. ALMORA, P. BODIN, M. OÑATE, R. VÁSQUEZ and J.M. VELASCO, 1994. The Guerrero accelerograph network, *Geofísica Int.*, 33, 341-371.
- ANDERSON, J.G., S. K. SINGH, J.M. ESPINDOLA, and J. YAMAMOTO, 1989. Seismic strain release in the Mexican subduction thrust, *Phys. Earth Plan. Interiors*, 58, 307-322.
- ANDERSON, J.G., BODIN, P., BRUNE, J.N., PRINCE, J., SINGH, S.K., QUAAS, R., and ONATE, M., 1986. Strong ground motion from the Michoacán-México earthquake, *Science* 233 (4768), 1043-1049.
- BLACKFORD, 1999. International responses to Pacific tsunami warnings and watches, . In: Massioni B. (ed.), Proceedings of the International Conference on Tsunamis, Dept. d'Analyse, Surveillance et Environnement du CEA. París, France, 61pp.
- BLOOMFIELD P., 1976. Fourier Analysis of Time Series: An Introduction. *John Wiley & Sons, Inc.* 1946, Reprinted in 1976.
- BRACEWELL R. N., 1978. The Fourier Transform and Its Applications. McGraw-Hill, Inc., 1978. Second Edition.
- CHUI C. K., 1992. An Introduction to Wavelets. Academic Press.
- CROSS, R.H., 1968. Tide Gage Frequency Response. *Journal of the Waterways and Harbors Division*. Proceedings of the American Society of Civil Engineers, 317-330.
- CRUZ, G., and M. WYSS, 1983. Large earthquakes, mean sea level, and tsunamis along the Pacific coast of Mexico and Central America, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 73, 553-570.
- DAUBECHIES I., 1992. Ten Lectures on Wavelets. Rutgers University and AT&T Laboratories, 357 pp., CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics.
- DENJEAN A., and CASTANIE F., 1994. Mean Value Jump Detection: A Survey of Conventional and Wavelet Based Methods. *Wavelets: Theory, Algorithms, and Applications*. Charles K. Chui, Laura Montefusco, and Lugia Puccio (eds.), pp. 561-572. Academic Press.
- EBLE, M.C., D. M. MATTENS, and H. B. MILBURN, 1989. Instrumentation, field operations and data processing for PMEL deep ocean bottom pressure measurements. NOAA Tech. Memo. ERL PMEL-89, 71 pp. (NTIS PB90-114018).

- EBLE, M. C., and F. I. GONZALEZ, 1991. Deep-ocean bottom pressure measurements in the northeast Pacific, *J. Atmos. Oceanic Technol.*, 8, 221-233.
- GODIN, G., R. DE LA PAZ, N. RODRIGUEZ and M. ORTIZ, 1980. La marea y el nivel del mar a lo largo de la costa occidental de México. *Geofísica Internacional*, 19, 1980, 239-258.
- GONZALEZ, F. I., E. N. BERNARD, H. B. MILBURN, D. CASTEL, J. THOMAS, and J. M. HEMSLEY, 1987. The Pacific Tsunami Observation Program (PacTOP). *Proc. 1987 Int. Tsunami Symp.*, Vancouver, IUGG, 3-19.
- GONZALEZ-RUIZ, J.R., and K.C. McNally, 1988. Stress accumulation and release since 1882 in Ometepe, Guerrero, Mexico: Implications for failure mechanism and risk assessments of a seismic gap. *J. Geophys. Res.*, 93, 6297-6317.
- GOTO C., OGAWA Y., SHUTO N. and F. IMAMURA, 1997. IUGG/IOC TIME Project: Numerical Method of Tsunami Simulation with the Leap-Frog Scheme, Intergovernmental Oceanographic Commission of UNESCO, Manuals and Guides # 35, Paris, 4 Parts.
- GRIVEL, F., 1967. Anomalies of the mean sea level at Acapulco, Gro., México. *Geofísica Internacional*, 7, 53-61.
- HAMMACK J. L., and SEGUR H., 1978. Modelling criteria for long water waves. *J. Fluid Mech.*, vol. 84, part 2, pp. 359-373.
- HEINRICH P., SCHINDELE F., and GUIBORG S., 1998. Modeling of the February 1996 Peruvian tsunami. *Geoph. Res. Lett.*, Vol. 25, No. 14, pp-2687-2690.
- HOUSTON J. R., 1978. Interaction of Tsunamis with the Hawaiian Island Calculated by a Finite-Element Numerical Model. *JPO.*, Vol. 8. No. 1. pp. 93-102.
- HOUSTON J. L., and BUTLER H. L., 1984. Numerical Simulations of the 1964 Alaskan Tsunami. *Nineteenth Coastal Engineering Conference*, ASCE. Proc. of the International Conference, Vol. 1. pp. 815-830.
- IMAMURA F., N. SHUTO, and C. GOTO, 1990. Study on numerical simulation of the transoceanic propagation of tsunamis-Part 2 Characteristics of tsunami propagating over the Pacific Ocean, *Zisin (J. Seismol. Soc. Jpn)*, 43, 389-402.
- KANAMORI H., and CIPER J.J., 1974. Focal process of the great Chilean earthquake, May 22, 1960. *Phy. Earth Planet*, 9, pp. 128-136.
- KIKUCHI M., and H. KANAMORI, 1995. The Shikotan earthquake of October, 1994: Lithospheric earthquake. *Geoph. Res. Lett.*, Vol. 22, No. 9, pp. 1025-1028.

- KOSTOGLODOV, V., R. VALENZUELA, A. GORBATOV, J. MIMIAGA, S. I. FRANCO, J. A. ALVARADO, and R. PELÁEZ, 2000. Deformation in the Guerrero seismic gap, Mexico, from leveling observations, submitted to *J. Geodesy*.
- KOSTOGLODOV, V., and L. PONCE, 1994. Relationship between subduction and seismicity in the Mexican part of the Middle America trench, *J. Geophys. Res.*, **99**, 729-742.
- KOSTOGLODOV V., W. BANDY, J. DOMÍNGUEZ, and M. MENA, 1996. Gravity and seismicity over the Guerrero seismic gap, Mexico, *Geophys. Res. Lett.*, **23**, 3385-3388.
- KOWALIK Z., 1993. Solution of the Linear Shallow Water Equations by the Fourth-Order Leapfrog Scheme. *JGR*, Vol. 98, No. C6, pp 10205-10209.
- LAMB H., 1932. Hydrodynamics, 6 th edition, 738 pp., *Cambridge Univ. Press*.
- LANCZOS, C., 1961. Applied Analysis. Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall.
- LeMEHAUTE, B., 1976. An Introduction to HYDRODYNAMICS & WATER WAVES. 212 pp., *Springer-Verlag*.
- LIU P. L., CHO Y. S., YOON S.B., and SEO, S. N., 1995. Numerical Simulations of the 1960 Chilean Tsunami Propagation and Inundation at Hilo, Hawaii. *Tsunami Progress in Prediction, Disaster Prevention and Warning*. Y. Tsuchiya and N. Shuto (editors). Kluwer Academic Publishers.
- MANSINHA, L. and E. SMYLLIE, 1971. The Displacement Field of Inclined Faults, *Bull. Seimol. Soc. Am.* **61**, 1433-1440.
- MERINO y CORONADO, J., E. SALYANO, J.J. ROASALES, and M. Martínez, 1962. Los temblores de Acapulco de 1962. *Anal. Inst. Geofisic. UNAM.*, **8**, 23-36.
- MERINO y CORONADO, J., 1957. El Temblor del 28 de Julio de 1957. *Anal. Inst. Geofisic. UNAM.*, **3**, 89-125.
- MOREAU F., GILBERT D., and SARACCO G., 1996. Filtering non-stationary geophysical data with orthogonal wavelets. *Geophysical Research Letters*, Vol. **23**, No. 4, 407-410.
- NISHENKO S.P. and S.K. SINGH, 1987a. Conditional probabilities for the recurrence of large and great interplate earthquakes along the Mexican subduction zone, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **77**, 2096-2114.
- NISHENKO S.P. and S.K. SINGH, 1987b. The Acapulco-Ometepepec, Mexico, earthquakes of 1907-1982: Evidence for a variable recurrence history, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **77**, 1359-1367.

- OLMO G. and LO PRESTI L., 1994. Applications of wavelet Transform for Seismic Activity Monitoring. *Wavelets: Theory, Algorithms, and Applications*. Charles K. Chui, Laura Montefusco, and Lugia Puccio (eds.), pp. 561-572. Academic Press.
- ORTIZ, M., S.K. SINGH, J. PACHECO, and V. KOSTOGLODOV, 1998. Rupture length of the October 9, 1995 Colima-Jalisco earthquake (Mw 8) estimated from tsunami data. *Geophys. Res. Lett.*, 25, 2857-2860.
- PEDLOSKY, J., 1979. *Geophysical Fluid Dynamics*, 624 pp. Springer-Verlag.
- SATAKE K., and F. IMAMURA, 1995. Tsunamis: Seismological and Disaster Prevention Studies. *J. Phys. Earth*, 43, 259-277.
- SATAKE, K., BOURGEOIS, J., ABE KU., ABE KA., TSUJI, Y., IMAMURA, F., IIO, Y., KATAO, H., NOGUERA, E., and ESTRADA, F., 1993. Tsunami Fiels Survey of the 1992 Nicaragua Earthquake, *EOS Trans. AGU*, 74, 13.
- SHUTO N., 1991. Numerical Simulation of Tsunamis – Its Present and Near Future. *Natural Hazards*, 4: 171-191.
- SINGH, S.K., J.M. ESPINDOLA, J. YAMAMOTO, and J. HAVSKOV, 1982. Sesimic potential of Acapulco-San Marcos region along the Mexican subduction zone, *Geophys. Res. Lett.*, 9, 633-636.
- SINGH, S.K. and F. MORTERA, 1991. Source-time functions of large Mexican subduction earthquakes, morphology of the Benioff zone and the extent of the Guerrero gap, *J. Geophys. Res.*, 96, 21487-21502.
- SINGH, S.K., E. BAZAN, and L. ESTEVA., 1980. Expected earthquake magnitude from a fault. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 70, 903-914.
- SMITH, W. H. F. and D. T. SANDWELL, 1997. Global Seafloor Topography from Satellite Altimetry and Ship Depth Soundings, *Science*, v. 277, p. 1956-1962, 26 September.
- S.M., 1993-1997. Cartas de navegación: SM600, escala 1:707,300, Jul., 1993; SM500, escala 1:750,000. Feb., 1994; SM529, escala 1:10,000, Ene., 1996; SM628, escala 1:12,500, Nov., 1997. *Secretaría de Marina de México*.
- STRANG G., and NGUYEN T., 1996. *Wavelets and Filter Banks*, 490 pp., Wellesley-Cambridge Press.
- UTSU, T. and A. SEKI., 1954. A relation between the area of aftershok region and the energy of main shock (in Japanese), *J. Seism. Soc. Jap.*, 7, 233-240.
- YEH, H., F. IMAMURA, C. SYNOLAKIS, Y. TSUJI, P. LIU, and S. SHI, 1993. The Flores Island Tsunami, *EOS Trans. AGU*, 74, 369.

WENG H., and LAU K. M., 1994. Wavelets, Period Doubling, and Time-Frequency Localization with Application to Organization of Convection over the Tropical Western Pacific. *Journal of The Atmospheric Sciences*. Vol. 51, No. 17.

WYSS, M., 1979. Estimating maximum expectable magnitude of earthquakes from fault dimensions. *Geology*, 7, 366-340.